E. Cavazzuti
C. Nobili
N. Passerini

RADIOTECNICA

MATEMATICA ELETTROTECNICA TUBI ELETTRONICI

E. CAVAZZUTI - C. A. NOBILI - N. PASSERINI

CORSO DI RADIOTECNICA

MATEMATICA - ELETTROTECNICA TUBI ELETTRONICI

VOLUME PRIMO

EDIZIONI CALDERINI

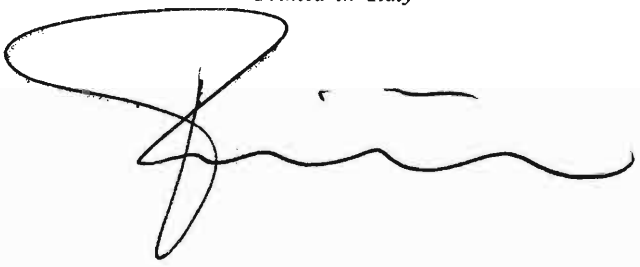
1ª edizione: dicembre 1964
2ª edizione: marzo 1968
3ª edizione: agosto 1970
1ª ristampa: agosto 1972
2ª ristampa: luglio 1974

© Copyright 1974
by Edizioni Calderini
31, Emilia Levante
Bologna

246

Proprietà letteraria riservata

Printed in Italy



Officine Grafiche Calderini - Bologna - VII-1974

PREMESSA

Oggi la tecnica elettronica ha raggiunto una perfezione ed uno sviluppo solo ieri imprevisti, ed è sollecitato alla sua conoscenza non solo il tecnico, ma anche l'uomo della strada, affascinato da questa tecnica in continuo evolversi e che ormai è entrata a far parte degli atti di ogni giorno.

La bibliografia attuale è sufficientemente completa per cui è cosa ardua scrivere un libro da aggiungere ai tanti esistenti.

Gli Autori hanno però constatato che, per il semplice radioriparatore, a digiuno di conoscenze matematiche introduttive, esistono pochi testi, capaci di soddisfarlo, per cui essi hanno cercato, in questo primo volume della collana, di rendere quanto mai semplici e assimilabili gli argomenti trattati, impegnandosi, negli argomenti più ardui, a ricalcare il concetto con diversi esempi, dettagliatamente svolti.

Il libro è formato da tre parti distinte: matematica, elettrotecnica e una presentazione dei tubi elettronici, dei diodi a cristallo semiconduttore e dei transistori.

Nella prima parte si richiamano concetti fondamentali ed insieme indispensabili di matematica, articolati in sei capitoli, iniziando dalla numerazione e terminando con le funzioni trigonometriche ed i logaritmi.

La seconda parte, ossia l'elettrotecnica, la parte predominante del testo, è stata adattata alle esigenze di studio di un radioriparatore, quindi sfrondata degli argomenti prettamente teorici o comunque non riscontrati fondamentali. Essa è composta di undici capitoli di cui sei dedicati alla corrente continua e cinque a quella alternata.

Segue una presentazione dei tubi elettronici, dei diodi a cristallo semiconduttore e dei transistori, limitatamente alla loro tecnologia, al loro funzionamento ed alla definizione dei loro parametri caratteristici e delle curve caratteristiche che riassumono il loro tipico funzionamento.

I circuiti che prevedono la loro applicazione, verranno studiati nel secondo volume, per quanto riruarda il programma di radiotecnica e nel terzo volume per quanto riguarda il programma di televisione.

La terza parte è ordinata in sei capitoli

Completano il testo varie tabelle e un ricco prontuario di tubi elettronici più frequentemente impiegati dal radiotecnico.

Parte I

MATEMATICA

Capitolo I

Nello studio della elettrotecnica è di grande importanza la conoscenza dei principii di matematica e di geometria. Qui ci limiteremo ad un breve riepilogo delle leggi matematiche ed algebriche che si studiano nelle scuole medie inferiori, ed alla spiegazione di qualche concetto di matematica e geometria superiore.

1. Sistema di numerazione e confronto fra numeri.

Il sistema di numerazione da noi usato è quello decimale e i segni che servono a comporre tutti i numeri sono dieci:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 0.$$

Nel confronto fra due numeri, col segno $=$ (*uguale a*) si indica l'uguaglianza fra i due numeri stessi:

$$62 = 62,$$

col segno $>$ (*maggiore di*) si indica che il primo numero è maggiore del secondo:

$$104 > 78,$$

col segno $<$ (*minore di*) si indica che il primo numero è minore del secondo:

$$93 < 384.$$

2. Addizione o somma.

Per eseguire un'addizione o somma si aggiungono ad un numero uno o più numeri:

$$318 + 415 + 32 = \begin{array}{r} 318\ + \\ 415\ + \\ 32\ = \\ \hline 765 \end{array}$$

I numeri da sommare si chiamano *addendi*, il risultato *totale*.

Proprietà della somma. – Cambiando l'ordine degli addendi il totale non cambia:

$$\begin{array}{r} 18\ + \\ 24\ + \\ 115\ = \\ \hline 157 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24\ + \\ 18\ + \\ 115\ = \\ \hline 157 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 115\ + \\ 24\ + \\ 18\ = \\ \hline 157 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 115\ + \\ 18\ + \\ 24\ = \\ \hline 157 \end{array}$$

Ad un gruppo di addendi si può sostituire la loro somma ed il totale non cambia:

$$27 + 72 + 316 = 99 + 316 = 415$$
$$27 + 72 + 316 = 27 + 388 = 415$$
$$27 + 72 + 316 = 72 + 343 = 415$$

Se ad un numero si vuole aggiungere una somma si addiziona ad esso ciascun addendo della somma:

$$31 + (45 + 218) = 31 + 45 + 218 = 294.$$

3. Sottrazione o differenza.

Se da un numero se ne toglie un altro (inferiore al primo) si esegue una sottrazione:

$$\begin{array}{r} 321 - 127 = 321 - \\ 127 = \\ \hline 194 \end{array}$$

I numeri si chiamano *diminuendo* il primo, *sottraendo* il secondo, *resto* il risultato.

PROPRIETÀ DELLA SOTTRAZIONE. – Se ad un numero si vuole togliere una somma si possono togliere uno alla volta gli addendi della somma:

$$318 - (47 + 28) = 318 - 75 = 243$$
$$318 - (47 + 28) = 318 - 47 - 28 = 271 - 28 = 243.$$

Se da un numero si vogliono togliere più numeri si può togliere da esso la loro somma:

$$415 - 34 - 72 = 381 - 72 = 309$$
$$415 - 34 - 72 = 415 - (34 + 72) = 415 - 106 = 309.$$

4. Moltiplicazione o prodotto.

La moltiplicazione è la somma di tanti numeri uguali:

$$45 \times 3 = 45 + 45 + 45 = 135.$$

I numeri da moltiplicare si chiamano *fattori*, il risultato *prodotto*. Per eseguire una moltiplicazione con più di due fattori si moltiplica il prodotto dei primi due per il terzo, quindi il nuovo prodotto per il quarto e così via fino all'esaurimento dei fattori:

$$9 \times 4 \times 7 \times 3 = 36 \times 7 \times 3 = 252 \times 3 = 756.$$

Il prodotto di un numero moltiplicato per 1 è uguale al numero stesso:

$$274 \times 1 = 274.$$

Se un fattore è zero il prodotto è zero:

$$127 \times 0 = 0.$$

Per ottenere il prodotto di un numero moltiplicato per 10, 100, 1000, 10.000, ecc. si scrivono di seguito al numero tanti zeri quanti sono gli zeri che seguono l'unità:

$$75 \times 100 = 7500$$
$$17 \times 100000 = 1700000.$$

PROPRIETÀ DELLA MOLTIPLICAZIONE. – Cambiando l'ordine dei fattori il prodotto non cambia.:

$$75 \times 7 \times 3 = 7 \times 3 \times 75 = 3 \times 75 \times 7 = 1575.$$

Se ad un gruppo di fattori si sostituisce il loro prodotto il risultato non cambia:

$$31 \times 4 \times 92 \times 8 = 124 \times 736 = 90264.$$

Se si deve moltiplicare un numero per una somma si può moltiplicare ciascun addendo per il numero quindi fare la somma dei prodotti ottenuti:

$$27 \times (45 + 2) = 27 \times 45 + 27 \times 2 = 1215 + 54 = 1269.$$

Se si deve moltiplicare un numero per una differenza si può moltiplicare ciascun termine della differenza per il numero quindi sottrarre i prodotti ottenuti:

$$32 \times (18 - 7) = 32 \times 18 - 32 \times 7 = 576 - 224 = 352.$$

5. Divisione o quoziente.

Dividere un numero per un altro significa trovare quante volte il primo (*dividendo*) contiene il secondo (*divisore*). Il risultato si chiama *quoziente*.

$$144 : 24 = 6.$$

Se il divisore non è contenuto un numero intero di volte nel dividendo ciò che rimane si chiama *resto*:

$$175 : 23 = 7 \textit{ resto } 14.$$

(cioè il 23 è contenuto nel 175 sette volte con resto 14).

Se il resto è zero si dice che il dividendo è multiplo intero del divisore.

Il quoziente di un numero diviso per se stesso è 1:

$$74 : 74 = 1.$$

Il quoziente di un numero diviso per 1 è il numero stesso:

$$32 : 1 = 32.$$

PROPRIETÀ DELLA DIVISIONE. – Se si deve dividere una somma per

un numero si può dividere ciascun addendo per il numero e quindi fare la somma dei quozienti ottenuti:

$$(72 + 116) : 4 = (72 : 4) + (116 : 4) = 18 + 29 = 47.$$

Se si deve dividere una differenza per un numero si può dividere ciascun termine della differenza per il numero e sottrarre i quozienti ottenuti:

$$(24 - 9) : 3 = (24 : 3) - (9 : 3) = 8 - 3 = 5.$$

6. Potenza.

Si dice *potenza di un numero* il prodotto di tanti fattori tutti uguali:

$$6 \times 6 \times 6 \times 6.$$

Tale prodotto si indica con 6^4 e si legge « sei alla quarta ». Il 6 si chiama *base della potenza*, il 4 *esponente* e indica il numero dei fattori.

Proprietà delle potenze. – Un numero elevato ad esponente zero è uguale ad 1:

$$4^0 = 1; \quad 755^0 = 1.$$

Un numero elevato ad 1 è uguale al numero stesso.

$$14^1 = 14 \qquad 755^1 = 755.$$

Si può quindi considerare ogni numero come elevato alla prima potenza:

$$21 = 21^1 \qquad 124 = 124^1.$$

Operazioni con numeri elevati a potenza. – Il prodotto di potenze che hanno la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la somma degli esponenti.

$$18^3 \times 18^7 \times 18^4 = 18^{14}$$
$$22^3 \times 22 \times 22^5 \times 22^8 = 22^{17}.$$

Il quoziente di potenze che hanno la stessa base è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente la differenza degli esponenti:

$$31^8 : 31^6 = 31^2 \qquad 21^3 : 21 = 21^2.$$

Potenza di una potenza è una potenza che ha per base la stessa base e per esponente il prodotto degli esponenti:

$$(5^2)^4 = 5^8 \qquad [(19^3)^4]^2 = 19^{24}.$$

Una potenza di base 10 si ottiene mettendo di seguito all'unità tanti zeri quante sono le unità dell'esponente.

$$10^2 = 100 \qquad 10^5 = 100000.$$

7. Radici.

Si dice *radice di un numero* quel numero che elevato ad un esponente pari all'indice della radice dà come risultato il numero sotto radice:

$$\sqrt[4]{16} = 2 \qquad \text{infatti: } 2^4 = 16$$
$$\sqrt[3]{27} = 3 \qquad \text{infatti: } 3^3 = 27.$$

Il numero sotto radice si chiama *radicando*, il risultato *radice*, il numero fuori del segno di radice *indice*. Quando l'indice manca si intende sia 2 e la radice si chiama *radice quadrata*:

$$\sqrt{36} = 6 \qquad \text{infatti: } 6^2 = 36$$
$$\sqrt{144} = 12 \qquad \text{infatti: } 12^2 = 144.$$

Operazioni con i radicali. – Il prodotto di radicali che hanno lo stesso indice è un radicale che ha per indice lo stesso indice e per radicando il prodotto dei radicandi:

$$\sqrt{36} \times \sqrt{9} = \sqrt{36 \times 9} = \sqrt{324} = 18;$$
$$\sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{27 \times 64} = \sqrt[3]{1728} = 12.$$

Il quoziente di radicali che hanno lo stesso indice è un radicale che ha per indice lo stesso indice e per radicando il quoziente dei radicandi:

$$\sqrt{16} : \sqrt{4} = \sqrt{16 : 4} = \sqrt{4} = 2;$$
$$\sqrt[3]{1000} : \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{1000 : 125} = \sqrt[3]{8} = 2.$$

Il prodotto di un numero per un radicale è uguale alla radice del prodotto del radicando per il numero elevato ad una potenza pari all'indice della radice:

$$3 \times \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{3^3 \times 8} = \sqrt[3]{27 \times 8} = \sqrt[3]{216} = 6;$$
$$5 \times \sqrt{16} = \sqrt{5^2 \times 16} = \sqrt{25 \times 16} = \sqrt{400} = 20.$$

Viceversa se si ha:

$$\sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4 \times \sqrt{2};$$
$$\sqrt[4]{1875} = \sqrt[4]{625 \times 3} = \sqrt[4]{5^4 \times 3} = 5 \times \sqrt[4]{3}.$$

Il quoziente fra un numero e un radicale è uguale alla radice del quoziente fra il radicando ed il numero elevato ad una potenza pari all'indice della radice:

$$\sqrt{36} : 3 = \sqrt{36 : 3^2} = \sqrt{36 : 9} = \sqrt{4} = 2$$
$$24 : \sqrt[3]{512} = \sqrt[3]{24^3 : 512} = \sqrt[3]{13824 : 512} = \sqrt[3]{27} = 3$$

8. Operazioni con numeri decimali.

Addizione e sottrazione. – Si incolonnano i numeri in maniera che le virgole risultino una sotto l'altra.

$$12{,}4 + 0{,}545 + 724{,}263 = \begin{array}{r} 12{,}4 \quad + \\ 0{,}545 + \\ 724{,}318 = \\ \hline 737{,}263 \end{array}$$

$$187{,}432 - 124{,}741 = \begin{array}{r} 187{,}432 - \\ 124{,}741 = \\ \hline 62{,}741 \end{array}$$

MOLTIPLICAZIONE. – Si moltiplicano i numeri come se fossero interi e nel prodotto si mette la virgola dopo tante cifre, partendo da destra, quante sono le cifre decimali dei due fattori:

$$\begin{array}{r} 72{,}31 \times 1{,}47 \\ \hline 50617 + \\ 28924 + \\ 7231 = \\ \hline 1062957 = 106{,}2957 \end{array}$$

DIVISIONE. – Si aggiungono al numero che ha meno cifre decimali tanti zeri fino a colmare la differenza indi si sopprimono le virgole e si esegue la divisione:

$$30{,}72 : 1{,}5 = 30{,}72 : 1{,}50 = 3072 : 150 = 20{,}48$$
$$0{,}18 : 0{,}003 = 0{,}180 : 0{,}003 = 180 : 3 = 60$$

9. Numeri primi.

Si dice che un numero è *primo* quando non ha altri divisori che se stesso e l'unità:

17 ; 127 sono primi;
34 ; 72 non sono primi.

Due o più numeri di dicono *primi fra loro* quando non hanno nessun divisore comune.

3 ; 83 ; 131 sono primi fra loro;
18 ; 81 ; 171 non sono primi fra loro (infatti tutti sono divisibili per 9).

10. Criteri di divisibilità.

Tutti i numeri pari sono divisibili per 2;

8 ; 124 ; 3468.

Tutti i numeri la cui somma delle cifre è divisibile per 3 sono divisibili per 3:

135 ; 345 ; 2469.

Tutti i numeri le cui ultime due cifre siano divisibili per 4, o siano due zeri, sono divisibili per 4:

1432 ; 72 ; 234500.

Tutti i numeri che terminano per 5 o per 0 sono divisibili per 5:

125 ; 3240 ; 76435.

Tutti i numeri la cui somma delle cifre è divisibile per 9 sono divisibili per 9:

18 ; 360 ; 42138.

Tutti i numeri che terminano con 1, 2, 3, 4, ecc. zeri sono rispettivamente divisibili per 10, 100, 1000, 1000, ecc.

Capitolo II

11. Scomposizione in fattori primi.

Si divide il numero per il più piccolo fattore primo per cui è divisibile; tale operazione si ripete con il quoziente ottenuto, e così di seguito fino ad ottenere quoziente 1:

67500	2
33750	2
16875	3
5625	3
1875	3
625	5
125	5
25	5
5	5
1	

Quindi si può scrivere:

$$67500 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 2^2 \times 3^3 \times 5^4.$$

12. Massimo comune divisore (M. C. D.).

M. C. D. fra due o più numeri è il massimo numero che li divide. Per calcolare il M. C. D. fra più numeri si scompongono in fattori primi, quindi si fa il prodotto di quelli comuni col minimo esponente.

13. Minimo comune multiplo (m. c. m.).

Il m. c. m. fra due o più numeri è il loro più piccolo multiplo intero. Per calcolare il m.c.m. fra più numeri si scompongono in fattori

primi, quindi si fa il prodotto di quelli comuni e non comuni col massimo esponente.

ESEMPIO: trovare il M. C. D. e il m. c. m. fra 252; 945; 1617.

252	2	945	3	1617	3
126	2	315	3	539	7
63	3	105	3	77	7
21	3	35	5	11	11
7	7	7	7	1	

Essendo:

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7; \qquad 945 = 3^3 \times 5 \times 7; \qquad 1617 = 3 \times 7^2 \times 11$

si avrà:

$\text{M.C.D.} = 3 \times 7 = 21; \qquad \text{m.c.m.} = 2^2 \times 3^3 \times 7^2 \times 11 \times 5 = 291060.$

14. **Frazioni.**

Se una quantità finita la si divide in un certo numero di parti e di queste parti se ne considera una certa quantità, ciò si indica, con simbolismo matematico, con una linea (*linea di frazione*) al di sotto della quale sta il numero di parti in cui si è divisa la quantità (*denominatore*) ed al di sopra il numero di parti che si prende in considerazione (*numeratore*).

ESEMPIO. – Se una quantità la si è divisa in 7 parti e di queste se ne considerano 3 si scrive

$$\frac{3}{7}$$

e si legge: *tre-settimi.*

15. **Valore di una frazione.**

Il valore di una frazione è dato dal quoziente fra numeratore e denominatore:

$$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0{,}4.$$

Il segno di frazione equivale quindi al segno di divisione.

Il valore di una frazione con denominatore 1 è quindi uguale al numeratore:

$$\frac{6}{1} = 6$$

Di conseguenza ogni numero può essere messo sotto forma di frazione con denominatore 1:

$$3 = \frac{3}{1}$$

16. Frazioni proprie, improprie, apparenti.

Una frazione che ha il denominatore maggiore del numeratore si dice *propria*. Se il denominatore è minore del numeratore la frazione si dice *impropria*. Se il numeratore è uguale o un multiplo intero del denominatore, si dice *apparente*.

Le frazioni proprie rappresentano una parte dell'unità e quindi il loro valore è inferiore ad 1. Le frazioni improprie rappresentano un certo numero di unità più un certo numero di parti frazionarie e quindi il loro valore è superiore ad 1. Le frazioni apparenti rappresentano un certo numero di unità e quindi il loro valore è sempre un numero intero.

ESEMPIO:

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8 \qquad \text{(frazione propria)}$$

$$\frac{5}{2} = 5 : 2 = 2{,}5 \qquad \text{(frazione impropria)}$$

$$\frac{9}{3} = 9 : 3 = 3 \qquad \text{(frazione apparente)}$$

17. Frazioni decimali.

Si dicono *frazioni decimali* quelle frazioni aventi per denominatore o il 10 o una potenza del 10. Il loro valore è dato dal numeratore con tante cifre decimali quanti sono gli zeri del denominatore:

$$\frac{84}{100} = 84 : 100 = 0{,}84$$

$$\frac{93}{10} = 93 : 10 = 9{,}3$$

18. Proprietà delle frazioni.

Moltiplicando o dividendo per uno stesso numero numeratore e denominatore il valore della frazione non cambia:

$$\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0{,}6; \qquad \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20} = 12 : 20 = 0{,}6;$$

$$\frac{8}{16} = 8 : 16 = 0{,}5; \qquad \frac{8:2}{16:2} = \frac{4}{8} = 4 : 8 = 0{,}5.$$

19. Semplificazione delle frazioni (Riduzione ai minimi termini).

Applicando la regola prima esposta, una frazione in cui numeratore e denominatore non siano primi fra loro la si può ridurre ai minimi termini dividendo numeratore denominatore per il loro M. C. D.:

$$\frac{30}{105} = \frac{30:15}{105:15} = \frac{2}{7} \qquad \text{M.C.D.} = 15;$$

$$\frac{96}{48} = \frac{96:48}{48:48} = \frac{2}{1} = 2 \qquad \text{M.C.D.} = 48.$$

20. Confronto tra frazioni.

Per confrontare due o più frazioni occorre che esse abbiano o numeratore o denominatore uguale.

Se hanno denominatore uguale è maggiore la frazione con numeratore più grande:

$$\frac{3}{4} > \frac{2}{4}.$$

Se hanno numeratore uguale è maggiore quella con denominatore più piccolo.

$$\frac{2}{3} > \frac{2}{5}.$$

Se hanno numeratore e denominatore differenti occorre ridurre le frazioni allo stesso denominatore.

21. Riduzione delle frazioni allo stesso denominatore.

Per ridurre due o più frazioni allo stesso denominatore si calcola il m. c. m. fra i denominatori. Questi sarà il denominatore comune. Quindi si divide il m. c. m. trovato per ogni singolo denominatore; i vari quozienti si moltiplicano per i rispettivi numeratori.

Esempio. – Si vogliono ridurre allo stesso denominatore le frazioni

$$\frac{7}{8}; \quad \frac{9}{12}; \quad \frac{12}{15};$$

$$8 = 2^3; \qquad 12 = 2^2 \times 3; \qquad 15 = 5 \times 3$$

$$\text{m.c.m.} = 2^3 \times 3 \times 5 = 120$$

$$\frac{7}{8} = \frac{(120:8) \times 7}{120} = \frac{105}{120}$$

$$\frac{9}{12} = \frac{(120:12) \times 9}{120} = \frac{90}{120}$$

$$\frac{12}{15} = \frac{(120:15) \times 12}{120} = \frac{96}{120}.$$

Capitolo III

22. Operazioni con frazioni.

Somma. – Per sommare più frazioni bisogna ridurle, se non lo sono, allo stesso denominatore. Il totale è una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la somma dei numeratori:

$$\frac{3}{7}+\frac{2}{7}+\frac{5}{7}=\frac{10}{7}$$

$$\frac{3}{4}+\frac{7}{12}+\frac{2}{3}=\frac{9+7+8}{12}=\frac{24}{12}=2.$$

Sottrazione. – Per sottrarre due frazioni bisogna ridurle, se non lo sono, allo stesso denominatore. La differenza è data da una frazione che ha per denominatore lo stesso denominatore e per numeratore la differenza dei numeratori:

$$\frac{7}{9}-\frac{5}{9}=\frac{2}{9}$$

$$\frac{4}{5}-\frac{2}{7}=\frac{28-10}{35}=\frac{18}{35}$$

Moltiplicazione. – Il prodotto di due o più frazioni è una frazione che ha per numeratore il prodotto dei numeratori e per denominatore il prodotto dei denominatori:

$$\frac{7}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{7\times 3}{4\times 5}=\frac{21}{20}$$

$$\frac{3}{4}\times\frac{5}{3}\times\frac{7}{8}=\frac{3\times 5\times 7}{4\times 3\times 8}=\frac{105}{96}=\frac{35}{32}$$

$$\frac{7}{12}\times 3=\frac{7}{12}\times\frac{3}{1}=\frac{7\times 3}{12\times 1}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}$$

DIVISIONE. – Per dividere due frazioni fra loro si moltiplica la prima per l'inverso della seconda:

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{3} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{5 \times 4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{3}{5} : 7 = \frac{3}{5} : \frac{7}{1} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{3 \times 1}{5 \times 7} = \frac{3}{35}$$

$$8 : \frac{3}{4} = \frac{8}{1} : \frac{3}{4} = \frac{8}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{8 \times 4}{1 \times 3} = \frac{32}{3}$$

POTENZA. – Per elevare a potenza una frazione si elevano a potenza sia il numeratore che il denominatore:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3 = \frac{3^3}{5^3} = \frac{27}{125}.$$

RADICE. – Per estrarre la radice di una frazione si estrae la radice sia dal numeratore che dal denominatore:

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}.$$

23. Rapporti.

Il rapporto fra due grandezze è il loro quoziente.

ESEMPIO. – Il rapporto fra 16 e 4 è

$$16 : 4 = \frac{16}{4} = 4.$$

Moltiplicando o dividendo per uno stesso numero i termini di un rapporto il suo valore non cambia:

$$\frac{16}{4} = \frac{16 \times 3}{4 \times 3} = \frac{48}{12} = 4$$

$$\frac{16}{4} = \frac{16 : 2}{4 : 2} = \frac{8}{2} = 4.$$

24. Proporzioni.

L'uguaglianza di due rapporti si dice *proporzione:*

$$18 : 3 = 42 : 7,$$

espressione che si legge: 18 *sta a* 3 *come* 42 *sta a* 7.

18 e 7 sono chiamati *estremi*; 3 e 42 *medi*.

PROPRIETÀ. – In una proporzione il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi:

$$8 : 5 = 16 : 10$$

$$8 \times 10 = 80; \qquad 5 \times 16 = 80.$$

Applicando questa proprietà si può calcolare un eventuale termine incognito della proporzione. Se il termine incognito è un medio, il suo valore è dato dal prodotto degli estremi diviso per l'altro medio:

$$7 : 5 = x : 15; \qquad x = \frac{7 \times 15}{5} = 21$$

Se il termine incognito è un estremo, il suo valore è dato dal prodotto dei medi diviso l'altro estremo:

$$9 : 4 = 45 : x; \qquad x = \frac{4 \times 45}{9} = 20$$

25. Proporzioni continue.

Una proporzione si dice *continua* quando sono uguali fra loro i medi o gli estremi:

$$16 : 8 = 8 : 4; \qquad 9 : 6 = 4 : 9.$$

I due termini uguali si dicono *medii proporzionali fra gli altri due.*

Il valore del medio proporzionale fra due numeri è dato dalla radice quadrata del loro prodotto:

$$27 : x = x : 3; \qquad x = \sqrt{27 \times 3} = \sqrt{81} = 9.$$

$$x : 8 = 2 : x; \qquad x = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4.$$

26. Grandezze direttamente ed inversamente proporzionali.

Si dice che due grandezze sono *direttamente proporzionali* quando se una diventa il doppio, il triplo, la metà, la terza parte, ecc.,; anche la seconda diventa il doppio, il triplo, la metà, la terza parte, ecc.

ESEMPIO. – Se un kg. di patate costa 80 lire, 4 kg. delle stesse patate costeranno 4 volte tanto, ossia 320 lire. Il peso delle patate e il loro prezzo sono due grandezze direttamente proporzionali.

Si dice che due grandezze sono *inversamente proporzionali* quando se una diventa il doppio, il triplo, la metà, la terza parte ecc.; la seconda diventa: la metà, la terza parte, il doppio, il triplo ecc.

Esempio. – Due facchini impiegano 1 ora a scaricare un camion di pietre; se anziché 2 ne facciamo lavorare 6 il tempo impiegato si riduce a un terzo, ossia 20'.

Se due grandezze sono direttamente proporzionali i rapporti fra i valori di una grandezza ed i corrispondenti valori dell'altra sono uguali.

Se due grandezze sono inversamente proporzionali il rapporto fra i valori di una grandezza è uguale all'inverso del rapporto fra i corrispondenti valori dell'altra. Quindi, se un valore di una grandezza è incognito, ricorrendo alle regole delle proporzioni lo si può calcolare.

Esempio.

1) Se una barra di ferro lunga 50 cm pesa 7 kg, quanto pesano 200 cm della stessa barra?

$$50 : 200 = 7 : x$$

da cui

$$x = \frac{7 \times 200}{50} = 28 \text{ kg.}$$

2) Usando una condotta di acqua che ha una portata di 7,5 litri al minuto, in 12 minuti si riempie una vasca. Che portata deve avere una condotta per riempire la vasca in 9 minuti?

$$7{,}5 : x = 9 : 12$$

da cui

$$x = \frac{7{,}5 \times 12}{9} = 10 \text{ litri/minuto}$$

27. **Media aritmetica.**

La media aritmetica fra più numeri è data dal rapporto fra la loro somma e il loro numero.

Fra 4 e 18:

$$\frac{4 + 18}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

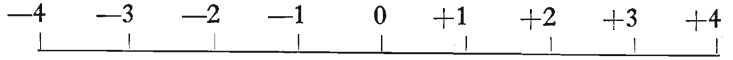
Fra 3; 7; 10; 12:

$$\frac{3 + 7 + 10 + 12}{4} = \frac{32}{4} = 8.$$

Capitolo IV

28. **Numeri relativi.**

Fino ad ora si è considerato il campo dei numeri che partendo dallo zero va all'infinito. Ora considereremo anche quello che partendo sempre dallo zero si dirige in senso opposto fino a raggiungere il valore di infinito negativo. Questi numeri sono detti *numeri negativi* e nella loro scrittura sono preceduti dal segno — (*meno*); mentre i primi sono detti *positivi* e sono generalmente preceduti dal segno + (*più*). L'insieme dei numeri positivi e negativi si chiama *campo dei numeri relativi.* Si può immaginare di rappresentare questi numeri su di una retta partendo da un punto (*zero*) e disponendo verso destra i numeri positivi e verso sinistra i numeri negativi, in modo che risultino equidistanti dall'origine i numeri di valore assoluto uguale.



Si dice *valore assoluto di un numero relativo* il suo valore, indipendentemente dal suo segno.

Numeri relativi di segno uguale si dicono *concordi,* di segno disuguale *discordi.*

Numeri relativi di segno discorde ma di valore assoluto uguale si dicono *opposti.*

Due numeri relativi sono uguali se sono uguali sia in segno che in valore assoluto.

Di due numeri positivi è maggiore quello di valore assoluto maggiore:

$$+8 > +2 \quad ; \quad +6 > +1$$

Di due numeri negativi è maggiore quello di valore assoluto minore:

$$-4 > -8 \quad ; \quad -12 > -57$$

Ogni numero positivo è maggiore di tutti i numeri negativi:

$$+2 > -67 \quad ; \quad +83 > -543$$

Ogni numero negativo è minore di zero:

$$-52 < 0 \quad ; \quad -74 < 0.$$

29. Operazioni con i numeri relativi.

ADDIZIONE. – La somma di due o più numeri relativi concordi è data dalla somma dei valori assoluti e il segno è quello degli addendi.

$$(+4) + (+8) + (+32) = +44$$
$$(-7) + (-12) + (-3) = -22.$$

La somma di due numeri relativi discordi è data dalla differenza dei valori assoluti e il segno è quello del numero di valore assoluto maggiore:

$$(+18) + (-7) = +11$$
$$(+5) + (-13) = -8.$$

La somma di più numeri relativi si ottiene sommando al primo il secondo, al totale ottenuto il terzo e così via.

Per brevità, per indicare una somma di numeri relativi si tralasciano il segno di addizione e le parentesi e si scrivono i numeri uno di seguito all'altro preceduti dal loro segno:

$$(+3) + (-9) + (+15) + (+2) = +3 - 9 + 15 + 2 = +11$$
$$(-4) + (+5) + (-8) + (+1) = -4 + 5 - 8 + 1 = -6.$$

Proprietà della somma. – Sono le stesse della somma con i numeri razionali.

DIFFERENZA. – La differenza fra due numeri relativi è data dalla somma del primo con il secondo cambiato di segno:

$$(+10) - (+8) = (+10) + (-8) = +10 - 8 = +2$$
$$(+7) - (-13) = (+7) + (+13) = +7 + 13 = +20.$$
$$(-4) - (-2) = (-4) + (+2) = -4 + 2 = -2$$
$$(-5) - (+11) = (-5) + (-11) = -5 - 11 = -16.$$

Proprietà. – Sono le stesse della differenza fra numeri razionali. Vale la pena però di ricordare la proprietà per cui se si vuole sottrarre ad un numero una somma si può sottrarre al numero ciascun addendo della somma:

$$-31 - (+4 - 7 + 8) = +31 - (+4) - (-7) - (+8) = +31 +$$
$$+ (-4) + (+7) + (-8) = +31 - 4 + 7 - 8 = +26,$$

da cui si deduce che, mentre per togliere una parentesi preceduta dal segno + si scrivono i termini contenuti in essa con il proprio segno, per

togliere una parentesi preceduta dal segno — si scrivono i termini contenuti in essa col segno cambiato:

$$-34 + (+12 - 8 + 7) = -34 + 12 - 8 + 7 = -23$$
$$+18 - (+4 + 8 - 3) = +18 - 4 - 8 + 3 = +9.$$

MOLTIPLICAZIONE. – Il prodotto di due numeri relativi è in valore assoluto il prodotto dei valori assoluti e di segno positivo se i numeri sono concordi, negativo se sono discordi:

$$(+3) \times (+4) = +12 \quad ; \quad (-2) \times (-4) = +8$$
$$(-5) \times (+2) = -10 \quad ; \quad (+7) \times (-3) = -21.$$

Per eseguire una moltiplicazione con più di due fattori si moltiplica il prodotto dei primi due per il terzo, quindi il nuovo prodotto per il quarto e così via, fino all'esaurimento dei fattori:

$$(+4) \times (+3) \times (+2) = (+12) \times (+2) = +24$$
$$(+2) \times (+5) \times (-3) = (+10) \times (-3) = -30$$
$$(+7) \times (-2) \times (-3) = (-14) \times (-3) = +42$$
$$(-4) \times (-3) \times (-6) = (+12) \times (-6) = -72.$$

Dagli esempi fatti si deduce che il prodotto di numeri relativi è negativo solo nel caso che fra i fattori ve ne siano di negativi e in numero dispari.

Moltiplicare un numero per — 1 significa cambiarlo di segno:

$$(+32) \times (-1) = -32 \quad ; \quad (-84) \times (-1) = +84.$$

Proprietà. – Sono le stesse della moltiplicazione con numeri razionali.

DIVISIONE. – Il quoziente di due numeri relativi è in valore assoluto il quoziente dei loro valori assoluti e di segno positivo se i numeri sono concordi, negativo se sono discordi:

$$(+6) : (+2) = +3 \quad ; \quad (-8) : (-4) = +2$$
$$(-10) : (+2) = -5 \quad ; \quad (+12) : (-3) = -4.$$

Il quoziente di due numeri relativi, come per i numeri razionali, si può scrivere sotto forma di frazione, il cui segno sarà positivo se i termini sono concordi, negativo se sono discordi:

$$(+4) : (+5) = +\frac{4}{5} \quad ; \quad (-7) : (-3) = +\frac{7}{3}$$
$$(+9) : (-4) = -\frac{9}{4} \quad ; \quad (-2) : (+3) = -\frac{2}{3}.$$

Dividere un numero per — 1 significa cambiarlo di segno.

$$(+75):(-1) = -75 \quad ; \quad (-43):(-1) = +43.$$

POTENZA. - La potenza di un numero relativo è in valore assoluto la potenza del valore assoluto del numero e in segno positivo se la base è positiva o se è negativa e l'esponente pari; negativo se la base è negativa e l'esponente dispari:

$$(+4)^2 = +16 \quad ; \quad (-3)^4 = +81 \quad ; \quad (-2)^5 = -32.$$

Proprietà e operazioni con numeri relativi elevati a potenza. - Sono le stesse delle potenze dei numeri razionali.

RADICI. - La radice di un numero relativo è in valore assoluto la radice del valore assoluto del numero e in segno positivo se il radicando è positivo, negativo se il radicando è negativo e l'indice della radice è dispari. La radice di un radicando negativo con indice pari non esiste nel campo dei numeri reali.

$$\sqrt{+25} = +5 \quad ; \quad \sqrt[3]{-27} = -3 \quad ; \quad \sqrt{-16} \text{ non esiste.}$$

Proprietà e operazioni con radici di numeri relativi. - Sono le stesse delle radici con numeri razionali.

Le regole indicate per le operazioni con numeri relativi valgono anche per i numeri relativi frazionari.

30. **Reciproco di un numero.**

Reciproco di un numero è quel numero che moltiplicato col primo dà per prodotto + 1.

Il reciproco di 4 è $\frac{1}{4}$; di -3 è $-\frac{1}{3}$; di $\frac{2}{3}$ è $\frac{3}{2}$.

31. **Potenze negative.**

La potenza negativa di un numero è uguale al reciproco della potenza del numero:

$$2^{-2} = \frac{1}{2^2}; \quad 1724^{-4} = \frac{1}{1724^4}; \quad 470^{-1} = \frac{1}{470}.$$

32. **Espressioni algebriche numeriche.**

Si dice *espressione algebrica* l'insieme di più numeri relativi, interi o frazionari, legati fra loro da segni di operazione. Alle volte alcune di queste

operazioni sono racchiuse dentro parentesi che sono, cominciando dalle più interne:

( ) parentesi tonde

[ ] parentesi quadre

{ } parentesi graffa

Nelle espressioni algebriche numeriche, così come nelle espressioni algebriche letterali, il segno di moltiplicazione si sopprime o lo si sostituisce con un punto.

$$(-2) \times (+8) = (-2) \cdot (+8) = (-2)(+8) = -16.$$

33. Calcolo di espressioni algebriche numeriche.

Per calcolare il valore di una espressione algebrica numerica si eseguono prima i calcoli racchiusi entro le parentesi più interne, eseguendo prima le potenze poi le moltiplicazioni e divisioni, indi le somme e le sottrazioni.

Esempi:

I) $54 : \{2^2 \cdot 7 \cdot 5 : [2(-6)^2 : (8 + 4 \cdot 3 - 2^3) + 22] - 32\} - 3(-2) =$

$= 54 : \{2^2 \cdot 7 \cdot 5 : [2(-6)^2 : (8 + 12 - 8) + 22] - 32\} - 3(-2) =$

$= 54 : \{2^2 \cdot 7 \cdot 5 : [2(-6)^2 : 12 + 22] - 32\} - 3(-2) =$

$= 54 : \{2^2 \cdot 7 \cdot 5 : [2 \cdot 36 : 12 + 22] - 32\} - 3(-2) =$

$= 54 : \{2^2 \cdot 7 \cdot 5 : [6 + 22] - 32\} - 3(-2) =$

$= 54 : \{2^2 \cdot 7 \cdot 5 : 28 - 32\} - 3(-2) =$

$= 54 : \{4 \cdot 7 \cdot 5 : 28 - 32\} - 3(-2) =$

$= 54 : \{5 - 32\} - 3(-2) =$

$= 54 : (-27) - 3(-2) =$

$= -2 - (-6) = -2 + 6 = +4.$

II) $$\frac{4}{3}\left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{6}{11}\left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3} : \frac{4}{9} - \left(\frac{5}{6}\right)^2\right) + \frac{2}{3} : \frac{6}{5}\right] + 2 : \frac{2}{5}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{6}{11}\left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{4} - \frac{25}{36}\right) + \frac{2}{3} : \frac{6}{5}\right] + 2 : \frac{2}{5}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{6}{11}\left(\frac{4}{3} + \frac{18}{12} - \frac{25}{36}\right) + \frac{2}{3} : \frac{6}{5}\right] + 2 : \frac{2}{5}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{6}{11}\left(\frac{48+54-25}{36}\right) + \frac{2}{3} : \frac{6}{5}\right] + 2 : \frac{2}{5}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{6}{11} \cdot \frac{77}{36} + \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{6}\right] + 2 : \frac{2}{5}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left[\frac{1}{3} - \frac{7}{6} + \frac{10}{18}\right] + 2 : \frac{2}{5}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{\left(\frac{3}{5}\right)^2 \cdot \left[\frac{6-21+10}{18}\right] + 2 \cdot \frac{5}{2}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{\frac{9}{25} \cdot \left(-\frac{5}{18}\right) + \frac{10}{2}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{-\frac{1}{10} + \frac{10}{2}\right\} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{4}{3}\left\{\frac{-1+50}{10}\right\} - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \cdot \frac{49}{10} - \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{196}{30} - \frac{2}{3} = \frac{196-20}{30} = \frac{176}{30} = \frac{88}{15}.$$

Capitolo V

34. Espressioni letterali.

Espressione letterale è l'insieme di numeri e lettere uniti fra loro da segni di operazione. Ogni lettera ha un determinato valore numerico e su di essa si possono applicare tutte le regole e le proprietà esposte precedentemente.

35. Monomi.

Si chiama *monomio* una espressione letterale nella quale non figurano somme e sottrazioni:

$$4a^2b \quad ; \quad -\frac{2}{3}ab^3c \quad ; \quad \frac{4}{7}c^3d^5 \quad ; \quad \frac{a^3bd^2}{c^4};$$

In un monomio si distinguono la parte numerica chiamata *coefficiente*, e le lettere con i loro esponenti chiamate *parte letterale*. Così, nel monomio $-7a^3bc^2$, 7 è il coefficiente; a^3bc^2 è la parte letterale.

Se il coefficiente manca si intende che esso è 1 per i monomi positivi, -1 per i monomi negativi.

I monomi si dicono *simili* se hanno uguale la parte letterale.

$$\frac{7}{3}a^2bc^3 \quad ; \quad a^2bc^3 \quad ; \quad 18\,a^2bc^3 \text{ sono simili.}$$

$$8\,a^2b^2c^3 \quad ; \quad 6\,ac^2 \quad ; \quad -2\,cb^3 \text{ non sono simili.}$$

36. Operazioni con monomi.

Somma e differenza. – Se i monomi non sono simili fra loro si scrivono uno di seguito all'altro con il segno che a ciascuno compete, come per i numeri relativi:

$$(-4ac^2) + (+7a^2b) + (-\frac{3}{4}a) = -4ac^2 + 7a^2b - \frac{3}{4}a$$

$$(+9a^2c) - (-17b^2) - (+3cd) = 9a^2c + 17b^2 - 3cd.$$

Se i monomi sono simili la loro somma o la loro differenza è data da un monomio che ha la stessa parte letterale e per coefficiente la somma o la differenza algebrica dei coefficienti:

$$(+12a^2b) + (+7a^2b) + (-a^2b) = 12a^2b + 7a^2b - a^2b = 18a^2b$$

$$(+2ab^2) - (+5ab^2) = 2ab^2 - 5ab^2 = -3ab^2.$$

Quando in una espressione letterale si sommano i monomi simili, si dice che si esegue la *riduzione dei termini simili.*

MOLTIPLICAZIONE. – Il prodotto di due o più monomi è un monomio che ha per coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale le lettere comuni e non comuni ai monomi elevate a un esponente somma degli esponenti con cui compaiono in ogni singolo monomio:

$$(3a^2bc) \cdot (-5ac) \cdot (ab^2) = -15\,a^4b^3c^2$$

$$\left(\frac{5}{3}ab^3\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}a^4b\right) \cdot \left(\frac{1}{7}bc^2\right) = -\frac{15}{84}a^5b^5c^2 = -\frac{5}{28}a^5b^5c^2$$

DIVISIONE. – Il quoziente fra due monomi è una frazione che ha per numeratore il monomio dividendo, e per denominatore il monomio divisore. Se nei due monomi vi sono fattori comuni questi vanno eliminati:

$$(-4a^3b^2c^4) : (2a\,b^2c^2) = \frac{-4a^3b^2c^4}{2a\,b^2c^2} = -2a^2c^2$$

$$(3a^2b^2c) : (7a^3c^2d^2) = \frac{3a^2b^2c}{7a^3c^2d^2} = \frac{3b^2}{7a\,c\,d^2}.$$

POTENZA. – Per elevare a potenza un monomio si eleva a potenza il suo coefficiente e si moltiplicano gli esponenti della parte letterale per l'esponente della potenza:

$$(16a^3b)^2 = 256a^6b^2$$

$$(-2a^2b^3c)^6 = +64a^{12}b^{18}c^6$$

37. **Polinomi.**

Si chiama polinomio la somma di più monomi:

$$4a^2b^3 + 3c^4\,d - 7a\,c^2.$$

38. Operazioni con polinomi.

SOMMA E DIFFERENZA. – Per sommare o sottrarre due o più polinomi, questi si scrivono uno di seguito all'altro, indi si tolgono le parentesi come per i numeri relativi e si riducono in termini simili se ve ne sono:

$$(a^2b - 4a\,c + 7a^2b^2) + (-4a^2b - 12a^2\,c + a^2b^2) =$$
$$= a^2b - 4a\,c + 7a^2b^2 - 4a^2b - 12a^2c + a^2b^2 =$$
$$= -3a^2b - 4a\,c + 8a^2b^2 - 12a^2c;$$

$$(a\,b^2 - 4a\,b - 5a^3b^2) - (-a^3b^2 + 2a\,b - a^2b) =$$
$$= a\,b^2 - 4a\,b - 5a^3b^2 + a^3b^2 - 2a\,b + a^2b =$$
$$= a\,b^2 - 6a\,b - 4a^3b^2 + a^2b.$$

PRODOTTO. – Per moltiplicare un monomio per un polinomio si moltiplica ogni termine del polinomio per il monomio e quindi si fa la somma dei prodotti ottenuti:

$$6a^2b^3\,(a^2b - 3a + 2b^3) = 6a^4b^4 - 18a^3b^3 + 12a^2b^6.$$

Per moltiplicare due polinomi si moltiplica ogni termine di un polinomio per ogni termine dell'altro, quindi si fa la somma dei prodotti ottenuti e si riducono i termini simili se ve ne sono:

$$(8a\,b^2 - 5a\,c)\;(3a - b^2 + 2a^2c) =$$
$$= 24a^2b^2 - 8a\,b^4 + 16a^3b^2c - 15a^2c + 5a\,b^2c - 10a^3c^2.$$

QUOZIENTE. – Per dividere un polimonio per un monomio si divide ogni termine del polinomio per il monomio, quindi si fa la somma dei quozienti ottenuti e si riducono i termini simili se ve ne sono:

$$(7a^2b^2 + 2a^3c - b^2c^2) : abc =$$
$$= \frac{7a^2b^2}{abc} + \frac{2a^3c}{abc} - \frac{b^2c^2}{abc} = \frac{7a\,b}{c} + \frac{2a^2}{b} - \frac{bc}{a}.$$

39. Prodotti notevoli.

Si indicano con tale nome alcuni prodotti particolari:

$$(a + b)\;(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2;$$
$$(a + b)^2 = (a + b)\;(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$
$$(a - b)^2 = (a - b)\;(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

40. **Uguaglianze.**

L'uguaglianza è l'identità fra due espressioni numeriche o letterali.

$$7 + 2 \cdot 4 = 19 - 2^2; \qquad a^2 - b^2 = (a - b)\ (a + b).$$

Proprietà. – Aggiungendo o togliendo a ciascun membro una uguale quantità, l'uguaglianza non cambia:

$$10 + 3 \cdot 2^2 = 3^3 - 5; \qquad 10 + 3 \cdot 2^2 + 6 = 3^3 - 5 + 6;$$

$$10 + 3 \cdot 2^2 - 3 = 3^2 - 5 - 3; \qquad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a + b)^2 + c = a^2 + 2ab + b^2 + c; \quad (a + b)^2 - d^3 = a^2 + 2ab + b^2 - d^3.$$

Moltiplicando o dividendo ciascun membro per una uguale quantità, diversa da zero, l'uguaglianza non cambia:

$$2^2 \cdot 4 + 6 = 3^3 \cdot 2 - 32; \qquad (2^2 \cdot 4 + 6) \cdot 15 = (3^3 \cdot 2 - 32) \cdot 15;$$

$$\frac{2^2 \cdot 4 + 6}{6} = \frac{3^3 \cdot 2 - 32}{6};$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2; \qquad (a - b)^2 c = (a^2 - 2ab + b^2)\, c;$$

$$\frac{(a - b)^2}{d} = \frac{a^2 - 2ab + b^2}{d}.$$

Si può trasportare un termine da un membro all'altro cambiandolo di segno:

$$3^2 \cdot 2 + 4 = 6 \cdot 5 - 8; \quad 3^2 \cdot 2 = 6 \cdot 5 - 8 - 4; \quad 3^2 \cdot 2 + 4 + 8 = 6 \cdot 5;$$

$$4 = 6 \cdot 5 - 8 - 3^2 \cdot 2;$$

$$ab + ac + cb - c = a\,(b + c) + c\,(b - 1);$$

$$ab + ac - c = a\,(b + c) + c\,(b - 1) - cb;$$

$$ab + ac + cb - c - a\,(a + c) = c\,(b - 1).$$

Se un membro dell'uguaglianza è un prodotto, si può trasportare uno dei suoi fattori all'altro membro a dividere ogni termine. Viceversa, se un membro è una frazione si può trasportare il denominatore all'altro membro a moltiplicare ogni termine:

$$3 \cdot 2^2 = 4 + 2^3; \qquad 2^2 = \frac{4 + 2^3}{3}; \qquad 3 = \frac{4 + 2^3}{2^2};$$

$$(a + b)\ (a - b) = a^2 - b^2; \qquad (a + b) = \frac{a^2 - b^2}{a - b}; \qquad (a - b) = \frac{a^2 - b^2}{a + b}.$$

$$\frac{7-3^3}{5}=\frac{2-10}{2}; \qquad 7-3^3=\frac{2-10}{2}5; \qquad \frac{7-3^3}{5}2=2-10;$$

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{a+b}=a+b; \qquad a^2+2ab+b^2=(a+b)\,(a+b).$$

41. Equazioni.

Quando in una uguaglianza un termine non è conosciuto questa assume il nome di *equazione*. Il termine incognito generalmente si indica con le lettere x, y, z.

$$12-2^2=3^2\cdot 2-x;$$

Risolvere una equazione significa trovare il valore dell'incognita. A questo si giunge applicando le regole relative alle uguaglianze. Pertanto:

$$12-2^2=3^2\cdot 2-x$$

da cui:

$$12-2^2-3^2\cdot 2=-x$$

da cui:

$$-10=-x; \qquad x=10.$$

$x=10$ si chiama radice dell'equazione.

42. Sistemi.

Si chiama *sistema* l'insieme di più equazioni con tante incognite quante sono le equazioni stesse. Per risolvere un sistema occorre trovare i valori delle incognite per i quali tutte le equazioni sono soddisfatte.

Diversi sono i metodi per risolvere un sistema. Qui ci limitiamo a ricordare il metodo più semplice.

Metodo di sostituzione. – Si isola una incognita nella prima equazione e la si sostituisce nelle altre. Si procede nello stesso modo fino a quando l'ultima equazione è diventata ad una sola incognita.

Dopo averla risolta si sostituisce il valore della sua radice nelle altre, una delle quali a sua volta diventerà ad una incognita. Risolta pure questa ultima si procede come prima fino a quando tutte le equazioni sono state risolte.

Esempio I. – Dato il sistema

$$\begin{cases} 7y+4x=3 \\ -x+22=6y, \end{cases}$$

isoliamo la y nella prima equazione:

$$\begin{cases} 7y = 3 - 4x \\ -x + 22 = 6y \end{cases} ; \qquad \begin{cases} y = \dfrac{3 - 4x}{7} \\ -x + 22 = 6y \end{cases} ;$$

sostituiamo y nella seconda:

$$\begin{cases} y = \dfrac{3 - 4x}{7} \\ -x + 22 = 6\,\dfrac{3 - 4x}{7}. \end{cases}$$

L'ultima equazione è diventata ad una sola incognita:

$$\begin{cases} y = \dfrac{3 - 4x}{7} \\ -7x + 22 \cdot 7 = 6 \cdot 3 - 6 \cdot 4x \end{cases} ; \qquad \begin{cases} y = \dfrac{3 - 4x}{7} \\ -7x + 154 = 18 - 24x \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} y = \dfrac{3 - 4x}{7} \\ -7x + 24x = -154 + 18 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} y = \dfrac{3 - 4x}{7} \\ 17x = -136 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} y = \dfrac{3 - 4x}{7} \\ x = -\dfrac{136}{17} \end{cases} ; \qquad \begin{cases} y = \dfrac{3 - 4x}{7} \\ x = -8 \end{cases}$$

Sostituiamo il valore di x nella prima equazione:

$$\begin{cases} y = \dfrac{3 - 4\,(-8)}{7} \\ x = -8 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} y = \dfrac{3 + 32}{7} \\ x = -8 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} y = \dfrac{35}{7} \\ x = -8 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} y = 5 \\ x = -8 \end{cases}$$

$y = 5$ e $x = -8$ si chiamano *radici del sistema.*

Esempio II. - Dato il sistema:

$$\begin{cases} -5x + 2y = -27z \\ 7x - 3z = -3y \\ 2x + 4y + 9z = 9, \end{cases}$$

isoliamo x nella prima equazione:

$$\begin{cases} -5x = -2y - 27z \\ 7x - 3z = -3y \\ 2x + 4y + 9z = 9 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} x = -\dfrac{-2y - 27z}{5} \\ 7x - 3z = -3y \\ 2x + 4y + 9z = 9 \end{cases} ;$$

sostituiamo x nelle altre equazioni:

$$\begin{cases} x = \dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z \\ 7\left(\dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z\right) - 3z = -3y \\ 2\left(\dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z\right) + 4y + 9z = 9 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} x = \dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z \\ \dfrac{14}{5}y + \dfrac{189}{5}z - 3z = -3y \\ \dfrac{4}{5}y + \dfrac{54}{5}z + 4y + 9z = 9 \end{cases} ;$$

isoliamo y nella seconda equazione:

$$\begin{cases} x = \dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z \\ \dfrac{14}{5}y + 3y = -\dfrac{189}{5}z + 3z \\ \dfrac{4}{5}y + \dfrac{54}{5}z + 4y + 9z = 9 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} x = \dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z \\ \dfrac{14 + 15}{5}y = \dfrac{-189 + 15}{5}z \\ \dfrac{4 + 20}{5}y + \dfrac{54 + 45}{5}z = 9 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z \\ \dfrac{29}{5}y = -\dfrac{174}{5}z \\ \dfrac{24}{5}y + \dfrac{99}{5}z = 9 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} x = \dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z \\ y = -\dfrac{174}{5} \cdot \dfrac{5}{29}z \\ \dfrac{24}{5}y + \dfrac{99}{5}z = 9 \end{cases} ; \qquad \begin{cases} x = \dfrac{2}{5}y + \dfrac{27}{5}z \\ y = -6z \\ \dfrac{24}{5}y + \dfrac{99}{5}z = 9 \end{cases} ;$$

sostituiamo y nelle altre equazioni:

$$\begin{cases} x = -\frac{2}{5}6z + \frac{27}{5}z \\ y = -6z \\ -\frac{24}{5}6z + \frac{99}{5}z = 9 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = -\frac{12}{5}z + \frac{27}{5}z \\ y = -6z \\ -\frac{144}{5}z + \frac{99}{5}z = 9 \end{cases} .$$

L'ultima equazione è diventata ad una sola incognita:

$$\begin{cases} x = -\frac{-12 + 27}{5}z \\ y = -6z \\ -\frac{-144 + 99}{5}z = 9 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} x = \frac{15}{5}z \\ y = -6z \\ -\frac{45}{5}z = 9 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = 3z \\ y = -6z \\ -9z = 9 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = 3z \\ y = -6z \\ z = -\frac{9}{9} \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = 3z \\ y = -6z \\ z = -1 \end{cases} .$$

Sostituiamo il valore di z nelle altre equazioni:

$$\begin{cases} x = 3(-1) \\ y = -6(-1) \\ z = -1 \end{cases} ; \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = +6. \\ z = -1 \end{cases}$$

$x = -3$; $y = +6$ e $z = -1$ si chiamano *radici del sistema.*

Capitolo VI

43. Teorema di Pitagora.

In un triangolo rettangolo la somma dei quadrati dei cateti è uguale al quadrato dell'ipotenusa.

Siano a, b, c le lunghezze dei lati del triangolo di fig. 1. Dal teorema di Pitagora si ha:

$$a^2 + b^2 = c^2; \qquad \sqrt{a^2 + b^2} = c.$$

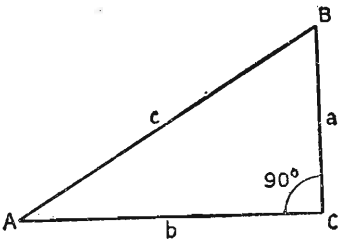


Fig. 1. – Triangolo rettangolo.

44. Coordinate cartesiane.

Su di un piano prendiamo due rette che si intersecano formando quattro angoli retti (fig. 2). Il punto di intersezione O si chiama *origine* degli assi, che a loro volta si chiamano *asse x* quello orizzontale e *asse y* quello verticale.

Sia P un punto qualsiasi del piano (fig. 3). Si conducano da esso le perpendicolari agli assi e si misurino le distanze da O dei punti H e K. Esse

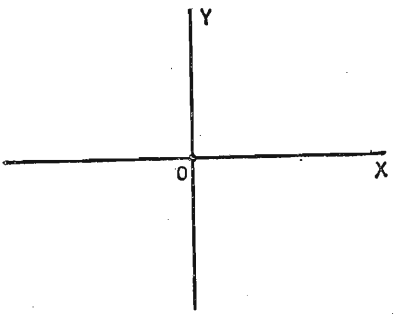


Fig. 2. – Sistema di assi cartesiani.

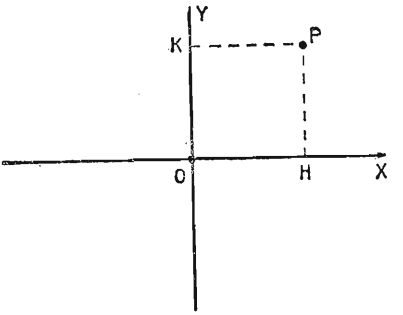


Fig. 3. – Coordinate di un punto riferite ad un sistema di assi cartesiani.

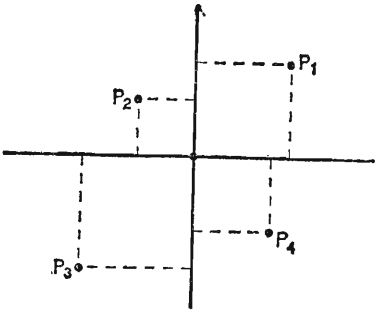


Fig. 4. – Coordinate di punti riferite ad un sistema di assi cartesiani.

sono per definizione le *coordinate* del punto P; OH è detta *ascissa*, OK *ordinata*. Si possono quindi determinare per qualsiasi punto del piano le sue coordinate riferite ad un sistema di assi cartesiani. Essendo O l'origine degli assi le sue coordinate sono O, O, si è quindi preso come verso positivo delle ascisse da O verso destra e delle ordinate da O verso l'alto.

I punti P_1, P_2, P_3, P_4 hanno rispettivamente (fig. 4):

P_1	ascissa	positiva,	ordinata	positiva
P_2	»	negativa,	»	positiva
P_3	»	negativa,	»	negativa
P_4	»	positiva,	»	negativa

45. Funzioni.

In precedenza si è parlato di grandezze direttamente od inversamente proporzionali. Si può anche dire che due grandezze che si trovano in queste condizioni sono una in funzione dell'altra. Così, ad esempio, l'area e il raggio del cerchio; lo spazio percorso da un corpo in movimento e il tempo impiegato a percorrerlo. Queste leggi si possono esprimere sotto forma di uguaglianze letterali, che sono rispettivamente:

$$A = \pi r^2 \text{ dove } A = \text{area}, \quad r = \text{raggio}, \quad \pi = 3{,}14;$$

$$S = v \cdot t \text{ dove } S = \text{spazio}, \quad v = \text{velocità}, \quad t = \text{tempo}.$$

46. Diagrammi.

Sugli assi di un sistema cartesiano si portano i valori delle due variabili di una funzione, quindi si tracciano tutti i punti che hanno coordinate che soddisfano all'equazione della funzione. La linea così ottenuta è detta *diagramma della funzione*. Praticamente, non essendo possibile trovare tutti questi punti, se ne ricava il maggior numero possibile e si uniscono fra loro con una linea continua.

Esempio. – Rappresentiamo su un diagramma le due leggi esposte precedentemente:

$S = v \cdot t$ supposta una velocità di 30 km/h

$A = \pi r^2$

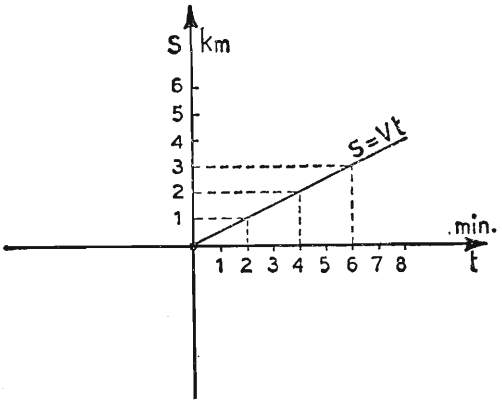


Fig. 5. - Esempio di rappresentazione grafica di una funzione.

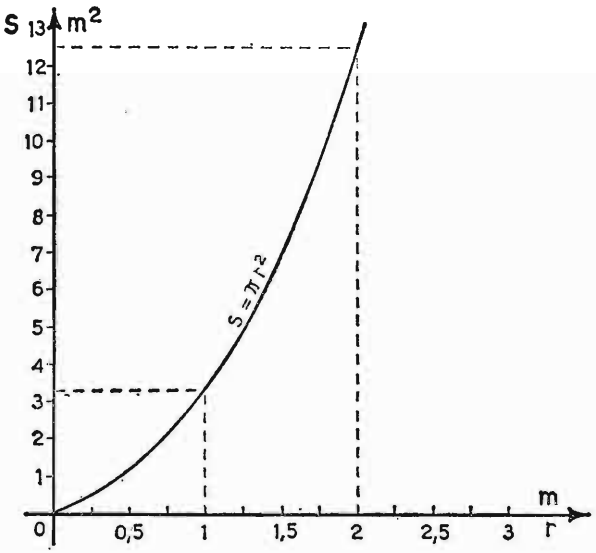


Fig. 6. - Esempio di rappresentazione grafica di una funzione.

47. Elementi di trigonometria.

Mediante la trigonometria si possono esprimere le relazioni che intercorrono fra gli angoli e i lati di un triangolo rettangolo. Prendiamo un cerchio di centro O (fig. 7), origine di un sistema di assi cartesiani, e di

raggio $\overline{OA} = 1$. Da un punto P sulla circonferenza tracciamo le perpendicolari agli assi $\overline{PS}$ e $\overline{PC}$ e il raggio $\overline{PO}$. Indichiamo con α l'angolo $\widehat{POA}$. Si chiama *seno dell'angolo* α (sen α) il rapporto fra $\overline{PS}$ ed $\overline{OA}$. Il rapporto fra $\overline{PC}$ ($= \overline{OS}$) e $\overline{AO}$ si chiama *coseno dell'angolo* α (cos α).

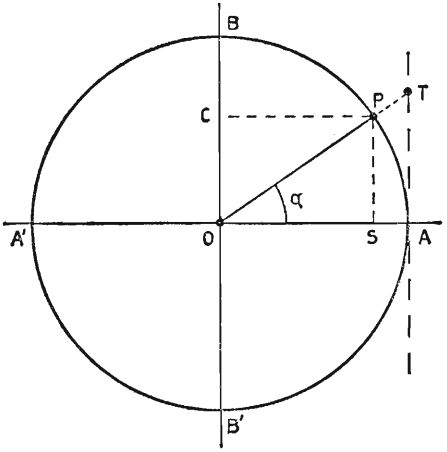


Fig. 7. - Cerchio trigonometrico.

Innalziamo da A la perpendicolare e prolunghiamo il raggio OP fino ad incontrarla nel punto T. Si chiama *tangente dell'angolo* α (tg α) il rapporto fra $\overline{TA}$ ed $\overline{OP}$. Essendo $\overline{OA} = \overline{OP} = 1$ si può scrivere

$$\text{sen } \alpha = \overline{PS} \quad ; \quad \cos \alpha = \overline{PC}$$
$$\text{tg } \alpha = \overline{AT}.$$

Dalla fig. 7 si vede come al diminuire dell'angolo il valore del seno e della tangente diminuiscono, mentre il coseno aumenta. L'inverso avviene quando l'angolo aumenta. Quando l'angolo è di 0° si ha che P coincide con A e C con O e si può scrivere:

$$\text{sen } 0^\circ = \frac{\overline{PS}}{\overline{OA}} = \frac{0}{1} = 0$$

$$\cos 0^\circ = \frac{\overline{PC}}{\overline{OA}} = \frac{1}{1} = 1.$$

Per $\alpha = 90^\circ$ P coincide con B e S con O:

$$\text{sen } 90^\circ = \frac{\overline{PS}}{\overline{OA}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\cos 90^\circ = \frac{\overline{PC}}{\overline{OA}} = \frac{0}{1} = 0.$$

Per $\alpha = 180^\circ$ P coincide con A' e C con O:

$$\text{sen } 180^\circ = \frac{\overline{PS}}{\overline{OA}} = \frac{0}{1} = 0.$$

$$\cos 180^\circ = \frac{\overline{PC}}{\overline{OA}} = \frac{-1}{1} = -1.$$

Per $\alpha = 270^\circ$ P coincide con B' e S con O:

$$\text{sen } 270^\circ = \frac{\overline{PS}}{\overline{OA}} = \frac{-1}{1} = -1.$$

$$\cos 270^\circ = \frac{\overline{PC}}{\overline{OA}} = \frac{0}{1} = 0$$

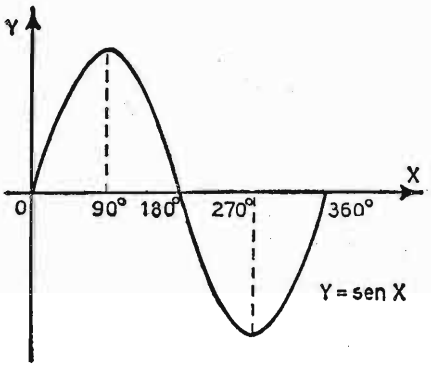


Fig. 8. - Rappresentazione grafica della funzione seno.

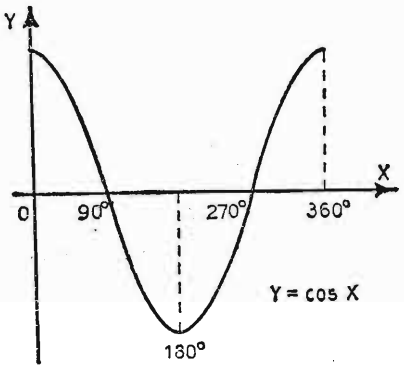


Fig. 9. - Rappresentazione grafica della funzione coseno.

Da queste considerazioni si vede come il valore del seno e del coseno oscillano fra i valori di 1 e — 1. Ponendo questi valori in ordinata e i valori degli angoli in ascissa si ottengono i diagrammi di fig. 8 per il seno e di fig. 9 per il coseno.

Applicando il teorema di Pitagora al triangolo OPS si può scrivere

$$\overline{OS}^2 + \overline{PS}^2 = \overline{OP}^2 \text{ da cui } \text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1.$$

48. Risoluzione dei triangoli rettangoli.

Prendiamo in considerazione due triangoli rettangoli simili (cioè aventi i tre angoli rispettivamente uguali e di conseguenza i lati in proporzione). Indichiamo con a, b, c e a', b' c' rispettivamente i cateti e le ipotenuse. Si può scrivere:

$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'} = \frac{a}{a'}$$

ed in particolare

$$\frac{c}{c'} = \frac{b}{b'} \quad \text{e} \quad \frac{c}{c'} = \frac{a}{a'}$$

da cui:

$$\frac{b}{c} = \frac{b'}{c'} \quad \text{e} \quad \frac{a}{c} = \frac{a'}{c'},$$

ossia per due triangoli rettangoli simili i rapporti fra i cateti e l'ipotenusa sono costanti.

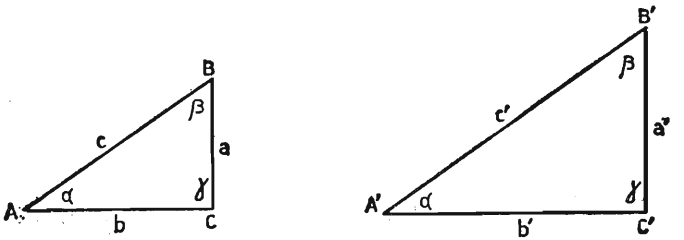


Fig. 10. – Esempio di triangoli simili.

Supposto che (fig. 10) c' sia uguale ad 1, si può scrivere

$$b' = \frac{b}{c} \quad \text{e} \quad a' = \frac{a}{c}.$$

Dal cerchio trigonometrico sappiamo che in un triangolo rettangolo (*OPS* in fig. 7) in cui l'ipotenusa (*OP*) sia uguale ad 1, i cateti sono rispettivamente uguali al seno dell'angolo opposto e al coseno dall'angolo adiacente.

$$a' = \text{sen}\ \alpha, \qquad b' = \cos \alpha,$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}, \qquad \text{sen}\ \alpha = \frac{a}{c},$$

$$a = c \ \ \text{sen}\ \alpha, \qquad b = c \ \ \cos \alpha \qquad c = \frac{a}{\text{sen}\ \alpha} = \frac{b}{\cos \alpha}$$

da cui si deduce che per un qualsiasi triangolo rettangolo il seno di un suo angolo è uguale al rapporto fra il cateto opposto e l'ipotenusa; mentre il coseno è il rapporto fra il cateto adiacente e l'ipotenusa:

$$\text{sen}\ \alpha = \frac{a}{c} \qquad \cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\cos \beta = \frac{a}{c} \qquad \text{sen}\ \beta = \frac{b}{c}.$$

Da queste ultime uguaglianze si vede che è

$$\text{sen } \alpha = \cos \beta, \qquad \cos \alpha = \text{sen } \beta;$$

per cui, ricordando che la somma degli angoli di un traingolo è 180° e che un angolo retto è 90°, si ha:

$$\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ, \qquad \alpha + \beta = 180^\circ - 90^\circ, \qquad \alpha = 90^\circ - \beta, \qquad \beta = 90^\circ - \alpha,$$

da cui:

$$\text{sen } \alpha = \cos \beta = \cos (90^\circ - \alpha)$$

$$\cos \alpha = \text{sen } \beta = \text{sen } (90^\circ - \alpha).$$

Il seno e il coseno di un angolo sono rispettivamente uguali al coseno e al seno del suo complementare. In un triangolo rettangolo è quindi sufficiente conoscere un lato e un angolo per calcolare gli altri elementi.

Definiamo ora il valore della tangente rispetto al seno e al coseno. Dalla fig. 7 si ha

$$\overline{OA} = 1$$

$$\text{tg } \alpha = \overline{TA} = \overline{OT} \text{ sen } \alpha$$

$$\overline{OA} = 1 = \overline{OT} \cos \alpha$$

da cui

$$\overline{OT} = \frac{1}{\cos \alpha};$$

sostituendo si ha

$$\text{tg } \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \text{ sen } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha}.$$

49. Vettori e numeri complessi.

Alcune grandezze, come ad esempio le forze, le velocità, i movimenti, non sono unicamente definite dalla loro intensità, ma devono avere una determinata linea di azione e un determinato verso. Queste grandezze si chiamano *vettoriali* e si rappresentano con segmenti proporzionali alla loro intensità, orientati secondo la linea di azione e terminanti con una freccia ad indicarne la direzione (*vettori*).

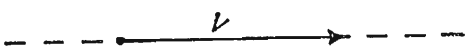


Fig. 11. – Rappresentazione grafica di una grandezza vettoriale.

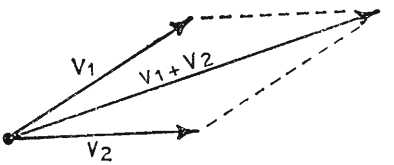


Fig. 12. – Somma di vettori.

TABELLA N. 1. – *Riassuntiva per la risoluzione dei triangoli rettangoli.*

Dati	Incognite	Sistema risolvente
$a,\ b$	$c,\ \alpha,\ \beta$	$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{a}{b}$ $\beta = 90^\circ - \alpha$ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$
$a,\ c$	$b,\ \alpha,\ \beta$	$\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{a}{c}$ $\beta = 90^\circ - \alpha$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$
$b,\ c$	$a,\ \alpha,\ \beta$	$\cos\alpha = \dfrac{b}{c}$ $\beta = 90^\circ - \alpha$ $a = \sqrt{c^2 - b^2}$
$a,\ \alpha\ (\beta)$	$b,\ c,\ \beta\ (\alpha)$	$c = \dfrac{a}{\operatorname{sen}\alpha}$ $\beta = 90^\circ - \alpha;\ (\alpha = 90^\circ - \beta)$ $b = c\cos\alpha$
$b,\ \beta\ (\alpha)$	$a,\ c,\ \alpha\ (\beta)$	$c = \dfrac{b}{\cos\alpha}$ $\alpha = 90^\circ - \beta;\ (\beta = 90^\circ - \alpha)$ $a = c\operatorname{sen}\alpha$
$c,\ \alpha\ (\beta)$	$a,\ b,\ \beta\ (\alpha)$	$a = c\operatorname{sen}\alpha$ $\beta = 90^\circ - \alpha;\ (\alpha = 90^\circ - \beta)$ $b = c\cos\alpha.$

La somma di due vettori è la diagonale del romboide che ha per lati i due vettori stessi. Se si devono sommare più vettori alla somma dei primi due si aggiunge il terzo e così via fino all'esaurimento dei vettori da sommare.

Operatore rotatore j. – Tutti i vettori si possono considerare come la somma di due vettori posti sugli assi x e y di un sistema di assi cartesiani (fig. 13). Con simbolismo matematico si scrive

$$\overline{Z} = \overline{X} + j\overline{Y}.$$

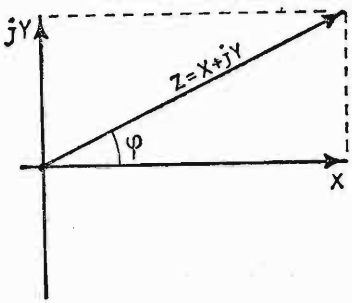


Fig. 13. – Somma di vettori perpendicolari fra loro.

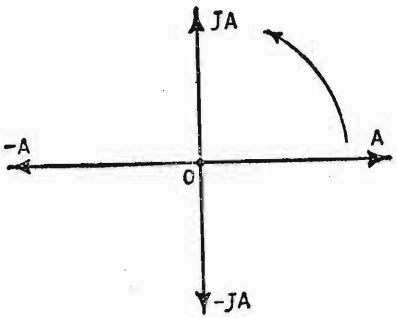


Fig. 14. – Rotazione dei vettori.

La lettera j sta ad indicare che il vettore $\overline{Y}$ è sfasato di 90° rispetto a X. Si abbia (fig. 14) un vettore $\overline{A}$. Se lo moltiplichiamo per j esso si sfasa di 90° e assume la posizione $j\overline{A}$. Se lo moltiplichiamo ancora per j il vettore si sfasa di altri 90°, ossia 180° in totale rispetto ad $\overline{A}$, per cui diventa $-\overline{A}$:

$$j \cdot j\overline{A} = j^2\overline{A} = -\overline{A},$$

da cui si vede che è

$$j \cdot j = j^2 = -1,$$

ossia:

$$j = \sqrt{-1}.$$

Se $-\overline{A}$ lo moltiplichiamo per j si ha un altro sfasamento di 90° e il vettore assume la posizione $-j\overline{A}$.

Percorrendo i quattro quadranti in cui è diviso il piano in senso antiorario o destrorso, partendo dal primo quadrante, si dice che i vettori che si incontrano per primi ritardano rispetto agli altri. Così $\overline{A}$ è in ritardo rispetto ad $j\overline{A}$ di 90°, jA lo è a sua volta di altri 90° rispetto a $-\overline{A}$ e $-j\overline{A}$ lo è rispetto ad $\overline{A}$.

Moltiplicare quindi un vettore per j significa ruotarlo di 90° in anticipo, mentre moltiplicarlo per $-j$ vuol dire ruotarlo di 90° in ritardo.

Riprendiamo il vettore $\overline{Z}$ di fig. 13:

$$\overline{Z} = \overline{X} + j\overline{Y}.$$

Il valore assoluto di Z è calcolabile col teorema di Pitagora:

$$Z = \sqrt{X^2 + Y^2}\ ,$$

oppure, conoscendo il valore dell'angolo α, con l'uso della trigonometria:

$$Z = \frac{X}{\cos\alpha} = \frac{Y}{\operatorname{sen}\alpha}.$$

Si abbiano due vettori:

$$\overline{Z_1} = \overline{X_1} + j\overline{Y_1} \quad \text{e} \quad \overline{Z_2} = \overline{X_2} + j\overline{Y_2}$$

e su di essi eseguiamo alcune operazioni.

Somma e sottrazione: si sommano o si sottraggono fra loro le parti senza j (*parte reale*) e quelle con la j (*parte immaginaria*):

$$\overline{Z_1} + \overline{Z_2} = (\overline{X_1} + \overline{X_2}) + j(\overline{Y_1} + \overline{Y_2})$$

$$\overline{Z_1} - \overline{Z_2} = (\overline{X_1} - \overline{X_2}) + j(\overline{Y_1} - \overline{Y_2})$$

Moltiplicazione: si esegue come il prodotto di due polinomi, ricordando che è $j.j = j^2 = -1$:

$$\overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2} = (\overline{X_1} + j\overline{Y_1})\,(\overline{X_2} + j\overline{Y_2}) = \overline{X_1}\,\overline{X_2} + j\overline{X_1}\,\overline{Y_2} + j\overline{Y_1}\,\overline{X_2} - \overline{Y_1}\,\overline{Y_2} =$$
$$= (\overline{X_1}\,\overline{X_2} - \overline{Y_1}\,\overline{Y_2}) + j(\overline{X_1}\,\overline{Y_2} + \overline{X_2}\,\overline{Y_1}).$$

Divisione: si elimina dal denominatore la j. Per fare ciò si moltiplicano numeratore e denominatore per un numero complesso uguale al denominatore ma con il termine immaginario opposto:

$$\frac{\overline{Z_1}}{\overline{Z_2}} = \frac{\overline{X_1} + j\overline{Y_1}}{\overline{X_2} + j\overline{Y_2}} = \frac{(\overline{X_1} + j\overline{Y_1})\,(\overline{X_2} - j\overline{Y_2})}{(\overline{X_2} + j\overline{Y_2})\,(\overline{X_2} - j\overline{Y_2})}$$

Ricordando il prodotto notevole

$$(a + b)\,(a - b) = a^2 - b^2$$

si ha

$$\frac{(\overline{X_1} + j\overline{Y_2})\,(\overline{X_2} - j\overline{Y_2})}{\overline{X_2}^2 + \overline{Y_2}^2} = \frac{(\overline{X_1} + j\overline{Y_1})\,(\overline{X_2} - j\overline{Y_2})}{\overline{X_2}^2 + \overline{Y_2}^2} =$$

$$= \frac{(\overline{X_1}\,\overline{X_2} + \overline{Y_1}\,\overline{Y_2})}{\overline{X_2}^2 + \overline{Y_2}^2} + j\,\frac{(\overline{X_2}\,\overline{Y_1} - \overline{X_1}\,\overline{Y_2})}{\overline{X_2}^2 + \overline{Y_2}^2}.$$

50. **Logaritmi.**

Nei capitoli precedenti si è visto come il prodotto

$$8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 4096$$

si indica più semplicemente

$$8^4 = 4096$$

dove 8 è chiamata base, 4 esponente.

Si chiama *logaritmo di un numero*, in una certa base, l'esponente che bisogna dare alla base per avere il numero. Così, ad esempio, il logaritmo di 4096 a base 8 è 4 e si scrive

$$\log_8 4096 = 4; \text{ infatti: } 8^{\log_8 4096} = 4096.$$

Noi ci occuperemo esclusivamente di logaritmi a base 10 o *decimali*, e di logaritmi a base e ($e = 2{,}7182$) o *naturali*.

Per definizione, sappiamo che qualsiasi numero elevato a 0 è uguale ad 1 per cui è

$$\log 1 = 0; \text{ infatti: } n^0 = 1.$$

Logaritmi decimali. – Per convenzione i logaritmi decimali si indicano solamente con: Log.

Sono facilmente calcolabili i logaritmi delle potenze intere positive e negative del 10.

$10 = 10^1$	quindi	$\text{Log } 10 = 1$
$100 = 10^2$	»	$\text{Log } 100 = 2$
$1000 = 10^3$	»	$\text{Log } 1000 = 3$
$0{,}1 = 10^{-1}$	»	$\text{Log } 0{,}1 = -1$
$0{,}001 = 10^{-3}$	»	$\text{Log } 0{,}001 = -3$
$1 = 10^0$	»	$\text{Log } 1 = 0.$

Da ciò si nota che il valore dei logaritmi dei numeri compresi fra 1 e 10 è compreso fra 0 e 1; mentre per quelli da 10 a 100 il valore dei logaritmi e compreso fra 1 e 2, ecc.:

$$\text{Log } 2 = 0{,}3010$$
$$\text{Log } 18 = 1{,}2553$$
$$\text{Log } 1400 = 3{,}1461.$$

La parte intera del logaritmo si chiama *caratteristica*, quella decimale *mantissa*.

Tutti i numeri sono riducibili ad un prodotto di una potenza intera del 10 e un numero compreso fra 1 e 10:

$$2396 = 1000 \cdot 2{,}396 = 10^3 \cdot 10^{\text{Log } 2{,}396} = 10^{(3 + \text{Log } 2{,}396)}$$

$$0{,}015 = 0{,}01 \cdot 1{,}5 = 10^{-2} \cdot 10^{\text{Log } 1{,}5} = 10^{(-2 + \text{Log } 1{,}5)}.$$

Quindi è sufficiente conoscere i valori delle mantisse dei numeri compresi fra 1 e 10 per poter determinare il valore dei logaritmi di tutti i numeri. La caratteristica invece è data, per i numeri superiori ad 1, dal numero delle cifre prima della virgola meno 1; e per quelli compresi fra 0 e 1, dal numero di 0 che precedono la prima cifra significativa.

Non esiste il logaritmo di un numero negativo.

I valori delle mantisse dei numeri compresi fra 1 e 10 sono raccolti in apposite tabelle.

Proprietà dei logaritmi. – Il logaritmo di un prodotto è uguale alla somma dei logaritmi dei fattori:

$$\text{Log } (15 \cdot 7 \cdot 9) = \text{Log } 15 + \text{Log } 7 + \text{Log } 9.$$

Il logaritmo di un quoziente è uguale alla differenza dei logaritmi del dividendo e del divisore.

$$\text{Log } (1412 : 742) = \text{Log } 1412 - \text{Log } 742.$$

Il logaritmo di una potenza è uguale al prodotto del logaritmo della base per l'esponente:

$$\text{Log } 18^{15} = 15 \text{ Log } 18.$$

Il logaritmo di una radice è uguale al quoziente del logaritmo del radicando e l'indice della radice:

$$\text{Log } \sqrt[5]{7} = \frac{1}{5} \text{ Log } 7.$$

Parte II

ELETTROTECNICA GENERALE

CAPITOLO I

COSTITUZIONE DELLA MATERIA

1. Molecola ed atomo.

Ogni corpo che cade sotto i nostri sensi è composto di materia, formata dall'associazione di una o più sostanze. Tutti i corpi sono suddivisibili in parti infinitesime, chiamate *molecole*. Se suddividiamo ulteriormente la molecola osserviamo che essa è composta da un insieme di *atomi*, di varie conformazioni a seconda delle sostanze componenti.

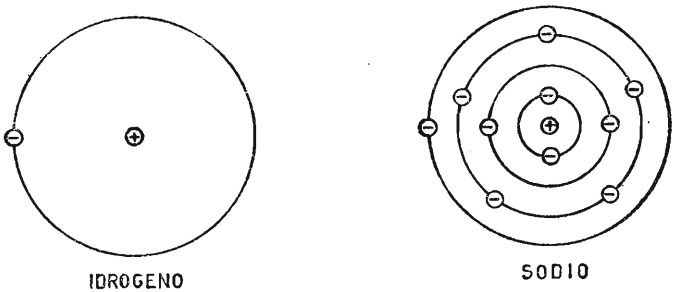


Fig. 15. - Modelli atomici secondo Bohr: — elettroni + positroni o protoni.

L'atomo è composto da un certo numero di *elettroni* (cariche negative), che ruotano in una o più orbite attorno ad un nucleo o agglomerato di *protoni* (cariche positive), in eguale numero di quelle negative e costante per atomo della stessa sostanza (fig. 15). Ogni atomo allo stato naturale si trova *elettricamente neutro*.

2. Elettrizzazione.

Elettrizzare un corpo significa creare uno squilibrio nell'atomo, alterando in esso la distribuzione delle cariche positive e negative. Così, se

nell'atomo immettiamo elettroni, esso ne viene ad avere una quantità eccedente: in questa condizione l'*atomo* si dice *carico negativamente*. Se invece dall'atomo togliamo elettroni, otterremo la condizione opposta (elettroni in difetto) per cui l'*atomo* si dice *carico positivamente*.

Peraltro queste condizioni non permangono nel tempo, ma, appena si verifica l'occasione, tendono ad equilibrarsi, cosicché l'atomo torna allo stato elettricamente neutro. L'atomo impoverito o arricchito di elettroni viene chiamato rispettivamente: *ione positivo* o *ione negativo*. Questo principio, di elettrizzazione permanente, viene sfruttato nella tecnica dei *transistori*, allorché si produce nel materiale puro (*germanio* o *silicio*) un inquinamento con sostanze appartenenti ad un altro gruppo di valenza. L'elettrizzazione può anche ottenersi in altri metodi: *per strofinio* (infatti tutti i corpi quando sono strofinati si elettrizzano); *per contatto* (se disponiamo di una sfera di ebanite elettricamente carica, dopo che è stata ad esempio strofinata con lana o pelle di animale, e ad essa ne accostiamo una seconda, fino a toccarla, notiamo che la prima sfera cede parte della sua carica alla seconda, caricandola elettricamente dello stesso segno). Infatti, ciò lo possiamo verificare osservando l'esperienza. Dopo qualche istante di contatto, le sfere si respingono, e questo perché ambedue sono elettricamente cariche e precisamente dello stesso segno, in quanto *cariche dello stesso segno si respingono*. Altro sistema di elettrizzazione è quello causato *per induzione*.

3. Intensità di corrente elettrica.

Se, con un conduttore metallico, colleghiamo la sfera precedente elettrizzata alla *terra* (tenuta come riferimento zero di potenziale elettrico), la sfera perde la sua carica elettrica cedendo al suolo la quantità di elettroni che aveva assorbito o ceduto durante l'elettrizzazione. L'equilibrio elettrico viene a stabilirsi in virtù di una *corrente di elettroni* che dalla sfera raggiunge la terra o viceversa, a seconda del segno della carica della sfera.

Chiamiamo allora *quantità di corrente elettrica* o *intensità di corrente elettrica*, il numero di elettroni che circolano attraverso il conduttore di unione. Ora, se attraverso detto conduttore circolano $6{,}25 \cdot 10^{18}$ elettroni in un secondo, si dice che ha circolato un *coulomb/sec.*, ossia un *ampère*, essendo:

$$1 \text{ coulomb/sec.} = 1 \text{ ampère}$$

l'unità di misura della corrente elettrica.

L'espressione che esprime la quantità di corrente Q, mediante il tempo e la corrente elettrica, è la seguente:

$$Q = I \times t$$

dove I è l'*intensità di corrente* e t *il tempo.*

La corrente elettrica è misurata da un apposito strumento chiamato *amperometro.*

4. Differenza di potenziale elettrico.

Per poter mantenere una circolazione costante di elettroni attraverso un conduttore, occorre un generatore di *cariche elettriche* o di *forza elettromotrice* (f.e.m.). Esso è costituito, nel caso di corrente continua, da una *pila* (o batteria di pile) o da un *accumulatore* (apparati di cui si suppone noto il funzionamento) i quali hanno disponibili all'uscita una coppia di morsetti: uno positivo ed uno negativo. Il senso di circolazione convenzionale della corrente elettrica, esternamente al generatore di cariche che alimenta un insieme di conduttori, va dal polo positivo a quello negativo. La f.e.m. che il generatore fornisce e che mantiene costante nel tempo, viene chiamata *differenza di potenziale elettrico* o *tensione elettrica.* L'unità di misura della differenza di potenziale elettrico (d.d.p.) simbolo E è il *volt* (V).

Lo strumento elettrico per la misura di detta d.d.p. si chiama *voltmetro.*

Capitolo II

RESISTENZA ELETTRICA DEI CONDUTTORI

5. Legge di Ohm.

Gli elettroni, circolando attraverso un conduttore, trovano più o meno facile il passaggio. I materiali si possono quindi classificare in buoni e cattivi conduttori della corrente elettrica. I cattivi conduttori sono buoni isolanti. Sono buoni conduttori quasi tutti i metalli.

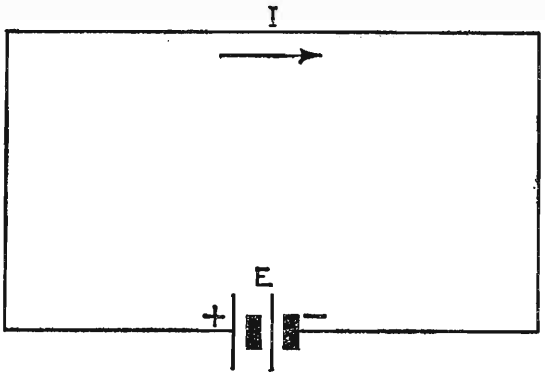


Fig. 16. – Batteria di pile alimentante un conduttore.

In un conduttore la tensione applicata e la corrente circolante sono grandezze direttamente proporzionali. Quindi, per uno stesso conduttore esiste una costanza di rapporto fra tensione applicata e corrente circolante. A questo particolare rapporto costante viene attribuito il nome di resistenza elettrica, indicata dal termine R e misurata in ohm (Ω), secondo l'espressione

$$\text{Resistenza} = \frac{\text{Tensione}}{\text{Corrente}} = \text{ohm} = \Omega,$$

dalla quale si ricavano le relazioni inverse.

$$V = R \cdot I, \qquad I = \frac{V}{R}.$$

Abbiamo parlato della resistenza elettrica del conduttore e, quindi, abbiamo ricavato il valore dal solo punto di vista elettrico, ossia dai parametri tensione e corrente. Ma esiste una seconda relazione, sempre per lo stesso conduttore, dettata dai dati geometrici del medesimo, relazione secondo la quale la resistenza elettrica del conduttore è direttamente proporzionale alla lunghezza l (misurata in metri) del conduttore, inversamente proporzionale alla sezione S (misurata in mm^2) del conduttore e dipende da un coefficiente ρ chiamato *resistività elettrica*, variabile in valore da materiale a materiale e misurato in $\Omega \cdot mm^2/m$ (i valori di ρ sono riportati, per i materiali di più frequente uso, nella Tabella 2).

TABELLA N. 2. – *Resistività e cofficiente di temperatura a* 0 °C.

Metallo	Resistività $\rho = \Omega mm^2/m$	Coeffic. di temperat. a 0 °C.
Argento	$\rho = 0{,}015$	$\alpha = 0{,}0036$
Rame	0,017	0,0043
Alluminio	0,028	0,0040
Tungsteno	0,050	0,0051
Zinco	0,060	0,0038
Platino	0,10	0,0035
Nichel	0,12	0,0052
Ferro	0,13	0,0048
Stagno	0,13	0,0045
Piombo	0,20	0,0037
Manganina	0,40	0,000006
Costantana	0,50	0,000008

La relazione che lega le grandezze prima esposte alla resistenza elettrica è la seguente:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}$$

da cui le relazioni inverse sono:

$$S = \rho \cdot \frac{l}{R} \qquad l = \frac{R \cdot S}{\rho} \qquad \rho = \frac{R \cdot S}{l}.$$

1° *Esempio.* – Si desidera conoscere la resistenza elettrica di un filo di zinco lungo 300 metri e avente un diametro di 2 mm.

Risoluzione: anzitutto, osservando la Tabella 2 si stabilisce il valore di $\rho = 0{,}06\ \Omega\ \mathrm{mm}^2/\mathrm{m}$. Successivamente si ha:

Sezione conduttore $= \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 1 = 3{,}14\ \mathrm{mm}^2$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} = 0{,}06 \cdot \frac{300}{3{,}14} = 5{,}73\ \Omega$$

2° *Esempio.* – Ricavare la lunghezza di un conduttore di rame, sapendo che quando ai suoi capi sono applicati 10 volt, circolano 4 amp. e che la sezione S è uguale a 5 mm^2.

Risoluzione: come prima operazione ricaviamo la resistenza elettrica del conduttore dai valori di tensione e corrente:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{10}{4} = 2{,}5\ \Omega$$

e quindi, essendo

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S},$$

si ha

$$l = \frac{R \cdot S}{\rho}$$

$$l = \frac{2{,}5 \cdot 5}{0{,}017} = 735 \text{ metri.}$$

6. Resistenza elettrica al variare della temperatura.

La resistenza elettrica di un materiale varia al variare della sua temperatura.

Nella maggior parte dei materiali la resistenza elettrica aumenta in maniera lineare con l'aumentare della temperatura. Tale aumento dipende anche da α, coefficiente di temperatura per ogni grado centigrado di aumento. I valori di α sono stati riportati nella Tabella 2 assieme a quelli della resistività elettrica per i vari metalli più comunemente usati.

Chiamando ΔR l'aumento della resistenza rispetto il valore nominale alla temperatura ambiente (di solito 20 gradi centigradi), la resistenza ad una certa temperatura vale

$$R_t = R_{20^\circ c} + \Delta R$$

dove è

$$\Delta R = R_{20^\circ c} \cdot \alpha \cdot (t_2 - t_1) = R_{20^\circ c} \cdot \alpha \cdot \Delta T.$$

Sostituendo, si ha

$$R_t = R_{20^\circ c} + R_{20^\circ c} \cdot \alpha \cdot \Delta t,$$

ed infine, raccogliendo $R_{20^\circ c}$ a fattor comune si ottiene l'espressione

$$R_t = R_{20^\circ c} (1 + \alpha \cdot \Delta T).$$

Esempio. – Un conduttore metallico, lungo 720 m, ha un diametro di 5 mm ed una resistenza elettrica di 1,0272 Ω a 0° C. Ricavare il materiale di cui esso è costituito, servendosi della tabella 2, ed il valore della resistenza a 80° C.

Risoluzione: dall'espressione

$$S = \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 19{,}625 \text{ mm}^2,$$

e quindi sostituendo nell'espressione di ρ, si ha

$$\rho = R \cdot \frac{S}{l} = \frac{1{,}0272 \cdot 19{,}625}{720} = 0{,}028 \ \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}.$$

Il materiale corrispondente a $\rho = 0{,}028$ è l'alluminio. Dalla medesima tabella ricaviamo $\alpha = 0{,}004$, per cui il valore della resistenza a 80° C è

$$R_{80^\circ C} = R_{0^\circ C} \ (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

$$R_{80^\circ C} = 1{,}0272 \, (1 + 0{,}004 \cdot 80) = 1{,}3559 \ \Omega.$$

7. Forze elettro-motrici e forze contro-elettro-motrici.

In un circuito elettrico vi possono essere: elementi che favoriscono la circolazione di corrente, chiamati *generatori di f. e. m.*, ed elementi che contrastano detta circolazione (resistenza elettrica dei conduttori, pile collegate in senso contrario al generatore, ecc.), chiamati *f. c. e. m.* (forze contro-elettro-motrici). Queste ultime sono di natura opposta ai generatori.

La corrente circolante dipende dalla presenza delle f. e. m. e delle f. c. e. m., ossia per calcolare la corrente si deve fare il rapporto fra la d. d. p. agente nel circuito (somma algebrica delle tensioni presenti) e la somma delle resistenze presenti nel circuito stesso.

Ad esempio, nel circuito di fig. 17 si desideri ricavare il valore della corrente circolante. Stabilito il senso della corrente nel circuito, si ha, considerando $E_1 > E_2$,

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2};$$

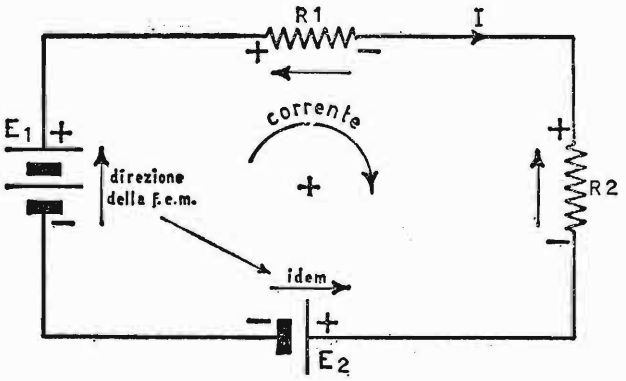


Fig. 17. - Circuito elettrico composto di f.e.m. e f.c.e.m. in serie.

da ciò si può anche ricavare

$$(R_1 + R_2) \cdot I = E_1 - E_2$$

ed infine:

$$E_1 = E_2 + R_1 I + R_2 I.$$

Da quest'ultima espressione possiamo dedurre che *in un circuito elettrico la somma degli elementi che provocano la circolazione di corrente è uguale alla somma degli elementi che la contrastano.* Cioè, in qualsiasi circuito elettrico chiuso è nulla la somma algebrica delle f. e. m e delle f. c. e. m. Ciò si dimostra portando nell'ultima espressione tutto al primo membro:

$$E_1 - E_2 - R_1 I - R_2 I = 0$$

CAPITOLO III

LEGGI DI KIRCHHOFF

Per estendere la nostra conoscenza a risolvere qualsiasi tipo di circuito elettrico, composto da elementi comunque collegati, è bene fissare le leggi che regolano ogni caso e lo rendono di estrema facilità.

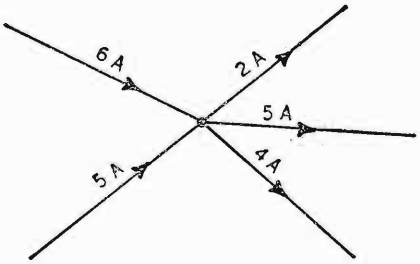


Fig. 18. – Esempio di nodo elettrico.

8. Legge dei nodi elettrici.

Se in un punto o nodo di un circuito elettrico giungono più conduttori percorsi da corrente, la somma delle correnti che arrivano è uguale alla somma delle correnti che se ne dipartono.

9. Legge delle maglie elettriche.

In un circuito elettrico chiuso, composto di f. e. m. e f. c. e. m. la somma della f. e. m. è sempre uguale alla somma delle f. c. e. m., ossia, partendo da un punto del circuito e facendo un giro completo nella maglia elettrica per ritornare al punto di partenza, è nulla la somma delle f. e. m. e delle f. c. e. m. che si incontrano.

10. Ponte di Wheatstone.

Un caso particolarmente interessante circa le due leggi enunciate è il circuito a ponte di Wheatstone, riportato in fig. 19, sul cui funzionamento sono basati tutti i ponti per la misura di *resistenze*, *induttanze*, *capacità*, *frequenze*, ecc.

Stabiliamo il senso di circolazione delle correnti internamente alle maglie.

Per ricavare i cinque valori di corrente occorre stabilire una serie di equazioni che racchiudano almeno quattro valori, ricavandone il quinto in funzione degli altri. È facile stabilire subito quattro equazioni di cui due relative alla maglia esterna ($E - R_2 - R_1$) e a quella interna ($E - R_3 - R_4$), e due rispetto ai nodi B e D.

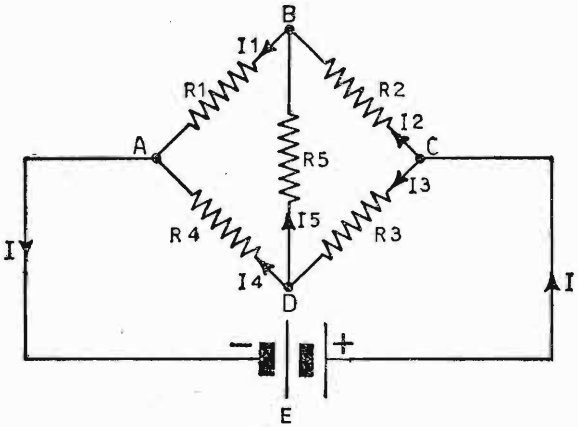


Fig. 19. - Ponte di Wheatstone.

Si ha pertanto:

1) $E - R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0$

2) $E - R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0$

3) $I_1 = I_2 + I_5$ (nodo B)

4) $I_3 = I_4 + I_5$ (nodo D)

Sostituiamo nella prima equazione in funzione di I_5 successivamente le correnti I_1 e I_2 ricavate dalla (3) e nella seconda equazione, sempre in relazione a I_5 rispettivamente le correnti I_3 e I_4, ottenendo così la soluzione per quattro valori di corrente; in seguito si cercherà di risolvere anche il valore della I_5.

$$1 \begin{cases} E - R_1 (I_2 + I_5) - R_2 I_2 = 0 \\ I_1 = I_2 + I_5 \end{cases}$$

$$2 \begin{cases} E - R_3 (I_4 + I_5) - R_4 I_4 = 0 \\ I_3 = I_4 + I_5 \end{cases}$$

$$(1)\ E - R_1 I_2 - R_1 I_5 - R_2 I_2 = 0$$

$$(2)\ E - R_3 I_4 - R_3 I_5 - R_4 I_4 = 0.$$

Raccogliendo la I_2 nella (1) si ha

$$I_2 (R_1 + R_2) = E - R_1 I_5$$

$$I_2 = \frac{E - R_1 I_5}{R_1 + R_2}$$

Raccogliendo la I_4 nella (2) si ha

$$I_4 (R_3 + R_4) = E - R_3 I_5$$

$$I_4 = \frac{E - R_3 I_5}{R_3 + R_4}.$$

Ricaviamo ora, con lo stesso sistema le correnti I_1 e I_3:

$$3 \begin{cases} E - R_1 I_1 - R_2 (I_1 - I_5) = 0 \\ I_2 = I_1 - I_5 \end{cases}$$

$$4 \begin{cases} E - R_3 I_3 - R_4 (I_3 - I_5) = 0 \\ I_4 = I_3 - I_5 \end{cases}$$

$$(3)\ E - R_1 I_1 - R_2 I_1 + R_2 I_5 = 0$$

$$(4)\ E - R_3 I_3 - R_4 I_3 + R_4 I_5 = 0.$$

Raccogliendo la I_1 nella (3) si ha

$$I_1 (R_1 + R_2) = E + R_2 I_5$$

$$I_1 = \frac{E + R_2 I_5}{R_1 + R_2}$$

Raccogliendo la I_3 nella (4) si ha

$$I_3 (R_3 + R_4) = E + R_4 I_5$$

$$I_3 = \frac{E + R_4 I_5}{R_3 + R_4}.$$

Resta allora da risolvere relativamente al termine I_5 che è il valore che più ci interessa per il circuito a ponte. Occorre quindi stabilire un'altra equazione che comprenda anche la suddetta corrente. Suggeriamo, ad esempio, la maglia (A B D). Si può scrivere

$$R_1 I_1 + R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0$$

Sostituendo alle correnti I_1 e I_4 i valori precedentemente ricavati, si ottiene

$$R_1\left(\frac{E + R_2 I_5}{R_1 + R_2}\right) + R_5 I_5 - R_4\left(\frac{E - R_3 I_5}{R_3 + R_4}\right) = 0$$

$$\frac{R_1 E}{R_1 + R_2} + \frac{R_1 R_2 I_5}{R_1 + R_2} + R_2 I_5 - \frac{R_4 E}{R_3 + R_4} + \frac{R_3 R_4 I_5}{R_3 + R_4} = 0.$$

Portando i termini che contengono le tensioni al secondo membro e riducendo tutto allo stesso denominatore, abbiamo

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I_5 + R_5 I_5 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} I_5 = \frac{R_4}{R_3 + R_4} E - \frac{R_1}{R_1 + R_2} E$$

ossia:

$$I_5 [(R_3 + R_4) R_1 R_2 + R_5 (R_1 + R_2) \cdot (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2)] =$$
$$= [R_2 R_4 - R_1 R_3] \cdot E$$

il primo membro si annulla quando sono

$$R_2 \cdot R_4 = R_1 \cdot R_3;$$

non essendo nulli i valori delle resistenze e della tensione nell'ultima uguaglianza, è nulla la I_5, cioè la corrente nel ramo centrale del ponte. In questa condizione i nodi B e D sono equipotenziali e il ponte si dice in *equilibrio*. Nel ponte in equilibrio il prodotto dei lati opposti è uguale.

Il circuito a ponte di Wheatstone serve come *misuratore di resistenze*. Conoscendo il valore di tre lati si può risalire al termine incognito. Infatti, se poniamo $R_4 = Rx$, possiamo scrivere:

$$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_3.$$

Il principio di funzionamento del ponte si estende anche in corrente alternata, dove è possibile, oltre le resistenze, misurare con discreta approssimazione induttanze, capacità e frequenze.

11. Collegamenti fra resistenze.

a) Resistenze in serie. – Due o più resistenze si dicono *collegate in serie*, quando sono disposte una di seguito all'altra secondo la fig. 20.

Il valore della resistenza totale od equivalente si ricava applicando la legge delle maglie elettriche:

$$E_t = E_1 + E_2 + E_3,$$

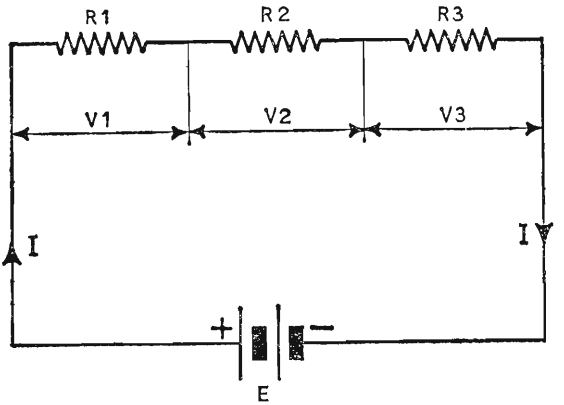


Fig. 20. – Collegamento di resistenze in serie.

ovvero la f.e.m. del generatore è uguale alla somma delle f.c.e.m. delle resistenze, per cui, essendo anche $E = RI$ con I corrente comune a tutte le resistenze, sostituendo si ha

$$R_t \cdot I = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I$$

e semplificando:

$$R_t = R_1 + R_2 + R_3.$$

Si dice allora che *la resistenza totale di più resistenze, collegate fra loro in serie, è uguale alla somma delle singole resistenze.*

b) Resistenze in parallelo. – Due o più resistenze si dicono *collegate in parallelo* quando i loro estremi sono collegati uno al morsetto positivo e l'altro a quello negativo del generatore, secondo la figura 21.

Il valore della resistenza totale o equivalente si ricava applicando la legge dei nodi elettrici

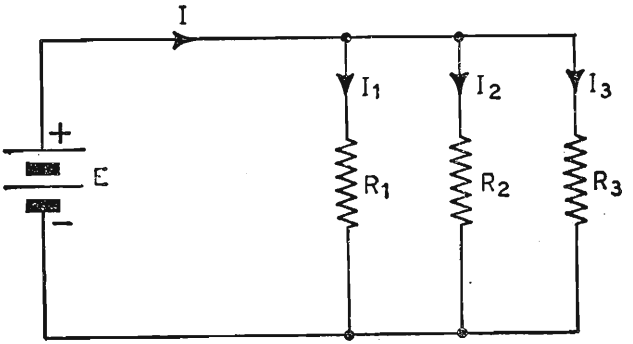


Fig. 21. – Collegamento di resistenze in parallelo.

$$I_t = I_1 + I_2 + I_3,$$

ovvero la corrente totale del generatore è uguale alla somma delle correnti circolanti nelle resistenze, per cui, essendo anche $I = \frac{E}{R}$, con E tensione comune a tutte le resistenze, sostituendo si ha:

$$\frac{E}{R_t} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} + \frac{E}{R_3}$$

e semplificando

$$\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}.$$

Si dice allora che *l'inverso della resistenza totale di più resistenze collegate fra loro in parallelo é uguale alla somma degli inversi delle singole resistenze.*

L'inverso di una resistenza si chiama conduttanza G, per cui possiamo anche scrivere

$$G_t = G_1 + G_2 + G_3$$

Se vi sono due sole resistenze fra loro in parallelo, la resistenza totale vale

$$R_t = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

mentre se vi sono n resistenze collegate fra loro in parallelo e tutte dello stesso valore, la resistenza totale vale

$$R_t = \frac{R}{n}$$

1° Esempio. – **È dato il circuito di figura 22 dove sono** $R_1 = 100\ \Omega$; $R_2 = 400\ \Omega$; $R_3 = 300\ \Omega$; $R_4 = 50\ \Omega$; $R_5 = R_6 = 200\ \Omega$; $R_7 = 500\ \Omega$; $R_8 = 25\ \Omega$. **Applicando una tensione di 100 volt, ricavare:**

a) **la resistenza totale del circuito;**

b) **la corrente totale circolante.**

Per facilitare i calcoli risolviamo il circuito come composto di tanti gruppi di resistenze indipendenti, ricavando per ciascuno di essi la resistenza equivalente, e quindi ne sommiamo i valori.

Iniziamo dal gruppo R_{1-3}

$$\frac{1}{R_{1-3}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3};$$

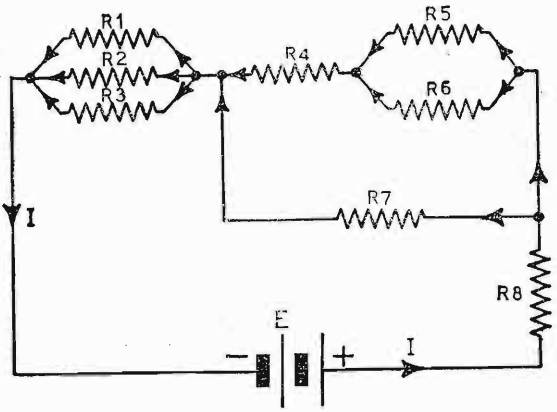


Fig. 22. - Circuito misto con collegamenti di resistenze in serie ed in parallelo.

riduciamo allo stesso denominatore

$$\frac{1}{R_{1-3}} = \frac{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}$$

Il valore inverso di questa espressione è la resistenza equivalente parallelo R_{1-3}:

$$R_{1-3} = \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot R_3}{R_2 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_3 + R_1 \cdot R_2};$$

sostituendo i valori si ha

$$R_{1-3} = \frac{10^2 \cdot 4 \cdot 10^2 \cdot 3 \cdot 10^2}{12 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^4} = 63{,}15 \ \Omega.$$

Il gruppo R_{4-7} va risolto per gradi, ossia

$$R_{5-6} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = \frac{4 \cdot 10^4}{4 \cdot 10^2} = 100 \ \Omega;$$

$$R_{4-6} = R_4 + R_{5-6} = 50 + 100 = 150 \ \Omega;$$

$$R_{4-7} = \frac{R_{4-6} \cdot R_7}{R_{4-6} + R_7} = \frac{150 \cdot 500}{650} = 115{,}38 \ \Omega.$$

Il circuito equivalente semplificato è rappresentato nella fig. 23.
Il valore della resistenza totale si ricava nel seguente modo:

$$R_t = R_{1-3} + R_{4-7} + R_8$$

$$R_t = 63{,}15 + 115{,}38 + 25 = 203{,}53 \ \Omega,$$

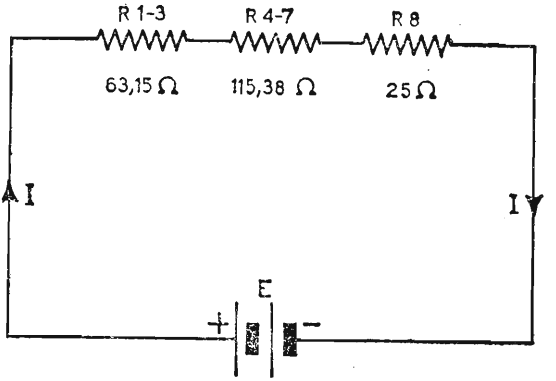


Fig. 23. - Circuito semplificato.

e quindi la corrente vale

$$I = \frac{E}{R_t} = \frac{100}{203{,}53} = 0{,}491 \text{ A.}$$

2° Esempio. - **Nel circuito di figura 24 si desidera conoscere il valore della corrente circolante erogata dalla batteria, avente una f. e. m. di 500 volt, sapendo che sono:** $R_1 = 100\ \Omega$; $R_2 = 150\ \Omega$; $R_3 = R_4 = 300\ \Omega$; $R_5 = 750\ \Omega$; $R_6 = 100\ \Omega$.

Analogamente al caso precedente, risolviamo separatamente i gruppi in parallelo e concludiamo l'esercizio come tante resistenze in serie equivalenti a ciascun gruppo misto.

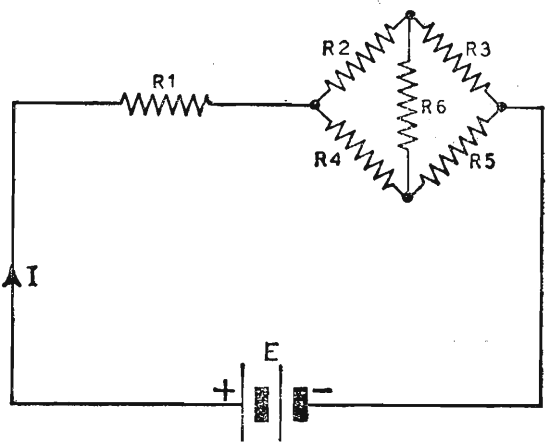


Fig. 24. - Circuito con resistenze disposte a ponte.

Esaminiamo il gruppo R_{2-6}. Il circuito relativo è alquanto complesso, perché si tratta di una disposizione a ponte e quindi di resistenze fra loro non perfettamente in parallelo.

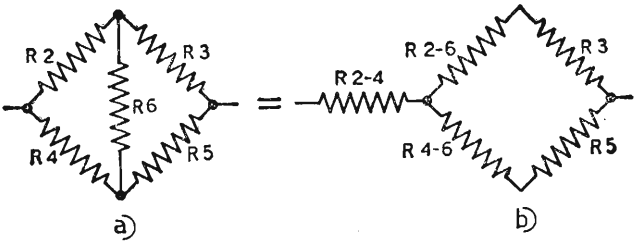


Fig. 25. - Trasformazione di un circuito a triangolo (a) in uno equivalente a stella (b).

Dall'esempio del ponte di Wheatstone possiamo dedurre che la soluzione sarebbe alquanto laboriosa se non ricorressimo ad un metodo semplificativo, consistente nel trasformare il circuito a triangolo $R_2R_4R_6$ in uno a stella e quindi procedere nei calcoli.

Per trasformare un circuito a triangolo in uno equivalente a stella (fig. 25) si procede nel seguente modo: *si fissano i valori delle resistenze sui lati del triangolo*; *ogni lato del circuito equivalente a stella è determinato dal rapporto fra il prodotto delle due resistenze che lo contengono e la somma dei lati del triangolo.* Si ottiene rispettivamente

$$R_{2-4} = \frac{R_2 \cdot R_4}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{150 \cdot 300}{150 + 300 + 100} = 82\ \Omega;$$

$$R_{4-6} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{300 \cdot 100}{150 + 300 + 100} = 54{,}5\ \Omega;$$

$$R_{2-6} = \frac{R_2 \cdot R_6}{R_2 + R_4 + R_6} = \frac{150 \cdot 100}{150 + 300 + 100} = 27{,}3\ \Omega.$$

Il circuito equivalente a quello dato è rappresentato in fig. 26.

Il valore della resistenza totale si ricava successivamente

$$R_{eq} \cdot (A - B) = \frac{327{,}3 \cdot 804{,}5}{327{,}3 + 804{,}5} = 232{,}6\ \Omega$$

$$R_t = 100 + 82 + 232{,}6 = 414{,}6\ \Omega;$$

la corrente circolante vale

$$I = \frac{500}{414{,}6} = 1{,}21 \text{ A.}$$

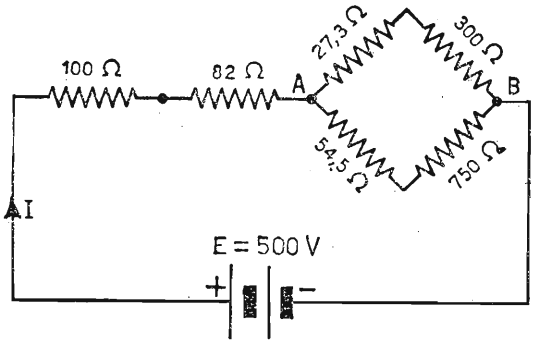


Fig. 26. – Circuito equivalente con i valori ricavati.

12. Concetto di potenza elettrica.

La potenza rappresenta il lavoro compiuto nell'unità di tempo. Per lavoro si intende il prodotto della forza per lo spostamento. Mentre nel campo meccanico esso consiste nel trasportare un corpo pesante x chilogrammi da un punto A ad uno B come in fig. 27, e nel moltiplicare poi

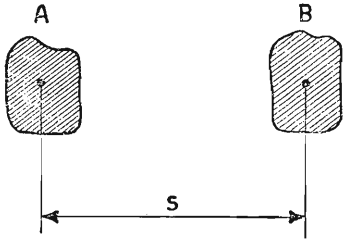


Fig. 27. – Spostamento del corpo dalla posizione A a quella B.

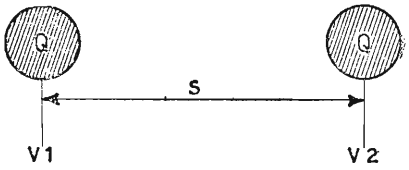


Fig. 28. – Spostamento della carica Q dal punto a potenziale V_1 a quello a potenziale V_2.

la forza occorrente per lo spostamento s, nel campo elettrico esso consiste nel trasportare una *carica elettrica* Q, da un punto V_1 ad uno V_2 di diverso potenziale attraverso un conduttore, come rappresentato in fig. 28. Il lavoro compiuto vale

$$\mathscr{L} = Q\,(V_2 - V_1),$$

o semplicemente, chiamando V la differenza $V_2 - V_1$ e sostituendo alla carica Q l'equivalente $I \cdot t$:

$$\mathscr{L} = I \cdot t \cdot V = \text{joule.}$$

La potenza elettrica vale

$$P = \frac{\mathscr{L}}{t} = \frac{V \cdot I \cdot t}{t} = V \cdot I = \text{watt,}$$

essendo il watt l'unità di misura della potenza elettrica. L'espressione della potenza elettrica, pur mantenendo le stesse dimensioni (il watt), può assumere altri aspetti, in virtù della legge di Ohm. Infatti, nell'espressione $P = V \cdot I$ al posto del termine I, possiamo sostituire l'equivalente $I = \frac{V}{R}$, oppure al posto del termine V l'equivalente $V = R \cdot I$, ottenendo rispettivamente

$$P = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R} \text{ (watt)}$$

$$P = I \cdot RI = R \cdot I^2 \text{ (watt — } \textit{Legge di Joule}\text{)}$$

13. Effetti principali prodotti da una corrente elettrica.

a) Effetto termico. – Quando una corrente elettrica circola attraverso un conduttore, per effetto della resistenza elettrica del conduttore stesso la tensione viene limitata, per cui esso viene interessato da una certa potenza elettrica, che viene interamente trasformata in calore secondo l'espressione

$$C = 0{,}00024 \cdot R \cdot I^2 \cdot t \text{ (grandi calorie),}$$

intendendo per *caloria* la quantità di calore occorrente per elevare di un grado centigrado la temperatura di un chilogrammo di acqua distillata (da 14,5 a 15,5 gradi centigradi).

Per limitare il dissiparsi in calore di gran parte della potenza da trasferire e nel contempo per non riscaldare il conduttore, danneggiandolo nelle sue funzioni, si fissano a priori per ogni sezione di conduttore e per ogni condizione di funzionamento determinate *densità di corrente* per mm^2:

1) per trasformatori, dove minima è la possibilità di raffreddamento, specialmente quelli schermati elettrostaticamente, per apparecchiature radioelettriche, la densità di corrente è fissata nei limiti $d = 2 \div 3$ amp/mm^2;

2) per motori elettrici, alternatori, dinamo, ecc., chiamati macchine elettriche rotanti, dove al raffreddamento collabora il movimento di rotazione del rotore, è $d = 3 \div 4$ amp/mm^2;

3) per linee esterne di distribuzione di energia elettrica, dove massimo è il contatto con l'aria, si può giungere fino a 5 amp/mm^2.

È ovvio che, per qualsiasi tipo di funzionamento, aumentando la sezione del conduttore è bene scegliere il limite inferiore per il valore della densità di corrente permessa.

Infine, per rendere minimo l'effetto termico nelle linee di distribuzione di energia elettrica (potenza inutilmente perduta), si eleva il potenziale della f.e.m., rendendo, a parità di potenza da trasferire, minima la corrente nel conduttore e quindi minime le perdite di energia in calore per effetto joule.

b) Effetto chimico. – È stato dimostrato che nell'acqua chimicamente pura non circola corrente elettrica. Però, se ad essa aggiungiamo in soluzione una piccola quantità di acido (solforico, nitrico, cloridrico, ecc.), oppure cloruro di sodio, si nota immediatamente un passaggio di corrente, che aumenta all'aumentare della quantità delle sostanze aggiunte. La corrente, circolando attraverso la soluzione, ne provoca una decomposizione chimica. Da ciò un sistema per separare le sostanze componenti la soluzione e raccoglierle opportunamente.

c) Effetto magnetico. – Quando in un conduttore circola corrente elettrica si genera, perpendicolarmente ad esso, un campo magnetico a linee concentriche e ad intensità minore, via via che se ne allontana.

CAPITOLO IV

ELETTROSTATICA

14. Campo elettrico.

Quando, fra due armature metalliche di superficie S, a distanza d, parallele ed isolate tra loro, applichiamo una d.d.p. per un tempo necessario per conferire una certa quantità di cariche alle armature affacciate e poi togliamo la batteria, si può verificare quanto segue:

a) la d.d.p. impressa dalla batteria rimane e, in assenza di perdite, senza mutare valore per un tempo indefinito;

b) collegando tra loro le superfici con un conduttore, si annulla la d.d.p. e conseguentemente si verifica una corrente circolante di senso opposto a quella che le ha caricate;

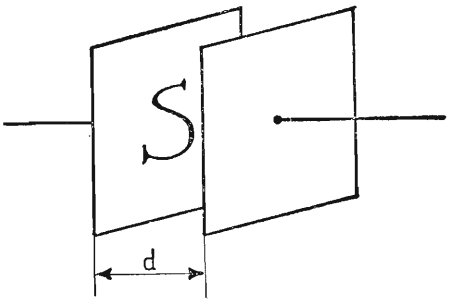


Fig. 29. – Esempio di superfici affacciate.

c) allontanando o avvicinando tra loro le armature, si modifica invece il valore della d.d.p. impressa; se si allontanano il potenziale aumenta, se si avvicinano diminuisce.

Queste ed altre condizioni dimostrano chiaramente che nell'interno delle due superfici considerate, alimentate da un generatore di tensione continua, si verificano fenomeni di natura elettrica, ossia esiste fra loro un *campo elettrico*.

Il campo elettrico può pensarsi come dovuto all'insieme delle linee di forza elettrica e degli effetti che richiamano le cariche positive da altrettante cariche negative che il generatore tiene seperate.

15. Intensità elettrica. Costante dielettrica.

Se le superfici sono veramente parallele e molto estese rispetto alla loro distanza, esiste tra esse un campo elettrico uniforme, non solo, ma esistono infinite superfici intermedie immaginarie, perpendicolari alle linee di forza elettrica, lungo le quali il potenziale si mantiene costante: sono le *superfici equipotenziali.*

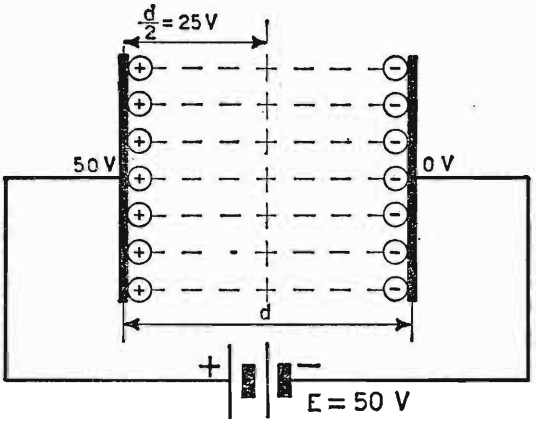


Fig. 30. – Disposizione delle cariche elettriche fra le armature.

Fra le armature, sedi di cariche di segno opposto, esiste una *forza di attrazione*, tanto maggiore quanto maggiore è l'energia che esse hanno immagazzinato e quanto minore è la distanza che le separa. Questa forza di attrazione ha la propria intensità definita dall'espressione

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 S} = \frac{\text{volt}}{m},$$

dove Q è la quantità di cariche spostate, S la superficie di una delle armature ed ε_0 la costante dielettrica dell'aria.

L'espressione dell'intensità della forza di attrazione assume anche il valore

$$E = \frac{V}{d} = \frac{\text{volt}}{m}$$

dove V è la d.d.p. applicata e d la distanza delle superfici.

16. Capacità.

Dall'espressione dell'intensità elettrica si può scrivere

$$Q = \varepsilon_0 \cdot S \cdot E \text{ coulomb}$$

e sostituendo ad E il valore ricavato in funzione del potenziale e della distanza, si ottiene

$$Q = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d} \cdot V = C \cdot V$$

Alle due armature affacciate ed uguali fra loro si dà il nome di *condensatore*, all'espressione $\frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d}$, il nome di *capacità del condensatore*.

È evidente che la capacità è tanto maggiore quanto maggiore è la superficie di una delle armature (nel conteggio si tiene presente una sola armatura), e quanto minore è la loro distanza, dipendendo dal coefficiente di proporzionalità ε_0 che si può ricavare e contrassegnare con l'apposita unità di misura:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d} \; ; \quad \varepsilon_0 = \frac{C \cdot d}{S} = \frac{\text{farad}}{m} = 8{,}86 \cdot 10^{-12}.$$

Se anziché l'aria si interpone come *dielettrico* una sostanza isolante (vetro, ebanite, mica, polistirolo, ecc.), si osserva che la capacità del condensatore aumenta, senza variare le condizioni geometriche del condensatore. L'aumento di capacità dipende dal termine ε_r *costante dielettrica relativa all'aria*, che si va ad affiancare al termine ε_0, secondo l'espressione

TABELLA N. 3. – *Costanti dielettriche relative all'aria.*

Materiali	ε_r
Aria	1
Carta	2
Carta paraffinata	3
Porcellana	4-6
Mica	5
Micanite	7
Politene	2-2,5
Quarzo	3,8

$$C = \varepsilon_r \, \varepsilon_0 \frac{S}{d},$$

al prodotto $\varepsilon_r \varepsilon_0$ si sostituisce ε denominato *costante dielettrica del mezzo*:

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0 \quad ; \quad \varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$$

A seconda del materiale impiegato, il termine ε_r assume valori che oscillano fra 2 e 8 (Tabella 3). La capacità di un condensatore di solito non è espressa in *farad*, unità di misura troppo grande, si usano i sottomultipli:

$$\mu F = \text{micro farad} = 10^{-6} \text{ farad}$$

$$pF = \text{pico farad} = \mu\mu F = 10^{-12} \text{ farad}$$

Esempio. – **Calcolare la capacità di un condensatore, sapendo che le superfici affacciate sono di forma quadrata, aventi il lato di cm. 10 e poste a distanza di 1 mm, con dielettrico aria. Ricavare inoltre il valore della capacità dello stesso condensatore, quando si interpone porcellana** $\varepsilon r = 5$.

Si applicano le espressioni

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d} \qquad \text{per dielettrico aria}$$

$$C = \varepsilon_r \, \varepsilon_0 \frac{S}{d} \qquad \text{per dielettrico porcellana.}$$

Sostituendo i valori, si ha

$$C = 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0{,}01}{0{,}001} = 88{,}6 \cdot 10^{-12} \text{ farad} = 88{,}6 \; pF \text{ (aria)}$$

$$C = 5 \cdot 8{,}86 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0{,}01}{0{,}001} = 443 \cdot 10^{-12} \text{ farad} = 443 \; pF \text{ (porcellana).}$$

17. Densità elettrica.

Riprendendo l'espressione dell'intensità di campo elettrico

$$Q = \varepsilon_0 \cdot S \cdot E,$$

valida per *campi elettrici uniformi*, trasportando il termine S al primo membro si ottiene una nuova grandezza del campo elettrico chiamata *densità di flusso elettrico*, con simbolo D. Essa rappresenta la quantità di cariche

o di linee di forza sull'unità di superficie, ossia

$$D = \frac{Q}{S} = \varepsilon_0 \cdot E,$$

considerando S perpendicolare alle linee di forza elettrica. Anche il termine D aumenta quando interponiamo fra le armature un dielettrico diverso dell'aria, secondo l'espressione

$$D = \varepsilon r \cdot \varepsilon_0 \cdot E = \varepsilon \cdot E.$$

18. **Energia elettrostatica.**

La batteria applicata fra le armature del condensatore, caricandolo, compie un lavoro elettrico, ossia fornisce al *condensatore* una *energia elettrostatica*. Essa viene restituita totalmente sotto forma di calore, quando si

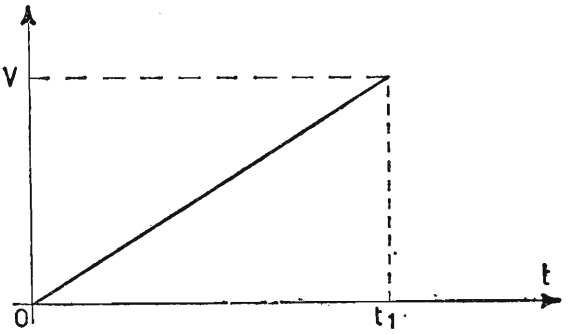


Fig. 31. – Rappresentazione grafica della funzione « tensione-tempo » prevista per variazione lineare.

cortocircuitano le due armature. Supponendo, per semplificare i calcoli, che la carica del condensatore avvenga con legge lineare, secondo il grafico di fig. 31 (ne siamo però lontani in quanto il condensatore si carica con legge esponenziale), dopo un certo tempo t_1 il condensatore ha raggiunto il valore massimo del potenziale, e contemporaneamente nel circuito ha circolato una corrente costante di carica. L'energia che il generatore ha fornito al condensatore è rappresentata dal prodotto dell'area $\frac{V.t}{2}$ (area del triangolo), per la corrente I, costante, ossia:

$$E = \frac{V \cdot t}{2} \cdot I \quad \text{(joule)}$$

od anche

$$E = \frac{Q \cdot V}{2} \quad \text{(joule);}$$

essendo $Q = C. V$, sostituendo si ha

$$E = \frac{1}{2} C \cdot V^2 \quad \text{(energia elettrostatica)}$$

Si definisce *rigidità dielettrica* il massimo potenziale che il condensatore può sopportare fra le armature senza che avvenga la distruzione del dielettrico. Essa è misurata in kvolt/m. Per avere un'idea del valore del potenziale, che provoca la rottura del dielettrico, in condizioni ambientali normali, per l'aria vale circa

25000 volt per 1 *cm* di distanza

100000 volt per 10 *cm* di distanza

Il valore della massima *d.d.p. sopportabile* cresce quando si interpone un coibente diverso dall'aria (vetro, mica, ecc.).

19. Collegamenti fra condensatori.

a) Condensatori in serie. – La tensione totale della batteria è uguale alla somma delle cadute di potenziale nei singoli condensatori, ossia

$$V = V_1 + V_2 + V_3;$$

ricordando che $V = \frac{Q}{C}$, sostituendo si ha

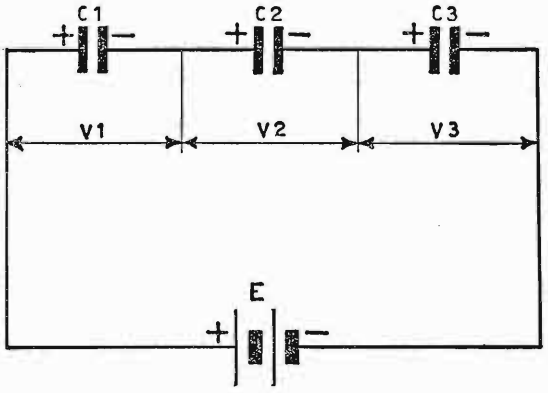


Fig. 32. – Collegamento di condensatori in serie.

$$\frac{Q}{C_t} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3};$$

semplificando ambo i membri per il termine comune Q si ottiene

$$\frac{1}{C_t} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Si può allora enunciare la legge: *l'inverso della capacità totale di più condensatori collegati fra loro in serie è uguale alla somma degli inversi delle singole capacità.*

Si noti che nel caso di condensatori uguali la capacità totale Ct è data dal rapporto fra il valore di un condensatore e il numero dei condensatori collegati, e cioè

$$C_t = \frac{\text{capacità di un condensatore}}{\text{numero dei condensatori}},$$

nel caso di due condensatori uguali in serie, è

$$C_t = \frac{C}{2}$$

b) Condensatori in parallelo. – La quantità di corrente che la batteria deve fornire ai condensatori è uguale alla somma delle quantità richieste da ciascun condensatore, ossia

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

esprimibile anche dall'espressione

$$C_t \cdot V = C_1 \cdot V + C_2 \cdot V + C_3 \cdot V;$$

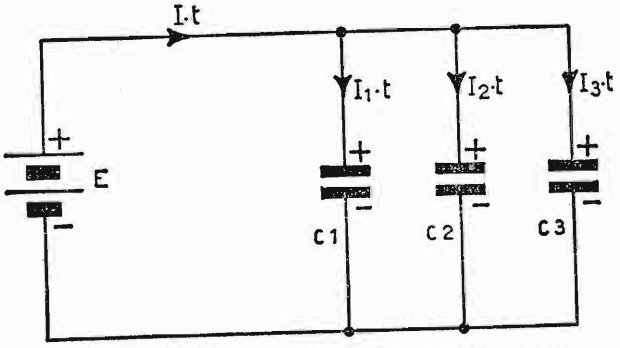


Fig. 33. – Collegamento di condensatori in parallelo.

semplificando ambo i membri per il termine comune V si ottiene

$$C_t = C_1 + C_2 + C_3.$$

Si può allora enunciare la legge: *la capacità totale di più condensatori collegati fra loro in parallelo, è uguale alla somma delle singole capacità.*

1° Esempio. – **Dato il circuito di fig. 34 ricavare:**

a) **il valore della capacità totale,**

b) **il valore della carica richiesta al generatore;**

c) **il potenziale nei punti V_1, V_2, V_3 considerati, alimentando il circuito mediante una batteria di f.e.m. = 90 volt.**

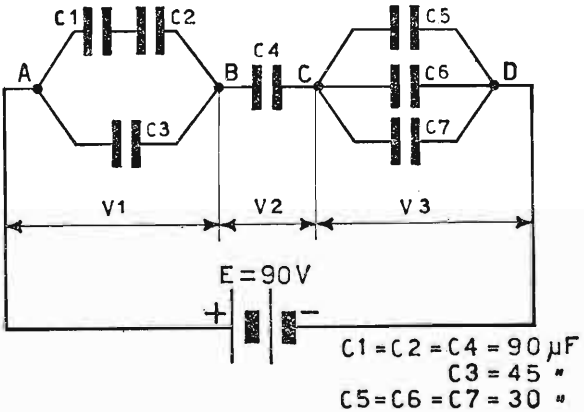


Fig. 34. – Circuito misto con collegamenti di condensatori in serie e in parallelo.

Per ricavare il valore della C_t è bene suddividere il circuito in tre parti (punti A,B,C,D) e ricavare separatamente il loro valore; indi considerare i tre condensatori equivalenti in serie; ossia:

$$C_{A-B} = \frac{C_1 + C_2}{2} + C_3 = (45 + 45)\,\mu F = 90\,\mu F$$

$$C_{B-C} = 90\,\mu F$$

$$C_{C-D} = C_5 + C_6 + C_7 = (30 + 30 + 30)\,\mu F = 90\,\mu F;$$

il valore della C_t vale semplicemente

$$C_t = \frac{90}{3} = 30\,\mu F.$$

La quantità di corrente richiesta alla batteria dai condensatori vale

$$Q = C_t \cdot V = 30 \cdot 10^{-6} \cdot 90 = 2{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ amp. sec.}$$
$$= 2{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ coulomb.}$$

Il potenziale ai capi di un condensatore si dispone in maniera inversamente proporzionale alla capacità secondo l'espressione

$$V = \frac{Q}{C}.$$

Nel nostro caso, avendo a disposizione nei punti considerati capacità uguali, la tensione ai capi di ciascun gruppo è di $\frac{1}{3}$ della totale, ossia 30 volt.

20. Carica e scarica di un condensatore attraverso una resistenza.

Nei moderni circuiti radiotecnici — quali generatori di tensioni non sinusoidali, generatori di tensioni impulsive a brevissimo tempo di circolazione e nelle più svariate branche dell'elettronica — spesso ci si serve, come circuito fondamentale, della carica e scarica di un condensatore attraverso resistenze. È per questo motivo che viene trattato, sia pure brevemente, questo tanto attuale argomento.

Il circuito fondamentale per la carica e per la scarica di un condensatore, attraverso una resistenza, è rappresentato nella fig. 35. Esso è formato da una batteria di tensione V_0, di una resistenza R, limitatrice della corrente circolante e di un condensatore C che si deve caricare o scaricare. Osserviamo separatamente i due casi:

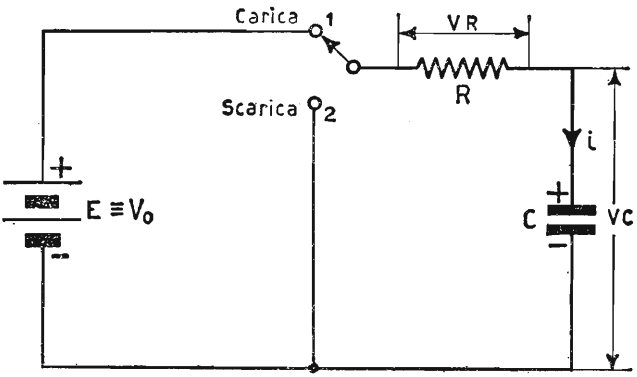


Fig. 35. – Circuito elettrico per la carica e scarica di un condensatore attraverso una resistenza.

a) CARICA. - Ponendo il commutatore in posizione *carica*, la tensione del condensatore V dal valore zero inizia a salire, tanto più rapidamente, quanto minore è il valore della resistenza R e, dopo un certo tempo, il potenziale ai suoi capi raggiunge lo stesso della batteria. Raggiunto questo potenziale, il condensatore si dice *carico*. Esso infatti oppone alla batteria una tensione uguale, per cui, supponendo nulle le sue perdite, nel circuito si arresta la corrente circolante. La caduta di potenziale V_R, massima all'inizio della carica, diventa nulla. Il valore della corrente circolante è ricavabile, istante per istante, dalla legge di Ohm generalizzata, ossia dall'espressione

$$V_o = v_c + Ri$$

si ricava

$$i = \frac{V_o - v_c}{R};$$

la corrente di carica è massima all'inizio per $v_c = O$ perché vale $i = \frac{V_0}{R}$ mentre è nulla a carica avvenuta perché allora è $v_c = V_0$ e quindi $i = O$.

La legge di carica del condensatore è determinata dalla curva esponenziale di fig. 36 ricavata per punti dall'espressione che ne regola l'andamento e che vale

$$v_c = V_o\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right),$$

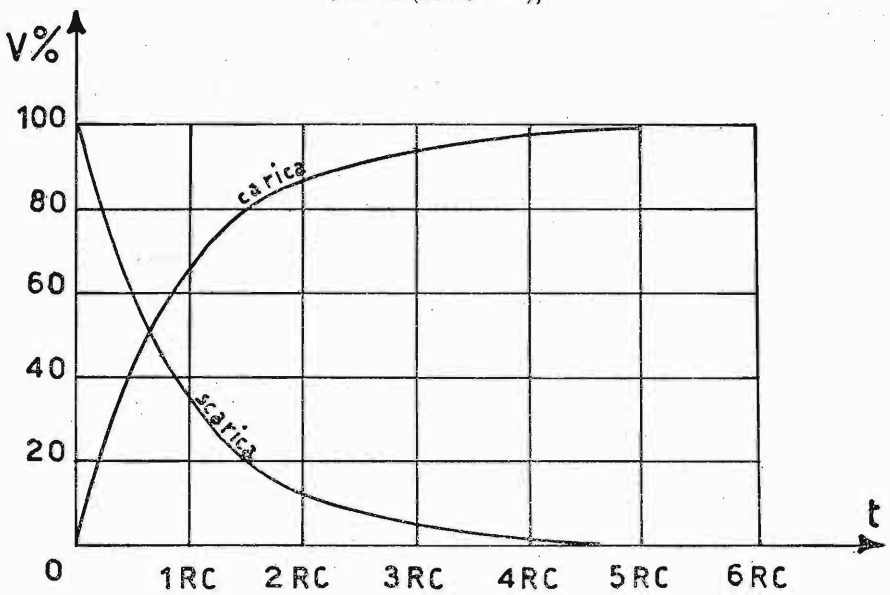


Fig. 36. - Legge di carica e scarica di un condensatore attraverso una resistenza.

dove sono: $e = 2{,}718\ldots$ base dei logaritmi Neperiani (o naturali), t il tempo che il condensatore impiega per portarsi ad un certo potenziale v_c, e il prodotto RC resistenza e capacità del circuito (la *costante di tempo*) misurata in secondi.

b) Scarica. – Ponendo il condensatore carico alla tensione V_0 in posizione scarica, la tensione ai suoi capi diminuisce gradualmente sino ad annullarsi. Durante la scarica circola una corrente opposta a quella di carica, di valore inizialmente elevato

$$i = \frac{V_o}{R} = \frac{v_c}{R},$$

e man mano decrescente al decrescere della tensione ai capi della capacità fino a zero quando è $v_c = O$.

La legge di scarica del condensatore è rappresentata dalla curva discendente del grafico di fig. 36, ricavata anch'essa per punti dall'espressione che ne regola l'andamento

$$v_c = V_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}}.$$

Il tempo che il condensatore impiega a raggiungere, nella scarica (cosa analoga si potrebbe fare anche per la carica), una certa tensione voluta v_c, si ricava successivamente

$$v_c = V_o \cdot e^{-\frac{t}{RC}};$$

$$v_c = \frac{V_o}{e^{\frac{t}{RC}}}$$

$$e^{\frac{t}{RC}} = \frac{V_o}{v_c}$$

Logaritmando ambo i membri

$$\log_e e^{\frac{t}{RC}} = \log_e \frac{V_o}{v_c}$$

si ottiene

$$t = RC \log_e \frac{V_o}{v_c},$$

tenendo presente che, per passare dai logaritmi decimali a quelli Neperiani, bisogna applicare la seguente regola:

$$\log_e \text{numero} = \frac{\log_{10} \text{numero}}{\log_{10} e} = \frac{\log_{10} \text{numero}}{0{,}4343} = 2{,}302 \cdot \log_{10} \text{numero}.$$

Chiamasi costante di tempo il tempo che il condensatore impiega per caricarsi al 63 % *o scaricarsi al* 37 % *del valore della tensione della batteria.* Carica e scarica sono fra loro *complementari.*

Un condensatore si ritiene praticamente carico al valore massimo (o scarico fino a zero), quando sono trascorse *cinque costanti di tempo* rispettivamente: dal collegamento con la batteria o dalla condizione di scarica.

ESEMPIO. – **Ricavare dal circuito di fig. 37 dopo che il condensatore si è caricato alla tensione di V = 300 volt., e si scarica attraverso la resistenza R:**

a) **la costante di tempo del circuito;**

b) **il tempo che trascorre affinché la tensione ai capi del condensatore scenda a 50 volt.**

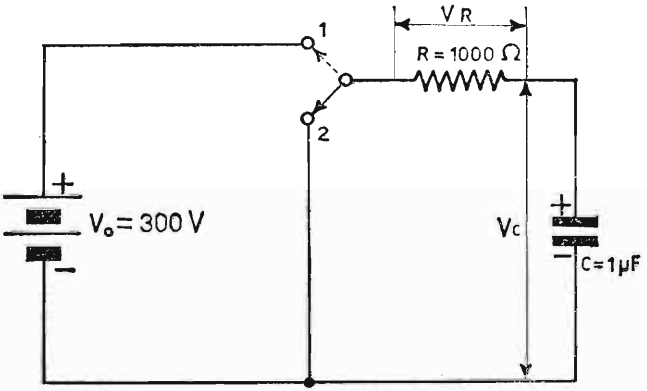


Fig. 37. – Circuito elettrico di scarica con componenti noti.

La costante di tempo vale

$$R \cdot C = 10^3 \cdot 10^{-6} = 10^{-3} \text{ sec} = 1\ m \text{ sec.};$$

per risalire al tempo richiesto si applica l'espressione

$$t = RC \log_e \frac{V_o}{v_c}$$

e quindi, sostituendo i valori, si ha

$$t = 10^3 \cdot 10^{-6} \cdot \log_e \frac{300}{50} = 10^{-3} \cdot \frac{\log_{10} 6}{0{,}4343}$$

$$t = 10^{-3} \cdot \frac{0{,}77815}{0{,}4343} \cong 1{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ sec.}$$

CAPITOLO V

MAGNETOSTATICA

21. Campo magnetico.

Prendendo una sbarretta di *magnetite* (magnete naturale), osserviamo che lo spazio circostante ne è influenzato. Infatti, si può verificare con corpuscoli di ferro, che esistono intorno al cosidetto magnete, delle linee di forza magnetica che, chiudendosi attraverso l'aria, escono da una estremità ed entrano nell'altra, secondo la fig. 38.

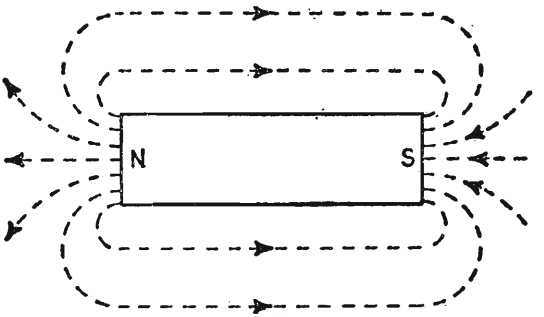


Fig. 38. – Rappresentazione delle linee di forza magnetica in un magnete permanente.

Convenzionalmente, e in armonia con il campo magnetico terrestre, le estremità del magnete si chiamano rispettivamente: polo *nord*, dove escono le linee di forza e polo *sud* dove si ricongiungono.

Se avvolgiamo attorno al magnete alcune spire di filo isolato e colleghiamo agli estremi del *solenoide* ottenuto, un *voltmetro balistico* (strumento che rivela direttamente un impulso di tensione), osserviamo che

sfilando rapidamente le spire dal centro del magnete verso una estremità, lo strumento indica un impulso di tensione di un certo segno e di segno opposto sfilando il solenoide dalla parte opposta.

Questi impulsi sono uguali in valore assoluto, se il tempo intercorso in entrambe le prove è stato uguale.

22. **Densità magnetica.**

Da questa indagine possiamo dedurre che, parallelamente al caso elettrico, esistono nel campo magnetico due *polarità di effetto opposto* La differenza sostanziale è che, mentre nel campo elettrico riusciamo a mantenere una ddp ai morsetti di un utilizzatore, mediante un generatore di cariche; nel campo magnetico, invece, un magnete permanente è fonte inesauribile di *forza di natura magnetica.* All'impulso di tensione che si raccoglie all'estremità di ogni polo viene dato il nome di carica magnetica, espressa in volt. sec./spira o weber e contrassegnata dal termine Φ.

Il termine Φ sta anche ad indicare il numero di linee magnetiche che attraversano tutta la superficie polare, o meglio il *flusso magnetico.*

Anche nel campo magnetico vige la regola: *poli di segno uguale si respingono, poli di segno contrario si attraggono,*

Il flusso che attraversa l'unità di superficie, ossia la *densità di flusso* viene espressa dalla relazione:

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\text{weber}}{\text{mq}}$$

23. **Intensità e permeabilità magnetiche.**

Un'altra unità di misura fondamentale del campo magnetico è *l'intensità di campo H*, definita dall'espressione

$$H = \frac{\Phi}{\mu_0 S} \qquad \frac{\text{amp. spire}}{\text{metro}}.$$

L'intensità è direttamente proporzionale al flusso ed inversamente proporzionale alla sezione delle linee magnetiche ed alla permeabilità magnetica; coefficiente di proporzionalità, quest'ultimo che nel caso di linee svolgentisi nell'aria vale

$$\mu_0 = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \qquad \frac{\text{henry}}{\text{m}}.$$

Sostituendo in quest'ultima espressione la densità di flusso al posto di

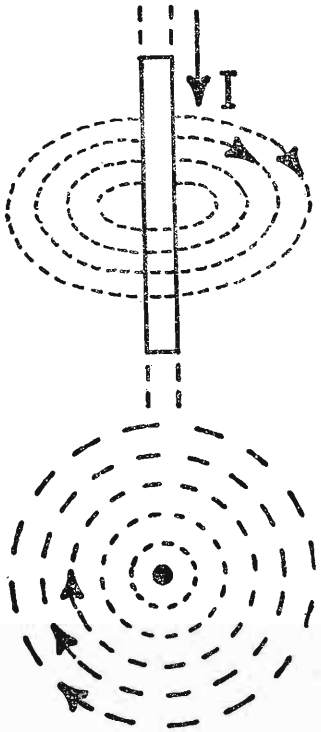


Fig. 39. – Andamento delle linee magnetiche in un conduttore percorso da corrente elettrica.

$\frac{\Phi}{S}$, si ottiene la relazione che lega l'intensità di campo magnetico alla densità di flusso:

$$B = \mu_0 \cdot H \qquad \frac{\text{Wb}}{\text{mq}}.$$

L'esperienza dimostra che, quando attraverso un conduttore circola corrente elettrica, attorno ad esso, e in maniera perpendicolare al conduttore stesso, si forma un campo magnetico, la cui intensità decresce allontanandosi via via dal conduttore. L'andamento delle linee magnetiche concentriche al conduttore quando la corrente entra è uguale al senso di rotazione delle lancette dell'orologio, ossia esse hanno senso orario (fig. 39).

Se, con il conduttore precedente, costruiamo qualche spira, per semplicità tutte eguali, e colleghiamo il tratto iniziale e quello finale rispettivamente ai poli positivo e negativo di una batteria, notiamo che, al circolare della corrente, il solenoide si comporta come un magnete permanente (figura 40).

Anche per il solenoide valgono le espressioni studiate precedentemente, potendo in questo caso esprimere l'intensità di campo magnetico mediante i dati geometrici del solenoide.

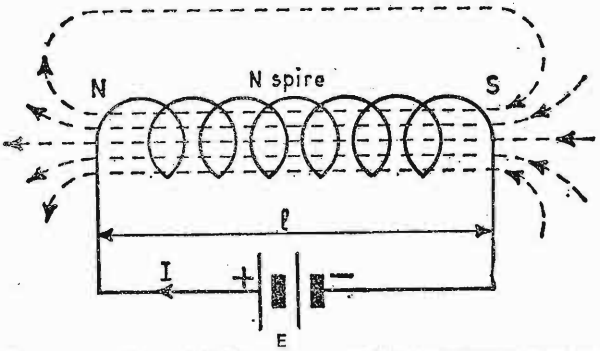


Fig. 40. – Rappresentazione delle linee magnetiche internamente ad un solenoide.

Si ha infatti

$$H = \frac{NI}{l} \quad \frac{\text{amp} \cdot \text{spire}}{\text{metro}},$$

ossia l'intensità di campo magnetico è tanto maggiore quanto maggiore è il numero delle spire ed elevata la corrente circolante, e tanto minore quanto più lungo è il solenoide stesso.

24. Circuiti magnetici.

Introducendo nel solenoide un nucleo di ferro o di acciaio dolce, in esso aumentano notevolmente le linee magnetiche e quindi la densità di flusso.

Infatti, qualsiasi materiale ferromagnetico favorisce la formazione di una quantità maggiore di linee magnetiche, in quanto possiede una permeabilità relativa all'aria μ_r dell'ordine di qualche migliaia di unità (Tabella 4). In presenza di un nucleo ferromagnetico la densità di flusso assume il valore

$$B = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot H = \mu H,$$

intendendo per $\mu = \mu_r \mu_0$ la *permeabilità del mezzo*, per cui se μ_r è dell'ordine di qualche migliaia, anche B è notevolmente aumentato assieme al flusso Φ. Mentre per l'aria esiste proporzionalità diretta fra intensità di campo e densità di flusso, in presenza di nucleo ferromagnetico tale condizione non è più verificabile. La fig. 41 rappresenta l'andamento della densità di flusso in funzione della intensità magnetica nei due casi: aria e ferro.

La curva relativa al nucleo ferromagnetico, detta anche curva di *prima*

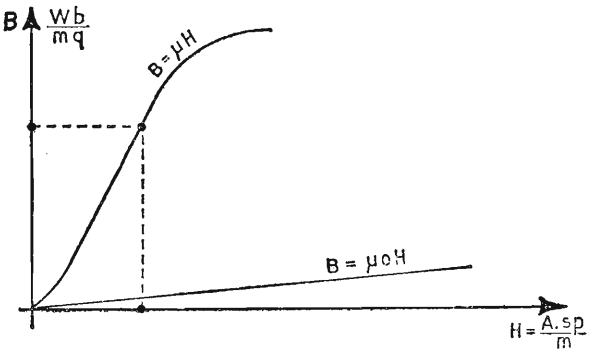


Fig. 41. – Curva di magnetizzazione per nucleo ferromagnetico. Confronto con la curva relativa all'aria.

magnetizzazione, mette in evidenza un ginocchio superiore ed uno inferiore uniti fra di loro mediante un tratto rettilineo. Di solito è nel tratto rettilineo che viene fissata la condizione di lavoro del nucleo.

Dall'espressione

$$B = \mu_o H,$$

$$B = \mu_o \cdot \frac{NI}{l},$$

si può ricavare

$$NI = \frac{B}{\mu_o} \cdot l \qquad \text{amp} \cdot \text{spire},$$

che rappresenta la quantità di amp. spire per ottenere nell'aria una certa densità di flusso.

Per nucleo ferromagnetico si ha invece

$$NI = \frac{B}{\mu_r \, \mu_o} \cdot l = \frac{B}{\mu} \cdot l \qquad \text{amp} \cdot \text{spire},$$

questo dimostra che se μ_r raggiunge anche qualche migliaia di unità, è molto vantaggioso ricorrere ad un mezzo ferromagnetico, risparmiando notevolmente, a parità di B nell'aria e nel mezzo, il numero delle amperspire di eccitazione.

Esempio. – **Un anello di ferro dolce, le cui dimensioni e la cui curva di magnetizzazione sono rappresentate in fig. 42, è provvisto di 400 spire percorse da 2 ampère. Si chiede:**

a) **l'intensità di campo H;**
b) **il flusso Φ nel nucleo;**
c) **la permeabilità μ del ferro.**

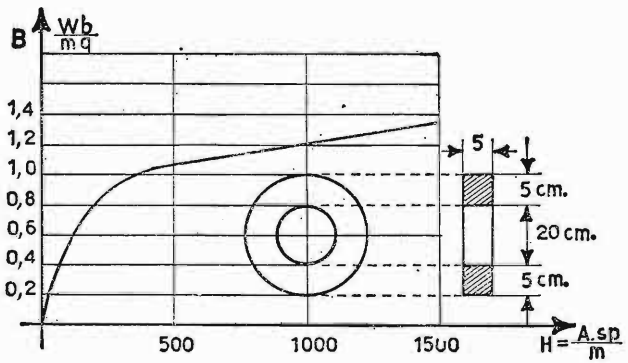


Fig. 42. – Curva di magnetizzazione per il nucleo ferromagnetico rappresentato sul diagramma.

a) *Intensità di campo magnetico*: occorre anzitutto conoscere la linea magnetica media, ricavabile dal diametro medio del nucleo.

$$l = \pi \cdot d_m = 3{,}14 \cdot 25 = 78{,}50 \text{ cm}$$

$$H = \frac{NI}{l} = \frac{400 \cdot 2}{0{,}785} = 1020 \ \frac{\text{amp} \cdot \text{spire}}{\text{m}}.$$

b) *Flusso magnetico*: dalla curva di prima magnetizzazione, in corrispondenza ad

$$H = 1020 \ \frac{\text{amp} \cdot \text{spire}}{\text{m}},$$

corrisponde una

$$B = 1{,}25 \ \frac{\text{Wb}}{\text{mq}},$$

per cui è

$$\Phi = B \cdot S = 1{,}25 \cdot 25 \cdot 10^{-4} = 31{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}.$$

c) *Permeabilità del ferro*: è ricavabile dall'espressione

$$B = \mu H;$$

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{1{,}25}{1020} = 1{,}22 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{henry}}{\text{m}}.$$

25. Riluttanza e permeanza magnetiche.

Riprendendo l'espressione $B = \dfrac{\Phi}{S}$ e notando che è

$$B = \mu H = \mu \frac{NI}{l},$$

essa ci permette, ricavando Φ dalla prima e sostituendolo nella seconda, di ottenere successivamente

$$\Phi = B \cdot S = \mu H \cdot S = \mu \frac{NI}{l} \cdot S.$$

Il flusso può essere anche espresso con

$$\Phi = \frac{NI}{\dfrac{l}{\mu S}};$$

ponendo ora

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S},$$

si ha

$$\Phi = \frac{NI}{\mathcal{R}}$$

(Legge di Hopkinson).

La grandezza $\mathcal{R}$ viene chiamata *riluttanza magnetica* del circuito e rappresenta la resistenza che le linee magnetiche incontrano nell'attraversare il mezzo.

La riluttanza magnetica assume il massimo valore per l'aria, mentre assume valori decrescenti impiegando mezzi via via ad alta permeabilità magnetica.

Il prodotto $N \cdot I$ viene chiamato *forza magneto-motrice*. Essa è capace di imprimere nell'aria o nel mezzo il flusso desiderato.

All'inverso della *riluttanza* viene dato il nome di *permeanza*, con simbolismo

$$\mathcal{P} = \frac{1}{\mathcal{R}}.$$

Essa è una grandezza analoga alla conduttanza di un circuito elettrico.

26. Circuito magnetico in presenza di traferro.

Si riesce ad ottenere un certo flusso magnetico in un mezzo diverso dall'aria ma ferromagnetico con un numero esiguo di NI (amp. spire), diminuendo di gran lunga la potenza di eccitazione. Si può obbiettare che ora le linee magnetiche non scorrono più nell'aria, dove potevano, lungo tutto il loro percorso, venire utilizzate per qualsiasi scopo; bensì esse scorrono in un nucleo toroidale o quadrangolare, tutto chiuso, dall'esterno del quale poco si sa di quello che avviene nell'interno.

Se si pratica una piccola fessura nel nucleo, interrompendone la continuità, praticando cioè un cosidetto traferro, si può, nel breve tratto, sfruttare un flusso notevolmente maggiore di quello che si otterrebbe con le stesse NI nell'aria, limitando però a qualche millimetro lo spessore del traferro. Infatti, le linee magnetiche, attraversando l'aria, tendono ad allargarsi e quindi a disporsi su di una superficie leggermente più grande.

Il termine che viene a variare notevolmente è l'intensità di campo H, in quanto, in presenza di traferro e considerando una linea magnetica completa, l'intensità H deve passare dal valore

$$H_{ferro} = \frac{B}{\mu_r \mu_o}, \qquad \frac{\text{amp. spire}}{\text{m}}$$

nel ferro, al valore

$$H_{aria} = \frac{B}{\mu_o}, \qquad \frac{\text{amp. spire}}{\text{m}}$$

nell'aria.

Questo fatto suggerisce che, in presenza di traferro, le NI di eccitazione si dividono: parte a superare la riluttanza nel ferro e parte quella dell'aria, ossia:

$$NI = H_a l_a + H_{fe} l_{fe}.$$

Possiamo quindi generalizzare il caso a nucleo avente tronchi a riluttanza diversa, dicendo che la riluttanza totale fra i tronchi l_1, l_2, l_3 ed l_4

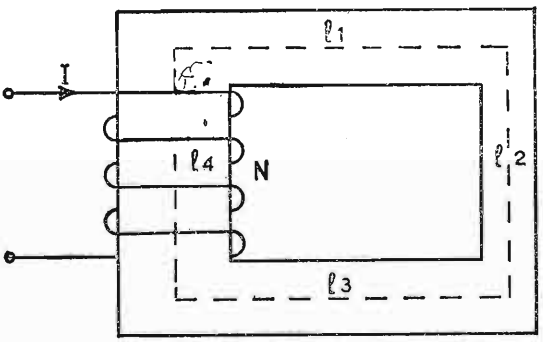


Fig. 43. – Circuito magnetico a riluttanza variabile.

ossia

$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{\mu S_1}, \qquad \mathcal{R}_2 = \frac{l_2}{\mu S_2}, \qquad \mathcal{R}_3 = \frac{l_3}{\mu S_3}, \qquad \mathcal{R}_4 = \frac{l_4}{\mu S_4}$$

è data dalla somma

$$\mathcal{R}_t = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_4$$

e la forza magneto-motrice totale vale

$$NI = \mathcal{R}_t \cdot \Phi,$$

ossia

$$NI = H_1 l_1 + H_2 l_2 + H_3 l_3 + H_4 l_4.$$

Alle volte può accadere di dover realizzare una certa induttanza con nucleo di ferro e di avere, in base alla corrente circolante, un numero esuberante di amp. spire; per ottenere il flusso desiderato. Giova allora ricorrere ad un traferro, per far cadere le NI eccedenti.

ESEMPIO. – **Un anello di ferro a sezione quadrata, di cm 15 di lato, avente un diametro interno di cm 40 e il diametro esterno di cm 70 è avvolto da 500 spire. Calcolare:**

a) l'intensità di corrente che deve attraversare le spire, per ottenere un flusso di 0,0225 weber;

b) il valore della corrente nella ipotesi di voler praticare un traferro di 2 mm di spessore, pur mantenendo costante il flusso magnetico.

a) *Intensità di corrente*: Anzitutto ricaviamo la sezione del nucleo:

$$S = 15 \cdot 15 = 225 \text{ cm}^2.$$

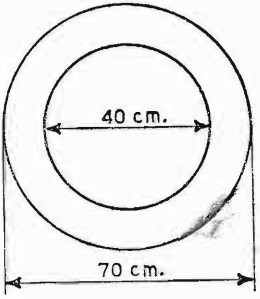


Fig. 44. – Nucleo ferromagnetico toroidale.

TABELLA N. 4. – *Valori di magnetizzazione per materiali di uso corrente*

Induzione B $\frac{Wb}{mq}$	Valori di H e di μr per $\mu o = 1{,}256 \cdot 10^{-6}$ henry								
	Lamierini		Lamiera		Acciaio fuso e ferro fucinato		Ghisa		Aria
	H Aspire/m	μr	H Aspire/m	μr	H Aspire/m	μr	H Aspire/m	μr	H Aspire/m
0,1	80	1.000	45	1.780	70	1.140	200	400	80.000
0,2	100	1.600	50	3.200	90	1.780	450	355	160.000
0,3	125	1.920	60	4.000	100	2.400	800	300	240.000
0,4	145	2.200	70	4.570	120	2.660	1.300	246	320.000
0,5	160	2.500	90	4.450	140	2.860	2.000	200	400.000
0,6	180	2.630	130	3.690	170	2.820	2.800	171	480.000
0,7	200	2.800	170	3.290	220	2.500	4.000	140	560.000
0,8	250	2.560	230	2.780	270	2.370	5.500	117	640.000
0.9	310	2.350	330	2.180	320	2.250	8.000	90	720.000
1,0	400	2.000	470	1.700	400	2.000	11.000	73	800.000
1,1	500	1.760	630	1.395	500	1.750	15.000	58	880.000
1,2	700	1.370	800	1.200	620	1.550	20.000	48	960.000
1,3	1.200	867	1.050	990	850	1.230	—	—	1.040.000
1,4	2.300	487	1.350	830	1.200	930	—	—	1.120.000
1,5	4.000	300	1.800	567	2.000	600	—	—	1.200.000
1,6	7.500	171	3.100	413	3.500	365	—	—	1.280.000
1.7	14.000	97	5.200	262	6.000	226	—	—	1.360.000
1,8	24.000	60	9.000	160	10.000	114	—	—	1.440.000
1,9	—	—	14.800	103	16.000	95	—	—	1.520.000
2.0	—	—	30.000	53	25.000	64	—	—	1.600.000

Pertanto è

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{0{,}0225 \text{ Wb}}{0{,}0225 \text{ mq}} = 1 \text{ Wb/m}^2.$$

Dalla Tabella 4 per ferro fucinato, in corrispondenza a $B = 1$ Wb/mq corrisponde una permeabilità relativa $\mu_r = 2000$. La permeabilità assoluta vale

$$\mu = \mu_o \mu_r = 1{,}256 \cdot 10^{-6} \cdot 2000 = 2500 \cdot 10^{-6} \frac{\text{henry}}{\text{m}}.$$

La lunghezza della linea magnetica media è data dall'espressione

$$l_m = \frac{D + d}{2} \cdot \pi = 0{,}55 \cdot 3{,}14 = 1{,}72 \text{ m},$$

mentre la riluttanza magnetica del nucleo vale

$$\mathscr{R} = \frac{l}{\mu S} = \frac{1{,}72}{2500 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}0225} = 0{,}031 \cdot 10^6 \frac{\text{amp . spire}}{\text{weber}}.$$

Dalla relazione

$$NI = \mathscr{R} \cdot \Phi$$

si ricava il valore cercato della corrente circolante.

$$I = \frac{\mathscr{R}\,\Phi}{N} = \frac{0{,}031 \cdot 10^6 \cdot 0{,}0225}{500} = 1{,}4 \text{ amp.}$$

b) *Corrente in presenza di traferro*: se lo spessore del traferro supera i 3, 4 mm bisogna moltiplicare la sezione del ferro per un fattore di correzione, in quanto le linee magnetiche abbandonate nell'aria, vanno ad occupare una superficie maggiore.

In queste condizioni la riluttanza totale vale la somma di quella nel ferro e quella nell'aria, ossia

$$\mathscr{R}_t = \frac{l_{fe}}{\mu_r \mu_o S} + \frac{l_a}{\mu_o S};$$

$$\mathscr{R}_t = \frac{1{,}718}{2500 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}0225} + \frac{0{,}002}{1{,}256 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}0225} = 101{,}5 \cdot 10^3 \frac{\text{amp} \cdot \text{spire}}{\text{weber}},$$

per cui la corrente in presenza di traferro, capace di mantenere lo stesso flusso precedente, vale:

$$I = \frac{\mathscr{R}_t \cdot \Phi}{N} = \frac{101{,}3 \cdot 10^3 \cdot 0{,}0225}{500} = 4{,}6 \text{ amp.}$$

27. Induttanza ed energia elettromagnetica.

L'espressione del flusso

$$\Phi = \mu_0 SH = \mu_0 S \frac{NI}{l},$$

nel caso di solenoide circolare, oppure rettilineo, purché sia la sua lunghezza molto grande rispetto la sezione linee magnetiche, rappresenta anche (moltiplicando per le N spire ambo i membri dell'uguaglianza) i volt · sec raccoglibili con le N spire, ossia

$$N\Phi = \frac{\mu_0 SN^2}{l} \cdot I = L \cdot I.$$

Appare in evidenza il termine L che rappresenta *l'impulso di tensione per variazione unitaria della corrente*, e che viene chiamato *induttanza* della bobina, misurata in volt · sec/amp. oppure henry, simbolo H. La sua espressione

$$L = \mu_0 \frac{S N^2}{l} \qquad \text{henry},$$

è in funzione ai dati geometrici della bobina, intendendo con S la sezione linee magnetiche e con l la loro lunghezza.

In pratica non si è di fronte a solenoide di forma toroidale o tanto meno di lunghezza infinita, per cui, volta per volta, si deve moltiplicare l'espressione di L per un *coefficiente correttore* K determinato dal rapporto

$$\frac{l}{d} = \frac{\textit{lunghezza solenoide}}{\textit{diametro solenoide}}.$$

TABELLA N. 5. – *Coefficienti correttori del Nagaoka per induttanze in aria.*

$\frac{l}{d} =$	∞	4	2	1	0,66	0,50	0,25	0,10	0,05
K =	1	0,88	0,82	0,69	0,60	0,52	0,37	0,20	0,12

Tale coefficiente varia fra i valori zero ed uno, riportati nella Tabella 5, ottenuta per qualche valore del rapporto anzidetto.

L'esatto valore dell'induttanza diventa allora

$$L = k \cdot \frac{\mu_o \, S \, N^2}{l}.$$

L'energia che la sorgente mette a disposizione alla bobina, detta *energia elettromagnetica*, si ricava per parallelismo a quella del campo elettrico, scambiando in quella V con I e l'induttanza L con la capacità C, ottenendo infine

$$E = \frac{1}{2} L \cdot I^2 \text{ (energia elettromagnetica).}$$

Questa energia viene assorbita dalla bobina quando si collegano i suoi morsetti alla batteria e viene interamente restituita, quando si interrompe la corrente nel circuito.

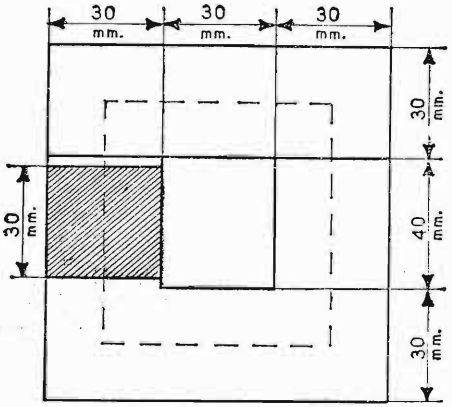


Fig. 45. - Nucleo ferromagnetico con disegnata la linea media.

ESEMPIO. - **Si desidera costruire una bobina di 4 henry, impiegando un nucleo di ferro al silicio. Essa dovrà essere percorsa da una corrente di 0,2 amp; l'induzione scelta è B = 0,5 Wb/mq il pacco dei lamierini è quello di fig. 45. Ricavare:**

a) **il numero delle spire necessarie;**

b) **verificare se le spire possono essere contenute nella finestra dei lamierini, fissando una densità di corrente di 3 amp/mmq e pensando ad un rendimento della finestra, in relazione alla particolare forma dei conduttori e all'isolante interposto fra strato e strato di spire, pari al 30 % della superficie totale;**

c) se le amp · spire sono esuberanti, ricavare lo spessore di cartoncino ($\mu_r = 1$) da porre sotto il giogo, per ottenere il traferro voluto.

a) *Numero delle spire.* – Dall'espressione

$$N\Phi = L \cdot I$$

si risale al numero delle spire N. Infatti:

$$N = \frac{L\ I}{\Phi} = \frac{4 \cdot 0{,}2}{0{,}5 \cdot 9 \cdot 10^{-4}} = 1780 \text{ spire.}$$

b) *Verifica del numero delle spire.* – Ammettendo una densità di corrente, come previsto nel paragrafo 13 di 3 amp/mmq, ricaviamo la sezione che deve avere il conduttore:

$$S = \frac{0{,}2}{3} = 0{,}066 \text{ mm}^2.$$

La sezione totale del filo vale

$$S_t = 0{,}066 \cdot 1780 = 117{,}48 \text{ mm}^2.$$

La sezione della finestra che abbiamo a disposizione dal nucleo, tenendo conto della perdita dovuta agli strati di materiale isolante e spazi fra conduttore e conduttore, vale

$$S = 30 \cdot 40 \cdot \frac{30}{100} = 360 \text{ mm}^2.$$

Possiamo quindi affermare che le 1780 spire vi alloggiano comodamente.

c) *Spessore dell'eventuale traferro.* – Le amp · spire totali valgono

$$NI = 1780 \cdot 0{,}2 = 356 \text{ amp} \cdot \text{spire tot.}$$

Per vincere la riluttanza dei lamierini ne servono (tenendo conto che la H_{fe} della Tabella 4 vale 160 amp · spire/m)

$$NI_{fe} = H_{fe} \cdot l_{fe} = 160 \cdot 0{,}26 = 41{,}6 \text{ amp} \cdot \text{spire,}$$

le eccedenti:

$$356 - 41{,}6 = 314{,}4 \text{ amp} \cdot \text{spire}$$

dovremo farle *cadere* nell'aria, in un traferro la cui lunghezza vale

$$l = \mu_o \frac{NI}{B} = 1{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{314{,}4}{0{,}5} = 0{,}787 \cdot 10^{-3} \text{ metri.}$$

Lo spessore del cartoncino da porre sotto il giogo, tenendo conto che si inserisce due volte nel circuito magnetico, vale 0,393 mm.

CAPITOLO VI

MUTUA INDUZIONE

28. Coefficiente di mutua induzione e coefficiente di accoppiamento.

Il principio della mutua induzione è un elemento basilare in tutti quei circuiti elettrici dove si desidera trasferire una grandezza da un sistema ad un altro per via magnetica.

Esso sfrutta le proprietà del campo magnetico: infatti, se un solenoide è percorso da corrente elettrica, genera attorno a sé un campo magnetico, così come, immergendo il solenoide in un campo magnetico si può osservare ai suoi capi una f.e.m. di *autoinduzione* e quindi una corrente circolante, quando ai suoi estremi è collegato, ad esempio, un amperometro.

Esistono quindi due diverse manifestazioni di induzione, e precisamente: *autoinduzione* e *mutua induzione*. È di questa seconda forma che ci preoccuperemo particolarmente. Supponiamo di avere a disposizione il circuito di fig. 46: applichiamo al primo circuito (primario) una f.e.m. E_1 e, mediante una resistenza variabile, aumentiamo linearmente la corrente circolante portando I_1 dal valore I_1' a quello I_1''. L'espressione della *variazione di flusso* causato dal primo circuito vale:

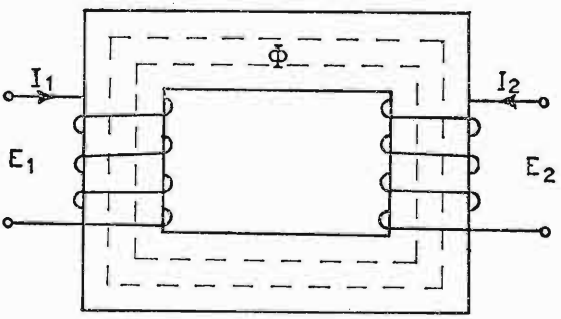


Fig. 46. – Rappresentazione di circuiti mutuamente accoppiati.

$$\Delta\Phi = \frac{N_1}{\mathcal{R}} \Delta I_1,$$

intendendo con $\Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ la variazione di flusso e con $\Delta I_1 = I_1''-I_1'$ la variazione della corrente.

Dividendo ambo i membri dell'espressione precedente per il tempo impiegato nella variazione, si ricava il valore medio della tensione:

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{N_1}{\mathcal{R}} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \text{ (volt/spira).}$$

Supponendo ora che il secondo avvolgimento (secondario) abbracci tutto il flusso creato dal circuito primario, allorché nel primario vi è una *variazione di corrente* ΔI_1 nel tempo e quindi una *variazione di flusso* $\Delta \Phi$ la f.e.m. secondaria vale

$$E_2 = \frac{N_2 \, N_1}{\mathcal{R}} \cdot \frac{\Delta I_1}{\Delta t} \text{ volt.}$$

Lo stesso fenomeno accade quando la corrente varia nel secondario. Infatti, nel primario si raccoglie una *f.e.m. di mutua induzione*

$$E_1 = \frac{N_1 \, N_2}{\mathcal{R}} \cdot \frac{\Delta I_2}{\Delta t} \text{ volt.}$$

L'effetto è reversibile. In ambedue le espressioni esiste lo stesso coefficiente di proporzionalità

$$\frac{N_1 \, N_2}{\mathcal{R}}$$

cui viene dato il nome di *coefficiente di mutua induzione* e il simbolo M. Le f.e.m. si possono esprimere anche nella forma

$$E_1 = M \frac{\Delta I_2}{\Delta t} \quad ; \quad E_2 = M \frac{\Delta I_1}{\Delta t}.$$

Riprendendo l'espressione $N\Phi = LI$ e sostituendo al posto del flusso e della corrente le rispettive variazioni nel tempo, si ottiene

$$N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

La f.e.m. raccoglibile vale

$$E = N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = L \frac{\Delta I}{\Delta t} = M \frac{\Delta I}{\Delta t};$$

essa mette in evidenza che sia L che M sono grandezze rappresentate dalla stessa unità di misura, cioè l'*henry*.

Osserviamo ora che l'induttanza del primario vale

$$L_1 = \mu \frac{N_1^2 \cdot S}{l} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}};$$

e quella del secondario

$$L_2 = \mu \frac{N_2^2 \cdot S}{l} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}},$$

per cui il loro prodotto rappresenta il quadrato del coefficiente M. Si è indotti subito a pensare che M valga

$$M = \sqrt{L_1 \cdot L_2}\,,$$

mentre da questa posizione siamo ben lontani, perché non tutte le *linee magnetiche* del *primario* vengono abbracciate dal *secondario* e viceversa. L'espressione di M vuole quindi modificata, moltiplicandola per un *coefficiente k* chiamato *coefficiente di accoppiamento* che varia fra *zero* ed *uno*, tenendo conto rispettivamente di nessuna linea abbracciata o di tutte le linee abbracciate fra i due circuiti.

L'esatta espressione di M vale allora

$$M = k \sqrt{L_1 \cdot L_2}\,.$$

Analizziamo il circuito di fig. 47 dove sono rappresentate due bobine L_1 ed L_2 *metallicamente collegate* e *mutuamente accoppiate*. Indicando con

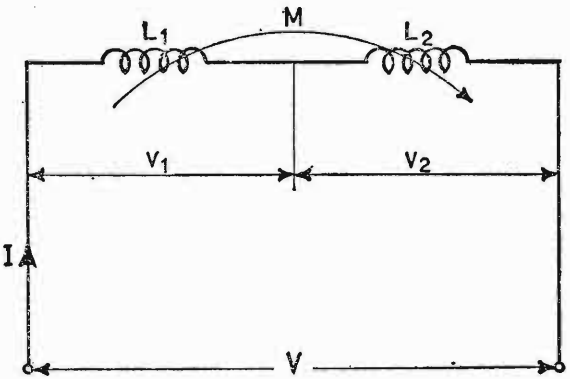


Fig. 47. – Bobine in aria mutuamente accoppiate.

V_1 e V_2 le rispettive *f. e. m.* in ogni istante la loro somma è uguale a quella del generatore, ossia

$$V = V_1 + V_2.$$

Se i flussi sono *concordi*, la f.e.m. V_1 *è data dalla somma della tensione di autoinduzione e di quella di mutua induzione, dovuta al coefficiente* M. Il coefficiente M assume il segno *positivo* per i flussi *concordi*, *negativo* per flussi *discordi*.

Quanto si è detto per la tensione V_1 vale anche per quella V_2.

Si può, allora scrivere

$$V_1 = L_1 \frac{\Delta I}{\Delta t} \pm M \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

$$V_2 = L_2 \frac{\Delta I}{\Delta t} \pm M \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Le f.e.m. V_1 e V_2 si manifestano solamente quando vi è nel circuito una *variazione di corrente. Se la corrente circolante è costante, la f.e.m. è uguale a zero.* La f.e.m. totale vale

$$V = V_1 + V_2 = L_1 \frac{\Delta I}{\Delta t} \pm M \frac{\Delta I}{\Delta t} + L_2 \frac{\Delta I}{\Delta t} \pm M \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

$$V = (L_1 + L_2 \pm 2\,M) \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = L_{tot} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t},$$

ponendo $+\,2M$ per flussi concordi e $-\,2M$ per flussi discordi.

Consideriamo il caso estremo, ossia $K = 1$ e $L_1 = L_2 = L$ (anche se siamo leggermente lontani da ottenerlo). Quando i flussi sono discordi l'induttanza totale vale zero, mentre vale $4L$ se i flussi sono concordi. In questo modo si possono ottenere *induttanze variabili*, alle volte tanto opportune nei circuiti radio. Il coefficiente M si può ricavare, mediante uno strumento misuratore di induttanze, nel seguente modo: si dispongono le bobine L_1 ed L_2 con flussi *concordi* e si misura il valore della corrispondente induttanza totale, quindi si collegano le bobine con flussi *discordi* e si misura il secondo valore dell'induttanza totale, ossia

$$L'_t = L_1 + L_2 + 2\,M \quad \text{(flussi concordi)},$$

$$L''_t = L_1 + L_2 - 2\,M \quad \text{(flussi discordi)};$$

sottraendo dal *primo* valore ricavato il *secondo* si ha

$$L'_t - L''_t = L_1 + L_2 + 2\,M - L_1 - L_2 + 2\,M = 4\,M;$$

dividendo ora la differenza delle induttanze per quattro, si ha subito il coefficiente M; infatti

$$M = \frac{L'_t - L''_t}{4} \text{ (henry).}$$

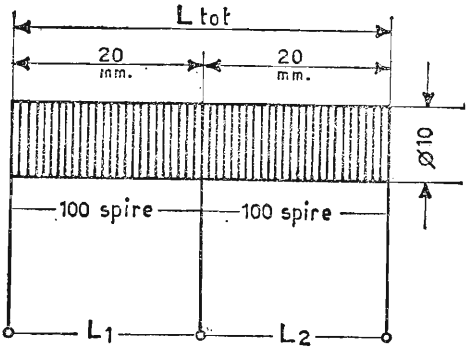


Fig. 48. – Bobina con presa centrale.

ESEMPIO. – **Si abbia un tubetto di cartoncino, le cui dimensioni siano quelle di fig. 48 e vi siano avvolte 200 spire di filo di rame isolato, avvicinate e sia prevista una presa centrale. Calcolare:**

a) **l'induttanza totale e le singole L_1 ed L_2 ($L_1 = L_2$);**

b) **i valori dei coefficienti M e k.**

L'induttanza totale si ricava dall'espressione di L secondo i dati geometrici della bobina, moltiplicata opportunamente per il coefficiente correttore k:

$$L_t = \mu_o \frac{S N^2}{l} \cdot k = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 78{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^4}{0{,}04} \cdot 0{,}88 = 86{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ henry,}$$

$$L_1 = L_2 = \mu_o \frac{S N^2}{l} \cdot k = \frac{1{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 78{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4}{0{,}02} \cdot 0{,}82 \cong 40{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ henry.}$$

Il valore di M si ricava dalla relazione

$$L_t = L_1 + L_2 + 2M.$$

Sostituendo i valori si ha

$$86{,}5 \cdot 10^{-6} = 80{,}4 \cdot 10^{-6} + 2\,M$$

$$M = \frac{(86{,}5 - 80{,}4) \cdot 10^{-6}}{2} = 3{,}05 \cdot 10^{-6} \text{ henry.}$$

Il coefficiente di accoppiamento vale

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{3{,}05 \cdot 10^{-6}}{40{,}2 \cdot 10^{-6}} = 0{,}075.$$

29. Spostamento di un conduttore in un campo magnetico uniforme.

Se in una parte di spazio occupata da un campo magnetico uniforme di densità costante B, immergiamo un conduttore, la cui lunghezza sia l e che si sposti *perpendicolarmente* al campo magnetico ad una *velocità costante* u, tagliando le linee magnetiche (fig. 49) nasce nel conduttore una *f.e.m. di autoinduzione*

$$V = B\left(\frac{\text{Wb}}{\text{mq}}\right) \cdot l\,(m) \cdot u\left(\frac{\text{m}}{\text{sec}}\right) = B \cdot l \cdot u \text{ volt.}$$

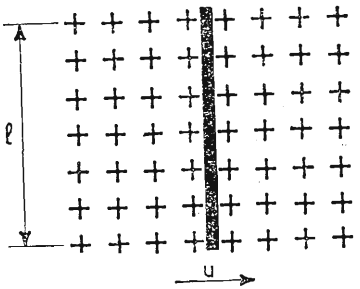


Fig. 49. – Conduttore immerso in un campo magnetico permanente spostato alla velocità u.

Ora, se il conduttore fa parte di un circuito chiuso (spira), la *f.e.m. di autoinduzione* fa circolare una corrente I, tale da dare luogo ad una potenza, dissipata in calore

$$P = V \cdot I \quad \text{watt.}$$

Tale potenza viene fornita dalla forza di spostamento meccanica del conduttore che lo sposta in t secondi alla velocità $u\left(\frac{\text{m}}{\text{sec}}\right)$.

Eguagliando il lavoro elettrico al lavoro meccanico, possiamo ricavare il valore della forza applicata

$$V \cdot I \cdot t = F \cdot u \cdot t,$$

e sostituendo al posto di V l'equivalente $B \cdot l \cdot u$ si ottiene

$$B\ l\ u \cdot I \cdot t = F \cdot u \cdot t;$$

semplificando:

$$F = B \cdot l \cdot I,$$

espressione della forza meccanica che sposta il conduttore.

L'effetto è reversibile: infatti, inviando in un conduttore l, capace di muoversi in un campo magnetico di densità B, una corrente elettrica, il conduttore si sposta *perpendicolarmente* al campo, alla velocità u.

Su questo principio funzionano i motori elettrici.

30. Legge di Lenz.

Tutte le volte che un solenoide abbraccia un flusso causato da un campo magnetico variabile si induce in esso una f.e.m. e, se il circuito

è chiuso, circola una corrente di verso tale da creare un campo magnetico che si *oppone* alla variazione del campo principale.

La *f.e.m. indotta*, in valore medio è espressa da

$$E_m = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{t_2 - t_1} \text{ volt,}$$

dove Φ_1 è il valore del flusso all'istante t_1, Φ_2 il flusso all'istante finale t_2; il segno *meno*, sta ad indicare che, se il flusso *aumenta* la f.e.m. è tale da creare una corrente *negativa* (cioè di determinare un campo magnetico opposto al principale), e viceversa se il flusso diminuisce.

Per $t_2 - t_1$ tendente a zero si ha il *valore istantaneo* della *f.e.m. indotta*, espresso dalla relazione

$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \text{ volt;}$$

sostituendo a $\Delta\Phi$ l'equivalente $L\ \Delta I$, immaginando una bobina, la tensione indotta vale

$$e = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

e farà circolare una corrente indotta

$$i = \frac{e}{R} = -\frac{L}{R}\cdot\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

quando il circuito è chiuso su di una resistenza R.

31. Forza portante di una elettrocalamita.

Gli *elettromagneti* o *magneti temporanei* sono composti da un nucleo di ferro dolce, attorno al quale sono avvolte diverse spire di filo metallico isolato (fig. 50).

Quando si abbassa l'interruttore, circola nel circuito una corrente e nasce un campo magnetico internamente al solenoide. Il nucleo presenta allora due polarità agli estremi opposti: *Nord* e *Sud*. Queste polarità hanno la possibilità di attirare, con una certa forza magnetica, corpuscoli di ferro. Interrompendo la corrente circolante, cessa l'effetto magnetico nel solenoide e il nucleo si *smagnetizza*. Scomparendo la forza di attrazione, l'elettromagnete abbandona i corpi che aveva attirato.

Le elettrocalamite, opportunamente sagomate, trovano larga applicazione anche negli apparati telegrafici e nelle suonerie per campanello.

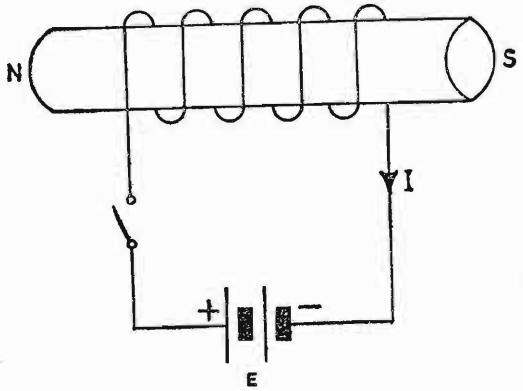


Fig. 50. – Schema di principio per un elettromagnete.

Interessante è ricavare la *forza portante* di un elettromagnete. Essa si definisce come il peso che l'elettromagnete può sostenere quando l'ancora è attirata dai poli. L'elettromagnete sia sagomato come in fig. 51.

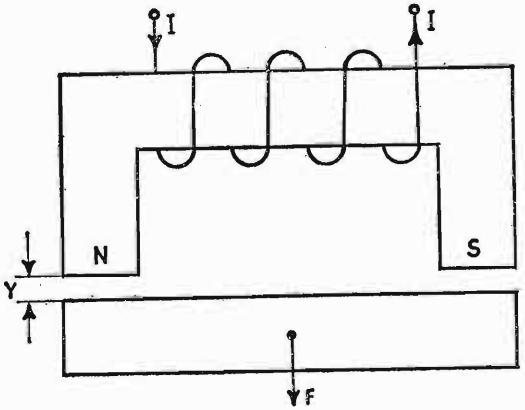


Fig. 51. – Elettromagnete con ancora trascinata dalla forza applicata.

Attraverso il solenoide si fa circolare la corrente continua della batteria. Il nucleo si magnetizza ed attira a sé l'ancoretta mobile, alla quale è applicato il peso da sollevare. La forza F, che determina il primo distacco dell'ancora dal magnete, ne rappresenta la *forza portante*.

Anzitutto il lavoro messo a disposizione dalla batteria per l'elettrocalamita vale:

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} N \Phi \cdot I = \frac{1}{2} B S N I;$$

ora, moltiplicando sopra e sotto per la lunghezza della linea magnetica media l, si può isolare il termine H ed ottenere

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2} B S \frac{NI}{l} \cdot l = \frac{1}{2} B S H l,$$

che dà origine alle espressioni

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2} H^2 \mu S l \quad ; \quad \mathscr{L} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu} S l.$$

Immaginando di riuscire ad allontanare di un piccolissimo tratto y l'ancoretta dal magnete temporaneo, i due tratti di aria y, moltiplicati per la forza di attrazione, vinta nel distacco dell'ancora, rappresentano il lavoro compiuto

$$\mathscr{L}_{2y} = \frac{1}{2} H^2 \mu_o 2 Sy = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_o} 2 Sy;$$

dividendo, ora, il lavoro per lo spostamento effettuato $2y$, ricaviamo la forza con la quale un'espansione polare attira l'ancoretta:

$$F = \frac{1}{2} H^2 \mu_o S = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_o} S \qquad (F_{tot} = 2F).$$

Naturalmente l'espressione della forza portante dell'elettromagnete non prevede un eventuale traferro, immancabile all'atto pratico, e dovuto al non perfetto avvicinamento dell'ancoretta alla parte fissa dell'elettrocalamita. D'altra parte non è possibile fissare le dimensioni di questo traferro, perché esse variano da tipo a tipo di elettromagnete e a seconda delle condizioni di funzionamento. In presenza di traferro varia, a parità di NI eccitatrici, la forza di attrazione in quanto le amp·spire debbono vincere sia la riluttanza magnetica del ferro, sia quella dell'aria.

1° Esercizio. – **Ricavare dall'elettrocalamita di fig. 52, formata di un nucleo di ferro fucinato avvolto da 500 spire di filo di rame, l'intensità di corrente per ottenere una forza portante di 100 kg., compreso il peso dell'ancoretta.**

L'espressione della forza portante di una sola espansione vale

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2}{\mu_o} S$$

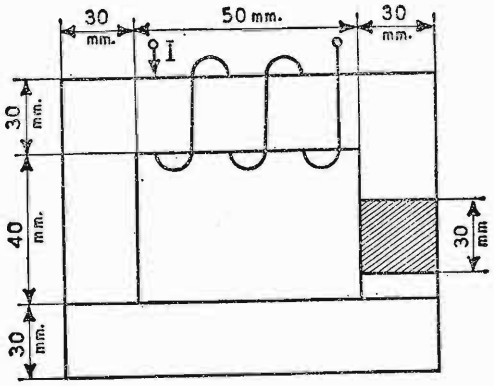


Fig. 52. - Elettromagnete con nucleo quotato.

per due poli:

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{\mu_o},$$

dalla quale si ricava la B più conveniente:

$$B = \sqrt{\frac{\mu_o F}{S}}.$$

Esprimendo la forza in newton e la superficie in m^2, si ha

$$F = 100 \cdot 9{,}81 = 981 \text{ newton}$$

$$S = 30 \cdot 30 \cdot 10^{-6} = 900 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2;$$

sostituendo si ha

$$B = \sqrt{\frac{981 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-6}}{0{,}9 \cdot 10^{-3}}} = \sqrt{1{,}36} = 1{,}165 \frac{\text{Wb}}{\text{m}^2}.$$

Dalla Tabella 4 di magnetizzazione, con interpolazione si ricava per $B = 1{,}165$ una permeabilità relativa

$$\mu r = 1680 \frac{\text{henry}}{\text{m}}.$$

Per la lunghezza di una linea magnetica media = 0,300 metri, la riluttanza dell'intero circuito magnetico vale

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S} = \frac{0{,}3}{1680 \cdot 1{,}25 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}9 \cdot 10^{-3}} = 158.800 \frac{\text{amp} \cdot \text{spire}}{\text{weber}}.$$

La corrente da inviare alla bobina dell'elettromagnete vale

$$I = \frac{\mathcal{R}\,\Phi}{N} = \frac{\mathcal{R}\,B\,S}{N} = \frac{158{,}8 \cdot 10^3 \cdot 1{,}165 \cdot 0{,}9 \cdot 10^{-3}}{500} = 0{,}33 \text{ amp.}$$

2° Esercizio. – **Un'elettrocalamita forgiata ad U ha la superficie per polo di 5 cm². La densità B è di 0,6 Wb/m².**

Ricavare la forza di sollevamento.

Applicando l'espressione $F = \dfrac{B^2 \cdot S}{\mu_0}$ valida per due polarità, si ottiene

$$F = \frac{0{,}36 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{1{,}25 \cdot 10^{-6}} = 144 \text{ newton}$$

$$F = \frac{144}{9{,}8} = 19 \text{ kg.}$$

CAPITOLO VII

LE CORRENTI ALTERNATE

32. Differenza fra una tensione continua ed una alternata.

Nei capitoli precedenti ci siamo sempre occupati di *correnti continue*, le quali mantengono nel tempo la stessa ampiezza e polarità costanti.

In questo capitolo studieremo le *correnti variabili*. Esse si affiancano in ordine di importanza alle correnti continue. Infatti, le correnti variabili possono nascere da vibrazioni meccaniche di un microfono, sollecitato dalla voce umana; da variazioni di luce che colpiscono la cellula fotoelettrica, nella lettura della colonna sonora in cinematografia, ecc.

In fig. 53 abbiamo un esempio di corrente costante (*a*) e uno di corrente variabile (*b*).

Nella illuminazione domestica e nell'alimentazione di apparati industriali vengono impiegati tipi particolari di correnti variabili, denominate correnti alternate.

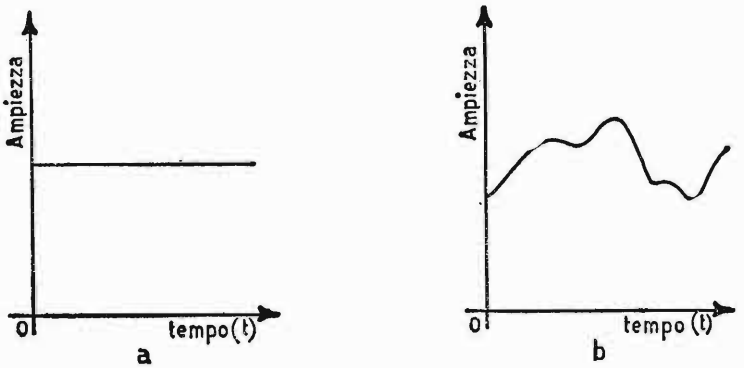


Fig. 53. – *a*) andamento di una grandezza costante nel tempo.
b) andamento di una grandezza variabile nel tempo.

33. Definizione di grandezze alternate.

Una corrente si dice *alternata* quando la sua intensità varia in ampiezza con legge periodica, assumendo in un certo tempo (semiperiodo) un insieme di valori diversi e riassumendo in egual tempo successivo gli stessi valori precedenti, ma di segno opposto. Tipico esempio di grandezza alternata è quello di fig. 54.

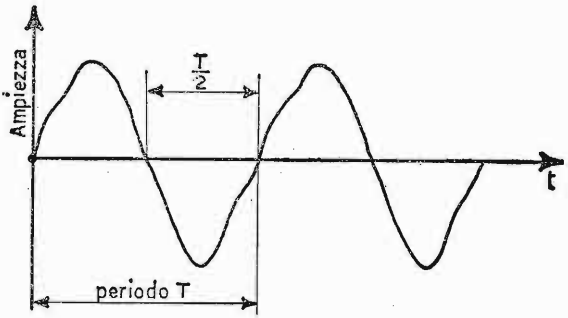


Fig. 54. – Andamento di una grandezza periodica nel tempo.

Il tempo impiegato per una successione completa di questi valori viene chiamato *periodo* (simbolo T).

Il numero di periodi compiuti dalla grandezza, nell'unità di tempo, viene chiamato *frequenza* (simbolo f).

Il legame fra periodo e frequenza è il seguente:

$$T = \frac{1}{f}.$$

Fra le varie forme di grandezze alternate, caratteristiche sono le grandezze *sinusoidali*; ad esse è dedicato il nostro studio.

34. Rappresentazione grafica di una grandezza sinusoidale.

Una grandezza alternata sinusoidale è ottenuta dalle successive proiezioni sulle ordinate di un punto che ruota su di una circonferenza a velocità angolare costante. Graficamente si ottiene dividendo una circonferenza in tante parti uguali e dividendo in altrettante porzioni il segmento rappresentante il periodo, inviando tante parallele da ciascun punto di divisione della circonferenza al segmento di ascissa interessato. Alzando, poi, una verticale da ciascun punto di divisione del segmento fino ad incontrare

la parallela interessata e unendo i vari punti di incrocio si descrive una particolare curva denominata *sinusoide*. Essa risulta composta da due *semionde* esattamente uguali e di segno contrario: *positiva* quella superiore e *negativa* quella inferiore.

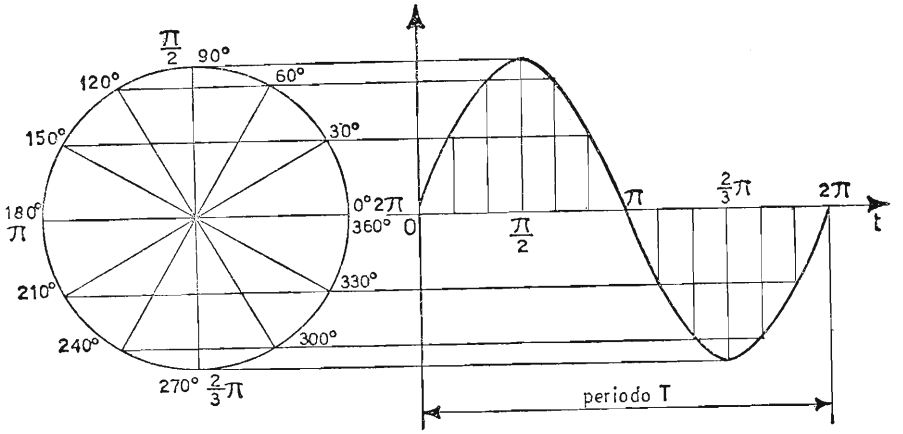


Fig. 55. - Rappresentazione grafica di una grandezza sinusoidale.

Una grandezza che compare assieme al periodo e alla frequenza è i termine

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \frac{\text{radianti}}{\text{secondo}},$$

che assume il nome di *pulsazione* o *velocità angolare* e rappresenta il numero di radianti percorsi nell'unità di tempo dalla frequenza (intendendo per *radiante* un tratto di circonferenza uguale al raggio). Il periodo misurato in *secondi*, la frequenza misurata in $\frac{\textit{periodi}}{\textit{secondo}}$, oppure *hertz* (simbolo *Hz*), e la pulsazione ω misurata in $\frac{\text{radianti}}{\text{secondo}}$, sono le tre unità di misura che definiscono una gandezza alternata in funzione del tempo.

35. Generazione di una f.e.m. alternata.

Le macchine elettriche previste per la generazione di *f.e.m. sinusoidali* sono gli *alternatori*.

Il loro principio di funzionamento è il seguente: fra le espansioni di un magnete permanente, con polarità affacciate *N* e *S*, tagliando linee magne-

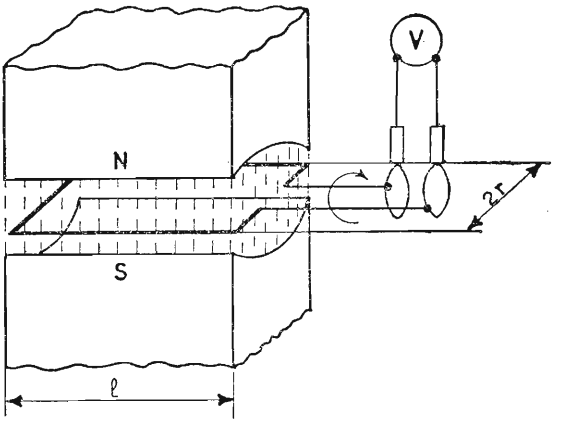


Fig. 56. – Schema di principio di un alternatore.

tiche, facciamo ruotare una spira, chiusa su di un voltmetro, a velocità angolare costante. In queste condizioni, nascerebbe nella spira una f.e.m. di autoinduzione di valore noto

$$V = B \cdot l \cdot u \quad \text{(volt)}.$$

Siccome le linee magnetiche abbracciate successivamente dalla spira non sono in numero costante, l'espressione della *tensione indotta* deve evidentemente essere ritoccata. Infatti, quando la spira si muove nel campo magnetico uniforme, di densità B, animata da una certa velocità periferica ωr, come in fig. 57, nell'istante $\alpha = 0^o$ nessuna linea magnetica viene tagliata dalla spira, quindi nulla è la *f.e.m. indotta*: una parte di linee magnetiche viene tagliata nelle condizioni di figura 57, la massima parte per $\alpha = 90^o$. In quest'ultimo caso, *massima* è la f.e.m. indotta.

Come si può facilmente dedurre la *f.e.m. di autoinduzione* varia in ampiezza secondo la componente orizzontale della velocità periferica: ossia, sostituendo al termine u, nell'espressione di V, l'equivalente $\omega r \operatorname{sen} \alpha$, essa assume successivamente il valore zero per $\alpha = 0^o$ e il massimo per $\alpha = 90^o$, passando per valori intermedi fra 0° e 90°.

La giusta espressione della f.e.m. indotta è la seguente:

$$V = 2 \cdot B \cdot l \cdot \omega r \operatorname{sen} \alpha.$$

Abbiamo moltiplicato per 2 l'espressione in quanto la spira è formata da due conduttori effettivi di lunghezza l.

L'unico termine variabile nell'espressione della *f.e.m.* è il termine $\operatorname{sen} \alpha$, per cui la tensione raccolta dalla spira è variabile *sinusoidalmente*, come è rappresentato in fig. 58.

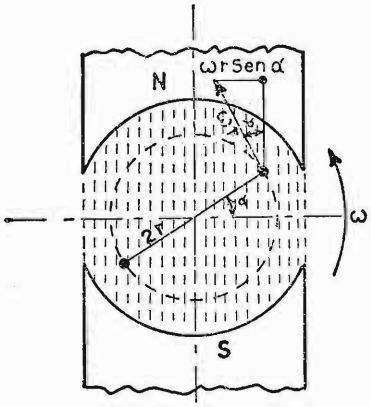


Fig. 57. – Movimento della spira nell'interno del magnete permanente.

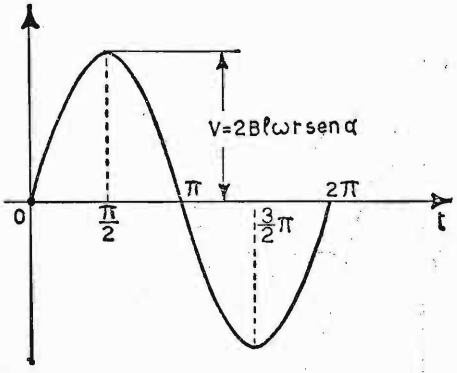


Fig. 58. – Rappresentazione grafica di una f.e.m. sinusoidale.

I valori $2 \cdot l \cdot r$ rappresentano la superficie della spira nell'interno del magnete, quando abbraccia tutte le linee magnetiche, quindi ricordando che il prodotto $B\,S = \Phi_{max}$, possiamo anche scrivere

$$V = \omega\, \Phi_{max} \text{ sen } a$$

Quando la spira abbraccia tutte le linee, ossia in corrispondenza a Φ_{max} ($a = 0^o$), *nulla* è la f.e.m. indotta; quando invece, il flusso attraversante la spira è nullo ($\alpha = 90^o$) *massima* è la f.e.m. indotta; possiamo, allora stabilire che la f.e.m. e il flusso assumono i loro valori massimi in istanti diversi e rispettivamente: la f.e.m. indotta nella spira non è massima quando è massimo il flusso abbracciato, bensì *quando è massima la variazione del flusso*, ossia quando il flusso passa per lo zero di ordinata. Flusso e f.e.m. sono sfasati di 90° nel tempo.

Quanto è stato detto è dimostrato dalla espressione generale della *induzione magnetica*

$$e = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

infatti, essendo la f.e.m. uguale alla velocità di variazione del flusso, è intuibile che essa è *massima* quando il flusso ha la massima pendenza, ossia quando la sua curva rappresentante passa per lo *zero* (fig. 59).

Adotteremo, anziché i valori massimi delle grandezze finora incontrate, i loro valori istantanei, come è stato fatto in fig. 59; per cui, ad esempio, al termine V sostituiremo

$$v = V_{max} \text{ sen } a,$$

mentre al termine Φ sostituiremo il valore istantaneo

$$\Phi = \Phi_{max} \cos \alpha.$$

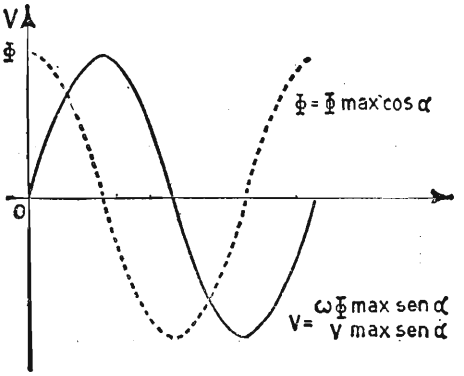


Fig. 59. - Curve rappresentanti f.e.m. e flusso magnetico nelle loro condizioni di fase.

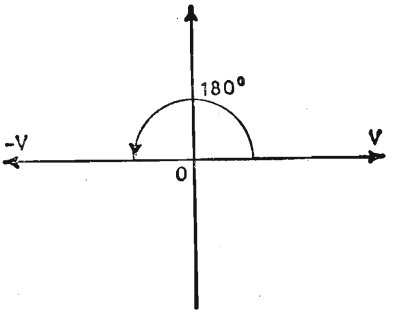


Fig. 60. - Rappresentazione grafica dei vettori V e — V.

36. Rappresentazione simbolica.

La rappresentazione simbolica si propone di conferire ad un vettore due coordinate cartesiane, x ed y, per poterlo rappresentare su un piano. Il senso di rotazione previsto per i vettori è quello antiorario.

Consideriamo un vettore V: il suo vettore opposto è quello $-V$ ed è situato sugli assi cartesiani a 180° in anticipo. Per passare dal valore V a quello $-V$, algebricamente si è moltiplicato per -1. Per metà angolo, ossia per soli 90° di rotazione, è sufficiente moltiplicare il vettore per $\sqrt{-1} = j$ (infatti $\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = -1$); il simbolo j sta ad indicare che la radice di un numero negativo è immaginaria.

Volendo ora spostarlo a 270°, basta moltiplicarlo tre volte per il termine $\sqrt{-1}$, ossia

$$\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} = -1 \cdot \sqrt{-1} = -j$$

e quindi per riportarlo all'origine, dopo averlo ruotato di 360°, lo moltiplichiamo per

$$(-1) \cdot (-1) \cdot V = +1 \cdot V = V$$

riottenendo il vettore V di partenza.

Il vettore V di fig. 61, rappresentato su di un piano, forma un certo angolo α con l'asse x o asse reale. Esso rappresenta anche l'ipotenusa del triangolo rettangolo, la cui base è a e l'altezza è $+jb$. Il vettore $\overline{V}$ può venire simbolicamente rappresentato dalla relazione

$$\overline{V} = a + jb$$

Al termine $a + jb$ viene dato il nome di *numero complesso*, composto di una *parte reale* a giacente sull'asse x e di una *parte immaginaria* $+ jb$, giacente sull'asse y. La rappresentazione del vettore $\overline{V}$ secondo il termine complesso è completa in quanto essa ne definisce e il modulo $|V|$ (valore numerico del vettore) e lo sfasamento con l'asse reale

$$|V| = \sqrt{a^2 + b^2} \qquad ; \qquad tg\,\alpha = \frac{b}{a}.$$

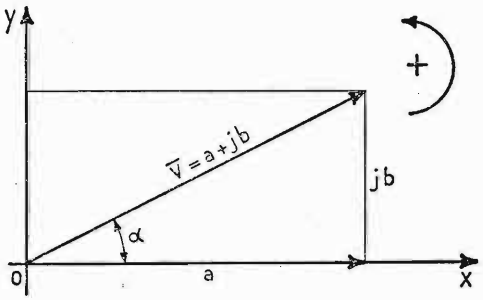


Fig. 61. – Rappresentazione del vettore $\overline{V}$ su di un piano secondo le coordinate cartesiane a e jb.

37. Velocità di variazione di una grandezza sinusoidale.

Vogliamo ricavare la velocità di variazione di una grandezza sinusoidale di tipo $a = A_{max} \cdot \text{sen}\,\omega\, t$.

Abbiamo sostituito al termine sen α, l'equivalente sen $\omega\, t$, pure rappresentante l'angolo α, con il vantaggio di avere in forma esplicita la pulsazione e il tempo (infatti è $\alpha = \omega \cdot t$).

È noto che un moto sinusoidale può rappresentarsi mediante le continue proiezioni OM' di un vettore OM che ruota a velocità angolare costante descrivendo una circonferenza di raggio r.

$$OM' = OM \text{ sen } \omega \text{ t}.$$

La velocità di variazione è espressa dalla componente M'Y della *velocità*

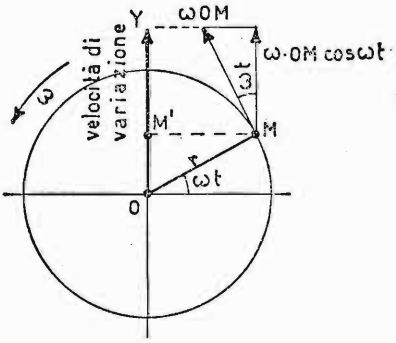


Fig. 62. – Rappresentazione della velocità di variazione dell'angolo per una grandezza sinusoidale.

periferica $\omega \cdot OM = \omega \cdot r$, ossia

$$\omega \cdot OM \cdot \cos \omega t = \textit{velocità di variazione.}$$

La velocità di variazione di una grandezza sinusoidale è una grandezza cosinusoidale sfasata quindi di 90° in anticipo e di ampiezza ω volte più grande.

38. Valore efficace e valore medio di una grandezza sinusoidale.

VALORE EFFICACE. – Il valore efficace di una garndezza sinusoidale è definito dalla radice quadrata della media dei quadrati dei valori istantanei assunti dalla grandezza del periodo. Il *valore efficace* è anche quel valore della corrente alternata che potrebbe essere sostituito da un valore uguale di corrente continua capaci ambedue di produrre gli stessi effetti termici nel circuito. Per giungere a queste due affermazioni basta dividere il periodo della corrente alternata in un numero n di parti, indicando con i_1, i_2, i_3 ... i successivi *valori istantanei* di corrente ottenuti nella divisione.

La quantità di calore che la corrente alternata sviluppa in un circuito elettrico nell'intero periodo è determinato applicando la legge di Joule, ossia vale

$$q = k \cdot R \cdot \frac{i^2_1 + i^2_2 + \ldots + i^2_n}{n} \cdot \mathrm{T} \; (k = 0{,}00024).$$

Facendo ora percorrere il conduttore da una *corrente costante* tale da fare sviluppare lo stesso calore precedente, si può scrivere

$$q = k \cdot R \cdot I^2 \cdot \mathrm{T}$$

basta allora eguagliare le due correnti per ottenere

$$I^2_{eff} = I^2 = \frac{i^2_1 + i^2_2 + \ldots + i^2_n}{n}$$

ossia

$$I^2_{eff} = \sqrt{\frac{i^2_1 + i^2_2 + \ldots + i^2_n}{n}}.$$

Possiamo anche ricavare graficamente il valore *efficace* di una grandezza sinusoidale. Consideriamo la funzione $i = I\max \operatorname{sen} \omega t$ ed eleviamola al quadrato. Otteniamo una grandezza svolgentesi al disopra delle ascisse, la quale ammette un *valore medio* coincidente con il valore di corrente continua che provoca gli stessi effetti termici nel circuito, e un vettore di frequenza doppia, ossia:

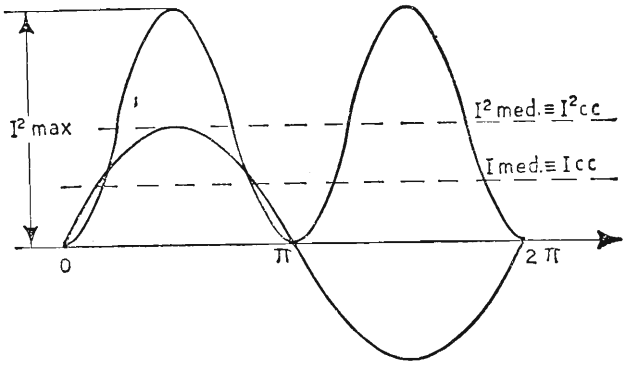


Fig. 63. – Grafico rappresentante il valore efficace per una grandezza sinusoidale.

$$I^2_{med} = \frac{I^2_{max}}{2} - \frac{I^2_{max}}{2} \cos 2\,\omega\, t.$$

Mentre la grandezza variabile ha media nulla nel periodo, quella costante vale

$$I^2_{cc} = I^2_{eff} = \frac{I^2_{max}}{2},$$

da cui

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I^2_{max}}{2}} \quad ; \quad I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707\ I_{max}.$$

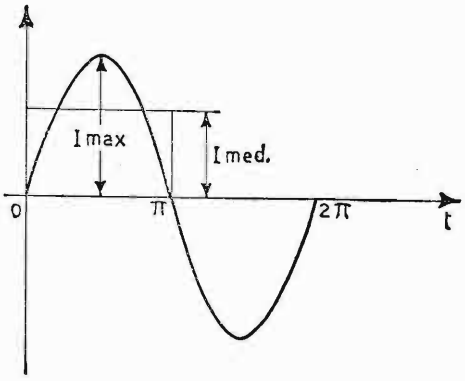


Fig. 64. – Valore medio della grandezza sinusoidale nel semiperiodo.

VALORE MEDIO. – Il valore medio di una grandezza alternata sinusoidale è *nullo* nel periodo. Per calcolarlo bisogna riferirsi al semiperiodo. Il valore medio corrisponde *all'ordinata media* della sinusoide nel semiperiodo.

Il valore medio si ricava dal rapporto

$$I_{\text{medio}} = \frac{\textit{Somma dei valori istantanei di suddivisione}}{\textit{numero degli addendi}},$$

dividendo, cioè, in tante parti uguali il semiperiodo, sommando i valori assunti dalle singole ordinate e dividendo per il numero degli addendi. Il valore dell'ordinata media è tanto più vicino al *valore reale*, quanto *maggiore* è stato il numero delle suddivisioni. Il valore esatto è dato dal rapporto fra l'area della semionda e la base π, ossia: corrente media nel semiperiodo

$$I_{medio} = \frac{2 \cdot I_{max}}{\pi} = 0{,}636 \cdot I_{max}.$$

ESEMPIO. - Determinare *a*) **la pulsazione,** *b*) **la frequenza,** *c*) **il periodo,** *d*) **il valore massimo,** *e*) **il valore medio,** *f*) **il valore efficace, di una di una f. e. m. alternata sinosoidale di valore istantaneo** $V = 100 \text{ sen } 628 \cdot t$.

a) *Pulsazione.* – Il valore istantaneo della grandezza, essendo anche espresso con

$$v = V_{max} \text{ sen}\, \omega\, t = 100 \text{ sen } 628\, t$$

dimostra che essa vale:

$$\omega = 2\,\pi f = 628 \; \frac{\textit{radianti}}{\textit{secondo}}.$$

b) *Frequenza.* – La frequenza vale:

$$f = \frac{\omega}{2\,\pi} = \frac{628}{6{,}28} = 100 \; \frac{\textit{periodi}}{\textit{secondo}} = 100 \; Hz$$

c) *Periodo.* – Il periodo è uguale all'inverso della frequenza, ossia:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{100} = 0{,}01 \; \frac{\textit{secondi}}{\textit{periodo}}.$$

d) *Valore max.* – Il valore massimo viene raggiunto dalla grandezza sinusoidale, per $\omega t = 90^{\circ}$ di circolazione, ossia per $sen\, \omega\, t = 1$. Esso, allora, vale 100 volt.

e) *Valore medio.* – Il valore medio della grandezza nel semiperiodo si ricava dal rapporto fra la superficie della semionda e la base. Tale rapporto fornisce un quoziente fisso di valore $0{,}636 = \frac{2}{\pi}$ da moltiplicarsi per il valore massimo

$$V_{\text{medio}} = 100 \cdot 0{,}636 = 63{,}6 \text{ volt.}$$

f) *Valore efficace.* – Il coefficiente che ci permette di passare dal valore massimo a quello efficace vale 0,707: per cui si ha:

$$V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = 0{,}707 \; V_{max} = 0{,}707 \cdot 100 = 70{,}7 \text{ volt.}$$

Capitolo VIII

CIRCUITI IN CORRENTE ALTERNATA

39. Circuito ohmico.

Nel circuito ohmico la corrente circolante nella resistenza aumenta e diminuisce parallelamente alla tensione applicata.

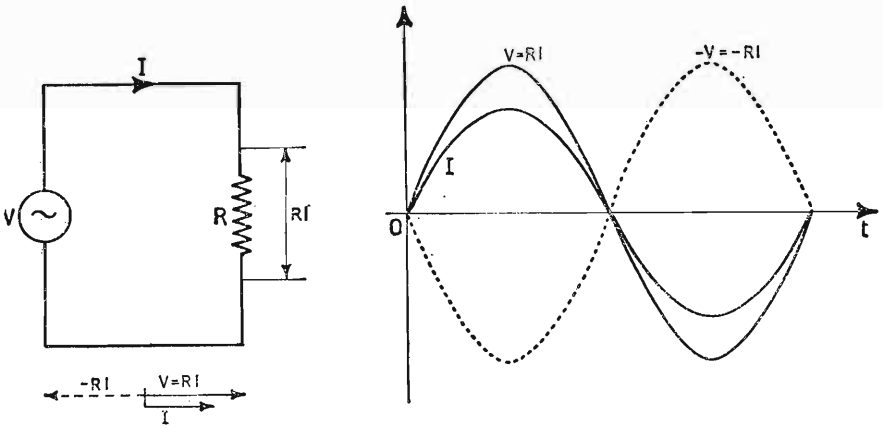


Fig. 65. – Circuito ohmico in corrente alternata - grafico delle grandezze: V, I, -RI, nelle loro relazioni di fase.

Si dice allora che la resistenza mantiene in fase tensione e corrente. Nel grafico di fig. 65 sono rappresentati i vettori della tensione e della corrente che si mantengono in fase. La curva —*RI* rappresenta la f.c.e.m. ohmica.

40. Circuito induttivo.

L'espressione della f.c.e.m. di autoinduzione ai capi della bobina è fornita dalla relazione:

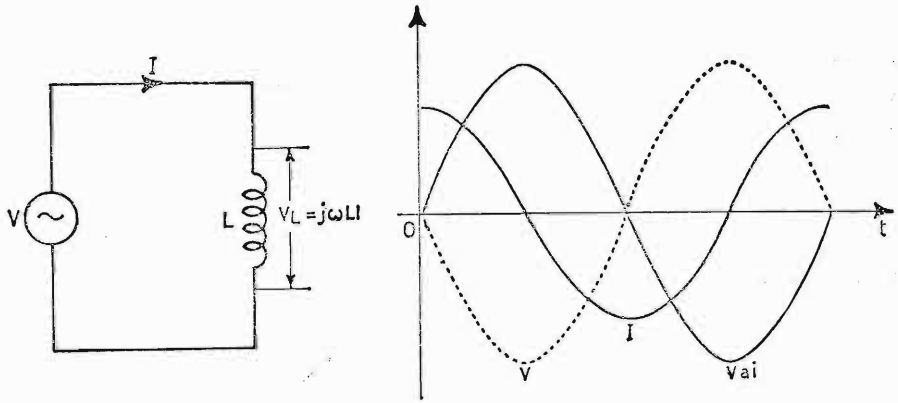


Fig. 66. – Circuito induttivo in corrente alternata - grafico delle grandezze: V, Vai, I, nelle loro relazioni di fase.

$$v_{ai} = -L \frac{\Delta i}{\Delta t}, \text{ (f.c.e.m. di autoinduzione)}$$

intendendo con $\frac{\Delta i}{\Delta t}$ la velocità di variazione della corrente circolante.

Supponiamo ora, di inviare alla bobina una corrente sinusoidale, di valore istantaneo $i = Imax$ sen ωt. La velocità di variazione della corrente, riferendoci a quanto detto precedentemente, vale:

$$\frac{\Delta i}{\Delta t} = \omega \; I_{max} \; \cos \omega t,$$

per cui, sostituendo nell'espressione generale, si ha, per la caduta di tensione V_L

$$V_L = L \omega \; I_{max} \; \cos \omega t.$$

Tale espressione assume il valore *massimo* per $\cos \omega t = 1$ ($\omega t = 0^o$), ossia

$$V_{max} = L \omega \; I_{max}.$$

Dividendo ora la tensione per la corrente otteniamo come rapporto una resistenza. Non possiamo però accettare il termine *resistenza* al rapporto accennato in quanto una bobina non è causa di dissipazione di potenza, per cui diremo più correttamente *reattanza* induttiva (simbolo X_L) al rapporto

$$\frac{V_{max}}{I_{max}} = j \omega L = j 2 \pi f \cdot L = X_L = \; \Omega.$$

Il termine ωL va preceduto dal simbolo j in quanto rappresenta una quantità immaginaria. Alla f.c.e.m. di autoinduzione cambiata di segno viene dato il nome di *tensione di reattanza induttiva.* La tensione del generatore collegato ai capi della bobina fa scorrere nel circuito una corrente

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{j\omega L} = -j\frac{\overline{V}}{\omega L}$$

sfasata di 90° *in ritardo* sul generatore.

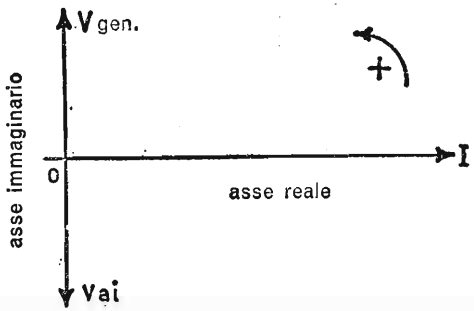


Fig. 67. – Sfasamento angolare fra le grandezze del circuito induttivo.

Nel grafico di fig. 67 sono rappresentate la tensione del generatore $V = j\omega L I$, la corrente circolante e la tensione di autoinduzione nelle giuste relazioni di fase.

41. Circuito capacitivo.

L'espressione della corrente (di carica o scarica) circolante in un condensatore sottoposto ad una tensione alternativa vale

$$i = C\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Se il valore istantaneo della tensione vale $v = V max$ sen ωt, la sua velocità di variazione vale

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \omega V_{max} \cos \omega t,$$

per cui, sostituendo, si ha

$$i = C\omega V_{max} \cos \omega t.$$

Tale espressione assume il valore *massimo* per cos $\omega\ t = 1$ ($\omega\ t = 0^o$) quindi

$$\overline{I}_{max} = \omega\, C\, \overline{V}_{max};$$

dividendo *Vmax* per *Imax* si ha

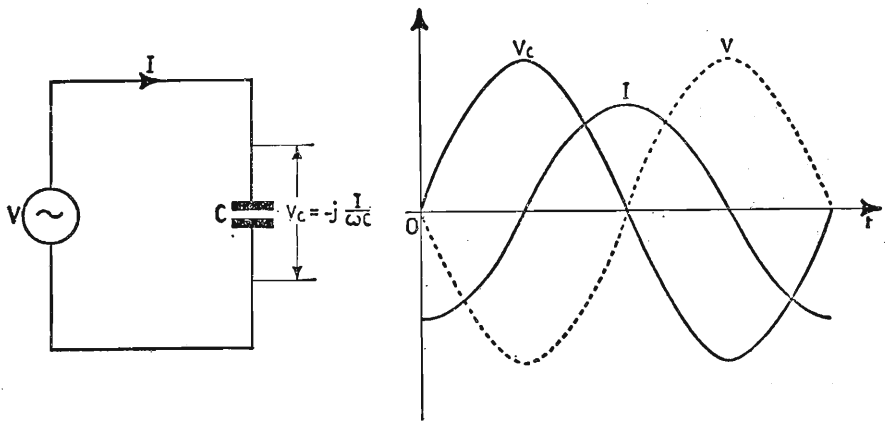


Fig. 68. - Circuito capacitivo in corrente alternata - grafico delle grandezze: V, Vc, I, nelle loro relazioni di fase.

$$\frac{\overline{V}_{max}}{\overline{I}_{max}} = \frac{1}{j\,\omega\, C} = -j\,\frac{1}{\omega\, C} = X_c = \Omega;$$

al quoziente *Xc* si da il nome di *reattanza capacitiva*, e siccome anch'essa rappresenta una quantità immaginaria lo si fa precedere dal simbolo *j*.

La tensione del generatore applicata ai capi del condensatore fa scorrere una corrente

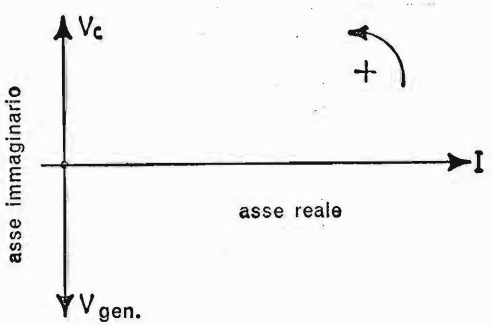


Fig. 69. - Sfasamento angolare fra le grandezze del circuito capacitivo.

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C \bar{V}$$

a 90° in anticipo sulla tensione del generatore stesso.

Nel grafico di fig. 69 sono rappresentate tensione e corrente nelle giuste relazioni di fase.

42. Considerazioni sui circuiti RLC.

Esaminando successivamente i tre casi ideali *RLC*, abbiamo potuto constatare che grande è la differenza di comportamento dei tre elementi; infatti la corrente vale rispettivamente:

$$I = \frac{V}{R} \quad ; \quad \bar{I} = -j\frac{\bar{V}}{\omega L} \quad ; \quad \bar{I} = j\omega C \bar{V}.$$

Si vede allora che, mentre la resistenza dà luogo a tensione e corrente in *fase*, quindi potenza dissipata, l'induttanza sfasa la corrente *in ritardo* di 90° sulla tensione del generatore e la capacità sfasa la corrente di 90° *in anticipo* sulla tensione del generatore stesso.

In ambedue i casi viene richiesta al generatore potenza reattiva, la quale dà luogo a nessuna dissipazione. Possiamo, quindi, senza alcuna spesa creare o un campo magnetico o un campo elettrico variabile, purché gli elementi siano privi di perdite. Induttanza e capacità in un circuito elettrico percorso da corrente alternata hanno effetto opposto: *positiva* viene chiamata la *reattanza induttiva*, $+jX_L$, *negativa* viene chiamata la *reattanza capacitiva* $-jX_C$.

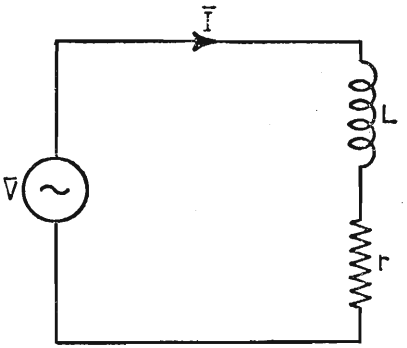


Fig. 70. – Circuito con induttanza e resistenza in serie.

43. Circuito con induttanza e resistenza in serie.

Consideriamo il circuito di fig. 70 composto di una bobina in serie ad una resistenza. In pratica la resistenza r rappresenta le perdite ohmiche della bobina. La f.e.m. totale V è uguale alla somma delle cadute di tensione $R \cdot I$ ed $X_L \cdot I$. Non possiamo, certo, fare la somma aritmetica dei due vettori, che rappresentano le

due cadute di potenziale; infatti, mentre la resistenza mantiene in fase tensione e corrente, l'induttanza anticipa di 90° la sua tensione sulla corrente, per cui si dovrà scrivere

$$-\overline{V} = -r\,\overline{I} - j\,\omega\,L\,\overline{I}$$

ossia, cambiando segno

$$\overline{V} = r\,\overline{I} + j\,\omega\,L\,\overline{I} = (r + j\,\omega\,L)\cdot\overline{I} = \overline{Z}\cdot\overline{I}$$

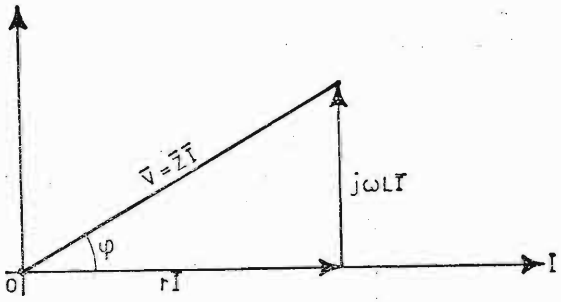


Fig. 71. – Grafico rappresentante lo sfasamento fra la tensione e la corrente nel circuito ohmico-induttivo.

Il tratto sovrastante i termini tensione, corrente, indica che si tratta di grandezze vettoriali. Il termine fra parentesi viene chiamato *impedenza* del circuito simbolo Z e rappresenta le perdite reali ed immaginarie del circuito con i componenti collegati in serie.

L'impedenza è formata di una parte *reale* e di una parte *immaginaria*, quest'ultima sfasata di 90° in anticipo sull'asse reale. Graficamente, si porta sull'asse reale la corrente I, essendo essa comune ai due elementi; in fase con la corrente sta la tensione ohmica, sfasata di 90° in anticipo la tensione induttiva. L'impedenza $\overline{Z}$, che è la loro somma vettoriale, rappresenta l'ipotenusa del triangolo rettangolo. Il suo modulo vale

$$|Z| = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2} \quad \text{(ohm)}.$$

Si ha inoltre

$$\cos\varphi = \frac{r}{Z} \qquad \text{e} \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\,L\,I}{r\,I} = \frac{\omega\,L}{r}$$

44. Circuito con capacità e resistenza in serie.

Nel circuito di fig. 72 la tensione del generatore vale

$$\overline{V} = \overline{V_r} + \overline{V_c},$$

dove $\overline{V_r}$ rappresenta la caduta di tensione ai capi di r e $\overline{V_c}$ quella ai capi della capacità. La somma delle f.c.e.m. fornisce la f.c.e.m. totale, uguale e contraria alla tensione del generatore

$$-\overline{V} = -r\,\overline{I} + j\,\frac{\overline{I}}{\omega C}$$

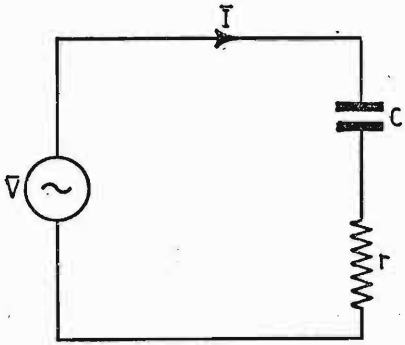


Fig. 72. – Circuito con capacità e resistenza in serie.

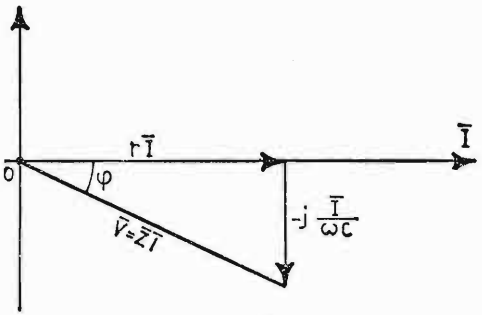


Fig. 73. – Grafico rappresentante lo sfasamento fra la tensione e la corrente nel circuito ohmico-capacitivo.

per cui la f.e.m. del generatore vale

$$\overline{V} = r\,\overline{I} - j\,\frac{\overline{I}}{\omega C} = \left(r - j\,\frac{1}{\omega C}\right)\cdot \overline{I} = \overline{Z}\cdot\overline{I}$$

Basta, allora, portare sul grafico di fig. 73 in *fase* con la corrente comune, la caduta di tensione ohmica e in *ritardo* di 90° quella capacitiva, per ottenere la tensione del generatore, in *valore e fase* sulla corrente.

Il valore dell'impedenza Z è dato da

$$|Z| = \sqrt{r^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

mentre l'angolo di sfasamento fra tensione e corrente vale

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\dfrac{\overline{I}}{\omega C}}{r\,\overline{I}} = \frac{\dfrac{1}{\omega C}}{r} = \frac{1}{r\,\omega C} \qquad \text{e} \qquad \cos\varphi = \frac{r}{Z}$$

45. Circuito con rLC in serie - Condizione di risonanza.

Nel circuito di fig. 74 la tensione del generatore è data dalla somma vettoriale delle tre tensioni $\overline{V}_r$, $\overline{V}_L$, $\overline{V}_C$.

$$\overline{V} = \overline{V}_r + \overline{V}_L + \overline{V}_c,$$

ossia

$$\overline{V} = r\,\overline{I} + j\,\omega\,L\,\overline{I} - j\,\frac{\overline{I}}{\omega\,C} = \left[r + j\left(\omega\,L - \frac{1}{\omega\,C}\right)\right]\cdot\overline{I}$$

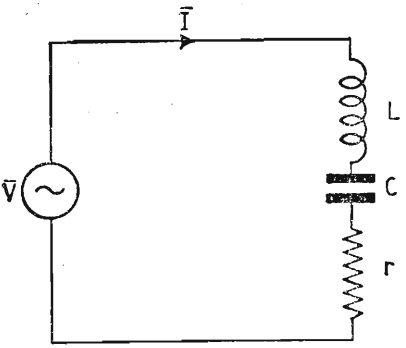


Fig. 74. – Circuito r-C-L collegati in serie fra loro.

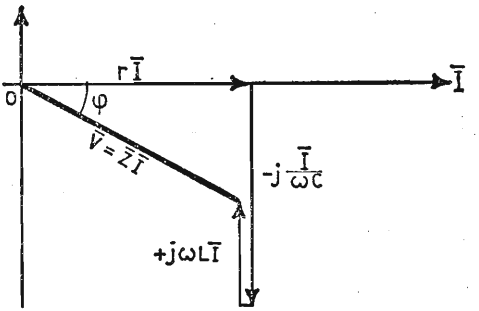


Fig. 75. – Grafico relativo all'impedenza totale del circuito - sfasamento fra tensione e corrente.

Il termine fra parentesi quadre è l'impedenza Z del circuito.

Essa è composta da una parte *reale* r e da una parte immaginaria $+\,j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$. La parte immaginaria può assumere valori positivi o negativi, a seconda del termine che prevale fra le due reattanze. Il modulo dell'impedenza vale

$$|Z| = \sqrt{r^2 + \left(\omega\,L - \frac{1}{\omega\,C}\right)^2}$$

Nel grafico di fig. 75 si è supposto che prevalga la reattanza capacitiva su quella induttiva. Lo sfasamento esistente fra tensione e corrente vale, allora

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\left(\frac{1}{\omega\,C} - \omega\,L\right)\cdot\overline{I}}{r\cdot\overline{I}} = \frac{\frac{1}{\omega\,C} - \omega\,L}{r}$$

Particolare interesse assume il circuito quando il generatore lo alimenta

alla frequenza per la quale *la reattanza induttiva è uguale in valore assoluto a quella capacitiva.*

Tale frequenza si ricava dalla posizione:

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \quad \text{(Legge di Thomson)}$$

ed è chiamata *frequenza di risonanza* f_0 del circuito, che, in questo particolare caso si chiama oscillante.

Nelle condizioni di risonanza, la somma vettoriale delle parti immaginarie è uguale a *zero*; resta, quindi, nel circuito la resistenza serie. L'impedenza del circuito equivale alla sola *resistenza*, infatti

$$Z = \sqrt{r^2 + 0} = r$$

tutta la tensione del generatore è ai capi della sola r e circola una corrente di risonanza, in fase con la tensione, di valore: $I = \frac{V}{r}$.

Il rapporto fra la tensione ai capi di uno degli elementi reattivi e la tensione ohmica (tensione del generatore) viene chiamato *coefficiente di risonanza*, simbolo ε_s (caso serie).

Esso rappresenta quante volte, in un circuito serie in risonanza, la tensione reattiva è *superiore* a quella ohmica; infatti la tensione ai capi dell'induttanza vale

$$V_L = \omega L I$$

sostituendo alla corrente di risonanza il rapporto $\frac{V}{r}$ si ottiene

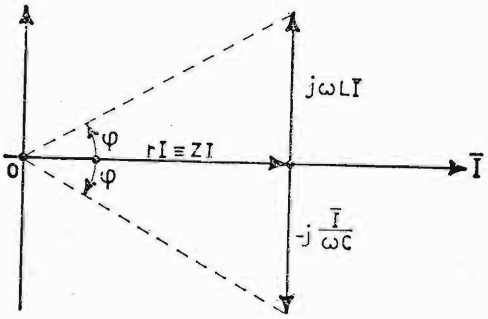


Fig. 76. – Rappresentazione grafica della condizione di risonanza.

$$V_L = \omega L \cdot \frac{V}{r} = \frac{\omega L}{r} \cdot V = \varepsilon_s \cdot V$$

mentre ai capi della capacità la tensione vale

$$V_c = \frac{I}{\omega C} = \frac{\frac{V}{r}}{\omega C} = \frac{1}{r \omega C} \cdot V = \varepsilon_s \cdot V$$

Questo tipo di circuito si presta per prelevare, nelle condizioni di risonanza, ai capi di un elemento reattivo, una sovratensione di risonanza ε_s volte quella del generatore.

1° Esempio. – **Ricavare la parte reale, la parte immaginaria, la corrente, la potenza assorbita e il fattore di potenza, dell'impendenza: $Z = 100 \underline{|30^\circ}$ sapendo che ai suoi capi vi è un generatore avente f.e.m. = 100 volt e frequenza f = 50 *Hz*.**

L'espressione $Z = 100 \underline{|30^\circ}$ è un modo sintetico di rappresentare un'impedenza. Sappiamo che un'impedenza è formata da una parte reale e da una immaginaria. Quando l'angolo che il vettore $\overline{Z}$ forma sull'asse reale è positivo, come nel nostro caso (infatti la scrittura $\underline{|30^\circ}$ indica sfasamento di 30° nel primo quadrante del cerchio trigonometrico) l'impedenza è sempre formata nella parte immaginaria da un'induttanza (o prevarrà l'induttanza su altri elementi). Graficamente l'impedenza può essere rappresentata come in fig. 77.

Le componenti attiva e reattiva valgono rispettivamente

$$r = Z \cdot \cos \varphi = 100 \cdot 0{,}866 = 86{,}6\ \Omega$$

$$X_L = Z \cdot \operatorname{sen} \varphi = 100 \cdot 0{,}50 = 50\ \Omega$$

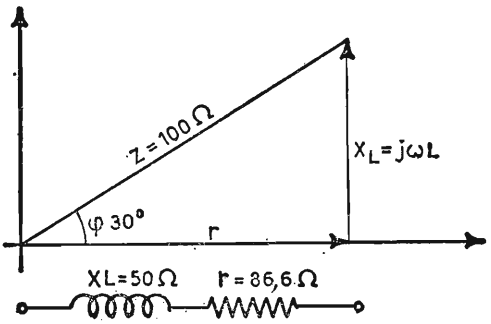


Fig. 77. – Grafico relativo all'impedenza del circuito r-L di figura.

la corrente circolante vale

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{100}{100} = 1 \text{ amp. eff.}$$

la potenza assorbita dal circuito, o *potenza attiva* è data dal prodotto

$$P \textit{ assorbita} = \bar{V} \cdot \bar{I} \cdot \cos \varphi = 100 \cdot 1 \cdot 0{,}866 = 86{,}6 \text{ watt.}$$

Il *fattore di potenza* è rappresentato dal coseno dell'angolo di sfasamento, fra tensione e corrente:

$$\textit{fattore di potenza} = \cos \varphi = 0{,}866.$$

Il fattore di potenza $\cos \varphi$, moltiplicato per tensione e corrente, fornisce la potenza attiva. Se l'angolo di sfasamento è 0°, tutta la potenza richiesta al generatore viene dissipata dal circuito (carico ohmico puro), se, invece, l'angolo $\varphi = 90°$, la potenza attiva è uguale a zero (infatti $\cos \varphi = 0$), ciò accade in presenza di carico puramente reattivo. Il fattore di potenza assume, quindi, valori intermedi fra 0 ed 1 e sta ad indicare la percentuale di potenza attiva nei confronti di tutta quella richiesta al generatore: *potenza apparente*. L'induttanza del circuito si ricava semplicemente dall'espressione

$$L = \frac{\omega L}{\omega} = \frac{50}{6{,}28 \cdot 50} = 0{,}159 \text{ henry}$$

2° Esercizio. – **Una bobina, avente una reattanza $X_l = 80\ \Omega$ in serie con una resistenza di 30 Ω, è alimentata da un generatore avente f.e.m. = 220 volt e frequenza f = 50 *Hz*, calcolare:**

a) **l'impedenza del circuito;**
b) **l'intensità di corrente;**
c) **il coefficiente L;**
d) **la potenza attiva;**
e) **la potenza apparente;**
f) **il fattore di potenza.**

a) *L'impedenza del circuito vale*

$$Z = \sqrt{r^2 + X^2_L} = \sqrt{30^2 + 80^2} \cong 85{,}5\ \Omega$$

b) *L'intensità di corrente vale*

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} = \frac{220}{85{,}5} = 2{,}58 \text{ amp}$$

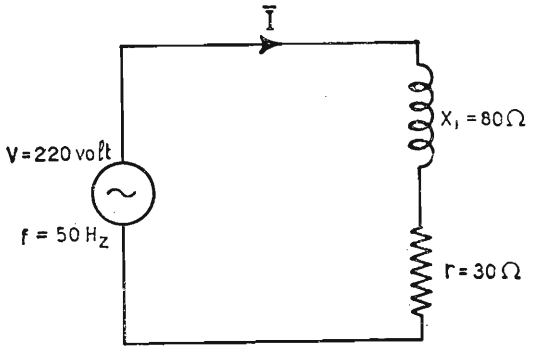


Fig. 78. - Circuito r-L in serie con valori nei componenti.

c) *Il coefficiente L vale*

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{80}{6{,}28 \cdot 50} = 0{,}254 \text{ henry}$$

d) *La potenza attiva vale*

$$P_{att} = R \cdot I^2 = 30 \cdot 2{,}58^2 = 200 \text{ watt}$$

e) *La potenza apparente vale*

$$P_{app} = V \cdot I = 220 \cdot 2{,}58 = 568 \quad V \cdot A$$

f) *La potenza attiva* è espressa anche: P attiva $= V \cdot I \cdot \cos\varphi$ come abbiamo già visto, per cui il fattore di potenza $\cos\varphi$ vale

$$\cos\varphi = \frac{P_{att}}{P_{app}} = \frac{V \cdot I \cdot \cos\varphi}{V \cdot I} = \frac{200}{568} = 0{,}352$$

da cui

$$\varphi \cong 69^o$$

3° Esercizio. - **Un circuito costituito da una bobina di 20 H avente una resistenza di 800 Ω è in serie ad un condensatore di capacità** $C = 6\,\mu$ F.

Ai loro capi è un generatore di tensione alternata, avente f. e. m. = 100 volt e frequenza = 50 *Hz*. **Calcolare:**

a) **l'impedenza del circuito;**

b) **la corrente circolante nel circuito stesso;**

c) **lo sfasamento fra tensione e corrente;**

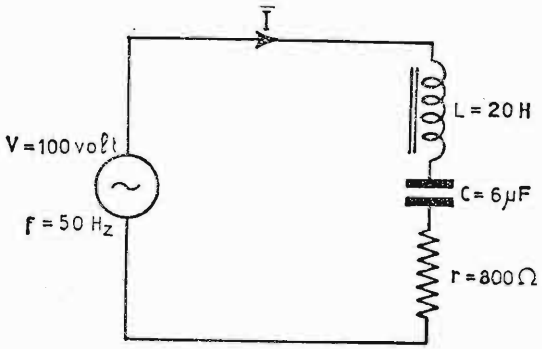


Fig. 79. – Circuito r-L-C in serie con valori nei componenti.

d) **la tensione ai capi dell'induttanza;**

e) **la tensione ai capi della capacità.**

a) *L'impedenza del circuito vale*

$$\overline{Z} = r + j\,\omega\,L - j\,\frac{1}{\omega\,C}$$

e il modulo

$$|Z| = \sqrt{r^2 + \left(\omega\,L - \frac{1}{\omega\,C}\right)^2},$$

si ha:

$$Z = \sqrt{800^2 + \left(6{,}28 \cdot 50 \cdot 20 - \frac{1}{6{,}28 \cdot 50 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 5.800\ \Omega$$

b) *La corrente circolante vale, allora*

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{\overline{Z}} = \frac{100}{5800} = 0{,}017 \text{ amp.}$$

c) *Lo sfasamento fra tensione e corrente, si ricava dalla* tg φ

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\,L - \dfrac{1}{\omega\,C}}{r} = \frac{6280 - 530}{800} = 7{,}2$$

da cui $\varphi \cong 82^{\circ}$,
oppure

$$\cos\varphi = \frac{r}{Z} = \frac{800}{5800} = 0{,}138$$

da cui

$$\varphi \cong 82^{\circ}$$

d) *La tensione ai capi della bobina vale*

$$\overline{V}_L = \omega L \overline{I} = 6{,}28 \cdot 50 \cdot 20 \cdot 0{,}017 = 106 \text{ volt}$$

e) *La tensione ai capi della capacità vale*

$$\overline{V}_c = \frac{\overline{I}}{\omega C} = \frac{0{,}017}{6{,}28 \cdot 50 \cdot 6 \cdot 10^{-6}} \cong 9{,}05 \text{ volt}$$

4° Esercizio. – **Un circuito, costituito da una bobina, avente $L = 50\ \mu H$, $\varepsilon = 100$ è posta in serie ad un condensatore avente $C = 100\ {}_pF$. Calcolare: la frequenza di risonanza f_0, e la tensione del generatore, affinché alla frequenza di risonanza la tensione ai capi della bobina sia di 150 volt.**

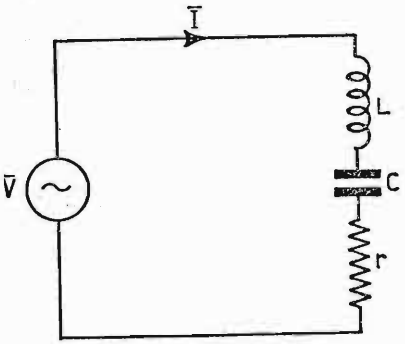


Fig. 80. – Circuito r-L-C in serie.

La frequenza di risonanza si ricava dalla legge di Thomson

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} = \frac{1}{6{,}28 \sqrt{50 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^{-12}}} = 2{,}25 \cdot 10^{6}\ Hz$$

È noto che in risonanza la tensione ai capi di un elemento reattivo è ε volte maggiore di quella del generatore; di conseguenza, la tensione del generatore deve essere

$$V = \frac{\omega L I}{\varepsilon} = \frac{150}{100} = 1{,}5 \text{ volt}$$

46. Circuito con induttanza e resistenza in parallelo.

Nel circuito di fig. 81 la corrente totale del generatore si biforca, nel nodo elettrico, ossia una corrente ohmica:

$$\overline{I_R} = \frac{\overline{V}}{R}$$

ed una induttiva

$$\overline{I_L} = \frac{\overline{V}}{j\,\omega\,L} = -j\,\frac{\overline{V}}{\omega\,L}$$

per cui la corrente del generatore corrisponde alla loro somma vettoriale

$$\overline{I} = \overline{I_R} + \overline{I_L}$$

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{R} - j\,\frac{\overline{V}}{\omega\,L} = \left(\frac{1}{R} - j\,\frac{1}{\omega\,L}\right)\cdot\overline{V} = \overline{Y}\cdot\overline{V}$$

Il termine fra parentesi viene chiamato *ammettenza* del circuito, simbolo Y, composto di una parte *reale conduttanza* $\frac{1}{R}$ e di una parte *immaginaria suscettanza induttiva* $-j\,\frac{1}{\omega\,L}$ in ritardo di 90° sull'asse reale.

Le parti componenti: *conduttanza* e *suscettanza*, non sono altro che: l'inverso della resistenza e l'inverso della reattanza, per questo motivo esiste una relazione fra impedenza e ammettenza; essa vale

$$\overline{Z} = \frac{1}{\overline{Y}}$$

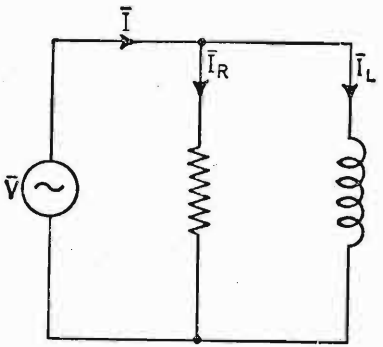


Fig. 81. – Circuito con resistenza ed induttanza in parallelo.

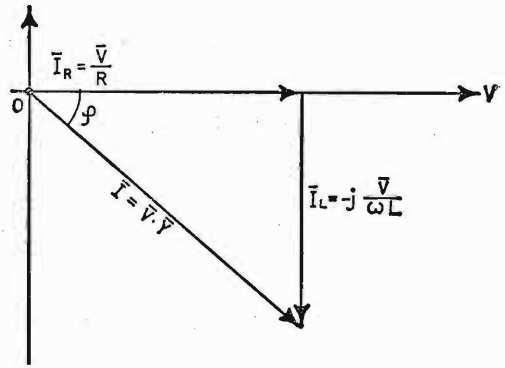


Fig. 82. – Grafico rappresentante lo sfasamento fra tensione e corrente nel circuito ohmico-induttivo.

Il vettore ammettenza ha il modulo

$$|Y| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} \qquad \text{(mho o siemens)}$$

Lo sfasamento fra corrente e tensione, rappresentato dall'angolo φ vale

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\dfrac{\overline{V}}{\omega L}}{\dfrac{\overline{V}}{R}} = \frac{R}{\omega L}.$$

47. Circuito con capacità e resistenza in parallelo.

Anche per il circuito di fig. 83 la corrente vale la somma vettoriale delle correnti ohmica e capacitiva.

$$\overline{I} = \overline{I_R} + \overline{I_c}$$

ossia

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{R} + \frac{\overline{V}}{\dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{\overline{V}}{R} + j\omega C\overline{V} = \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right) \cdot \overline{V} = \overline{Y} \cdot \overline{V}$$

Il termine fra parentesi viene chiamato *ammettenza* del circuito, composto dalla *conduttanza* $\frac{1}{R}$ e dalla *suscettanza capacitiva* $j\omega C$, che

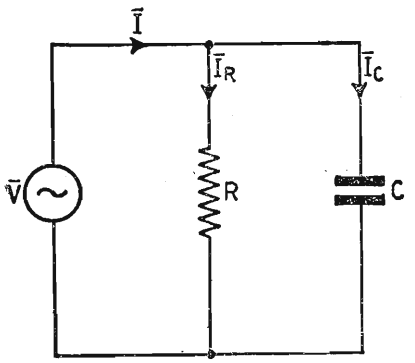


Fig. 83. – Circuito con resistenza e capacità in parallelo.

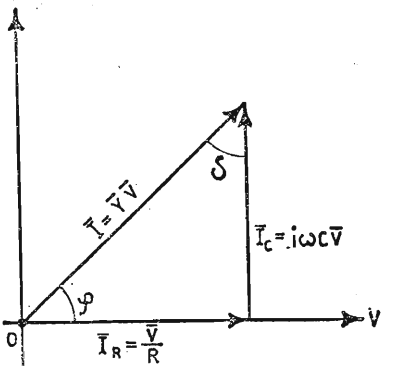


Fig. 84. – Grafico rappresentante lo sfasamento fra tensione e corrente nel circuito ohmico-capacitivo.

sfasa la corrente capacitiva di 90° in anticipo sull'asse reale. Il vettore ammettenza ha per modulo l'espressione

$$|Y| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2} \qquad \text{(mho)}$$

Lo sfasamento fra corrente e tensione, rappresentato dall'angolo φ, vale

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega C \overline{V}}{\frac{\overline{V}}{R}} = \omega C R$$

48. Circuito con RLC in parallelo - Condizione di risonanza.

Consideriamo il circuito di fig. 85. La corrente del generatore (corrente totale richiesta) è data dalla somma vettoriale delle tre correnti I_R, I_C, I_L

$$\overline{I} = \overline{I_R} + \overline{I_C} + \overline{I_L}$$

ossia

$$\overline{I} = \frac{\overline{V}}{R} + j\omega C \overline{V} - j \frac{\overline{V}}{\omega L} = \left[\frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\right] \cdot \overline{V} = \overline{Y} \cdot \overline{V}$$

Il termine fra parentesi quadre rappresenta *l'ammettenza* del circuito $\overline{Y}$. Essa è costituita da una parte reale

$$\frac{1}{R} = G \text{ (conduttanza)}$$

e da una parte immaginaria

$$j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = +j B \text{ (suscettanza).}$$

La *suscettanza* può assumere valori positivi o negativi, a seconda del fattore che prevale fra le due suscettanze. Il modulo del vettore ammettenza vale

$$|Y| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

Nel grafico di fig. 86 si è supposto che prevalga la suscettanza capacitiva su quella induttiva. Lo sfasamento esistente fra tensione e corrente, vale,

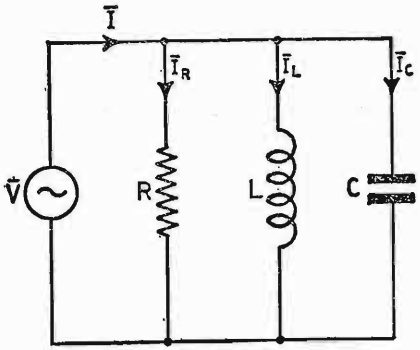


Fig. 85. – Circuito R-C-L collegati in parallelo fra loro.

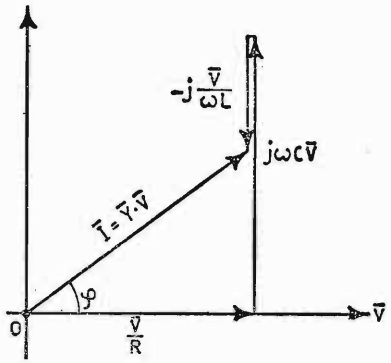


Fig. 86. – Grafico relativo allo sfasamento totale fra tensione e corrente nel circuito.

quindi:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega C - \dfrac{1}{\omega L}}{\dfrac{1}{R}}$$

Anche per questo caso, può verificarsi la condizione di *risonanza* nel circuito, quando il generatore lo alimenta alla pulsazione per cui si stabilisce la condizione

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

ossia

$$\omega^2 L C = 1$$

La frequenza di risonanza vale

$$f_0 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}} \quad \text{(Legge di Thomson)}$$

esattamente uguale a quella del caso *rCL* in serie. In risonanza la suscettanza totale è uguale a *zero*, per cui l'ammettenza del circuito si riduce alla sola espressione

$$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + 0} = \frac{1}{R}$$

Nella linea circola una corrente di valore

$$I = \frac{V}{R}$$

Il rapporto fra la corrente circolante in uno degli elementi reattivi e la corrente ohmica (corrente di linea o del generatore), viene chiamato *coefficiente di risonanza* del circuito parallelo, simbolo ε_p

$$\varepsilon_p = \frac{\omega C V}{\frac{V}{R}} = \frac{\frac{V}{\omega L}}{\frac{V}{R}} = R \omega C = \frac{R}{\omega L}$$

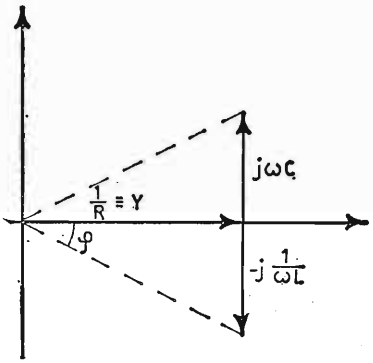


Fig. 87. – Rappresentazione grafica della condizione di risonanza.

Esso rappresenta quante volte, in un circuito parallelo in risonanza, la corrente reattiva è maggiore di quella ohmica; infatti, la corrente nella capacità vale

$$I_c = \omega C V$$

sostituendo alla tensione del generatore, l'equivalente $V = R I$ si ottiene

$$I_c = \omega CR \cdot I = \varepsilon_p \cdot I$$

nella bobina si ha

$$I_L = \frac{V}{\omega L} = \frac{R}{\omega L} \cdot I = \varepsilon_p \cdot I$$

Questo tipo di circuito si presta per prelevare, nelle condizioni di risonanza, una sovracorrente di risonanza, in serie ad un elemento reattivo. Questa sovracorrente di risonanza vale ε_p volte quella del generatore.

1° Esercizio. – **Un circuito risonante in parallelo, costituito da una bobina:** $L = 200\,\mu H$, **avente una resistenza in parallelo** $R = 100\ K\,\Omega$, **e una capacità** C, **è alimentato da un generatore avente f.e.m. = 50 volt e frequenza** $f = 10^6\ Hz$.

Ricavare:

a) **la capacità di risonanza;**

b) **il coefficiente di risonanza;**

c) **la corrente di risonanza.**

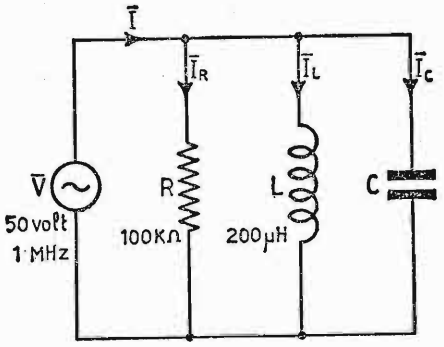


Fig. 88. – Circuito con elementi RCL in parallelo al generatore, con valori noti dei componenti.

a) *La capacità di risonanza si ricava applicando la legge di Thomson*

$$\omega^2 L C = 1 \qquad ; \qquad C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(6{,}28 \cdot 10^6)^2 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= \frac{10^{-6}}{39{,}5 \cdot 200} = 127 \cdot 10^{-12} \text{ farad} = 127\ {}_pF$$

b) *Il coefficiente di risonanza vale*

$$\varepsilon_p = \frac{R}{\omega L} = \frac{10^5}{6{,}28 \cdot 10^6 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = 80$$

c) *La corrente nel ramo L o C, di risonanza,* vale

$$I_L = \frac{V}{\omega L} = \frac{50}{6{,}28 \cdot 10^6 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = 0{,}040 \text{ amp.}$$

2° Esercizio. - **Un generatore avente f.e.m. = 125 volt e frequenza** $f = 50$ *Hz*, **alimenta tramite una linea un carico, costituito da una bobina** $L = 10$ henry, **in parallelo ad una resistenza** $R = 1500\ \Omega$. **Supposte nulle le perdite nella linea, ricavare:**

a) **il valore della corrente di linea;**

b) **lo sfasamento fra tensione e corrente;**

c) **la potenza attiva;**

d) **la potenza apparente;**

e) **il valore della capacità da porre in derivazione al carico, per ridurre l'angolo di sfasamento fra tensione e corrente a 20°.**

Ricordando che l'ammettenza Y del circuito vale

$$|Y| = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2} \quad \text{(mho)}$$

$$Y = \sqrt{\frac{10^{-6}}{2{,}25} + \left(\frac{1}{6{,}28 \cdot 500}\right)^2} \cong 7{,}4 \cdot 10^{-4} \quad \text{mho}$$

a) *La corrente circolante vale, allora*

$$\overline{I} = \overline{V} \cdot \overline{Y} = 125 \cdot 7{,}4 \cdot 10^{-4} = 0{,}0925 \quad \text{amp.}$$

b) *Lo sfasamento* φ *fra tensione e corrente si ricava dalla*

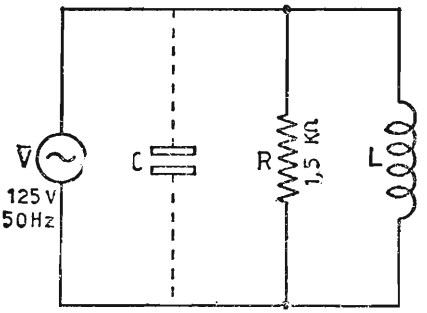


Fig. 89. - Circuito RL con capacità prevista per il rinfasamento parziale fra tensione e corrente.

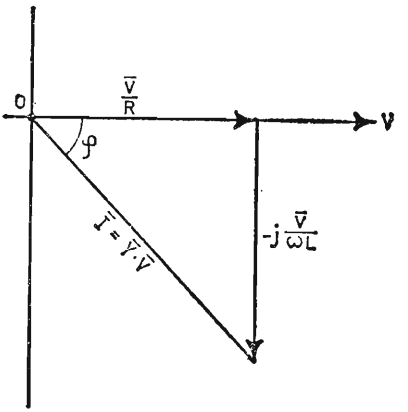


Fig. 90. - Grafico rappresentante lo sfasamento fra tensione e corrente prima del rinfasamento.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\dfrac{\overline{V}}{\omega L}}{\dfrac{\overline{V}}{R}} = \frac{R}{\omega L} = \frac{1500}{6{,}28 \cdot 500} = 0{,}477$$

L'angolo φ vale; $\varphi \cong 26^{o}$

c) *La potenza attiva vale*

$$P_{att} = \frac{V^2}{R} = \frac{(125)^2}{1500} = 10{,}4 \quad \text{watt}$$

d) *La potenza apparente si ottiene dalla*

$$P_{app} = V \cdot I = 125 \cdot 0{,}0925 = 11{,}55 \qquad V \cdot A$$

e) *Il valore del condensatore* che riduce l'angolo di sfasamento fra tensione e corrente a 20°, si ricava dall'espressione della tangente. Infatti

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\dfrac{1}{\omega L} - \omega C}{\dfrac{1}{R}}$$

sapendo, ora, che la tgφ per $\varphi = 20^{o}$ vale tg$\varphi = 0{,}364$; sostituendo i rispettivi valori e risolvendo rispetto alla capacità, si ha

$$0{,}364 = \frac{\dfrac{1}{3140} - 6{,}28 \cdot 50 \cdot C}{\dfrac{1}{1500}}$$

$$C = (1{,}01 \cdot 10^{-6} - 0{,}77 \cdot 10^{-6}) = 0{,}24 \cdot 10^{-6} \text{ farad.}$$

CAPITOLO IX

TRASFORMAZIONE DI CIRCUITI ELETTRICI IN CIRCUITI EQUIVALENTI

Alle volte, in elettrotecnica, risulta comodo agli effetti del calcolo trasformare un circuito elettrico in uno equivalente, il quale mantenga inalterate le condizioni di alimentazione del generatore, ossia: *tensione*, *corrente* e *sfasamento*. Esistono due trasformazioni generali: trasformazione di un circuito con elementi in serie in uno equivalente con elementi in parallelo e viceversa. Analizzeremo, successivamente, i due casi.

49. Da elementi in serie ad elementi in parallelo.

Sono dati gli elementi serie $\overline{Z} = r + jX$ del circuito a) di fig. 91.; si desidera ricavare gli elementi equivalenti in parallelo Rp ed Xp del caso b). Per ricavarli, basta scrivere l'equazione dell'ammettenza, cioè

$$\overline{Y} = \frac{1}{\overline{Z}} = \frac{1}{r + jX}.$$

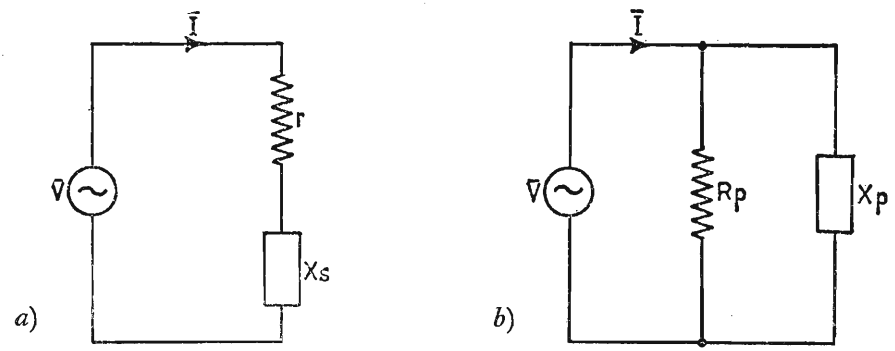


Fig. 91. – Generatore con carico ohmico-reattivo previsto: *a*) in serie; *b*) in parallelo.

ora, si razionalizza l'espressione (perché non possono figurare termini immaginari al denominatore), moltiplicando numeratore e denominatore per il fattore coniugato di $(r + jX)$ uguale ad $(r - jX)$, si ha allora

$$\overline{Y} = \frac{r - jX}{(r + jX) \cdot (r - jX)} = \frac{r - jX}{r^2 + X^2}$$

separando, ora la parte reale da quella immaginaria, si ottiene

$$\overline{Y} = \frac{r}{r^2 + X^2} - j\frac{X}{r^2 + X^2} = \frac{1}{\frac{r^2 + X^2}{r}} - j\frac{1}{\frac{r^2 + X^2}{X}} = \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{X_p}$$

ossia

$$R_p = \frac{r^2 + X^2}{r} \quad ; \quad X_p = \frac{r^2 + X^2}{X}$$

ed essendo, anche

$$Z^2 = r^2 + X^2,$$

$$R_p = \frac{Z^2}{r} \quad ; \quad X_p = \frac{Z^2}{X}$$

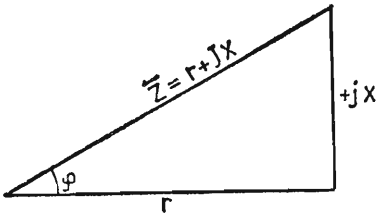


Fig. 92. – Diagramma dell'impedenza: $\overline{Z} = r + jX$.

dal grafico di fig. 92 si può notare che: $r = Z \cos \varphi$ e $X = Z \operatorname{sen} \varphi$, per cui sostituendoli nelle espressioni precedenti, possiamo ricavare gli elementi in parallelo, in funzione della sola impedenza e dell'angolo di sfasamento

$$R_p = \frac{Z^2}{\overline{Z} \cos \varphi} = \frac{\overline{Z}}{\cos \varphi} \quad ;$$

$$X_p = \frac{Z^2}{\overline{Z} \operatorname{sen} \varphi} = \frac{\overline{Z}}{\operatorname{sen} \varphi}.$$

50. Da elementi in parallelo ad elementi in serie.

Sono dati gli elementi in parallelo del circuito a), di fig. 93,

$$\overline{Y} = \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{X_p}$$

si desidera ricavare gli equivalenti elementi in serie r ed X del caso b).

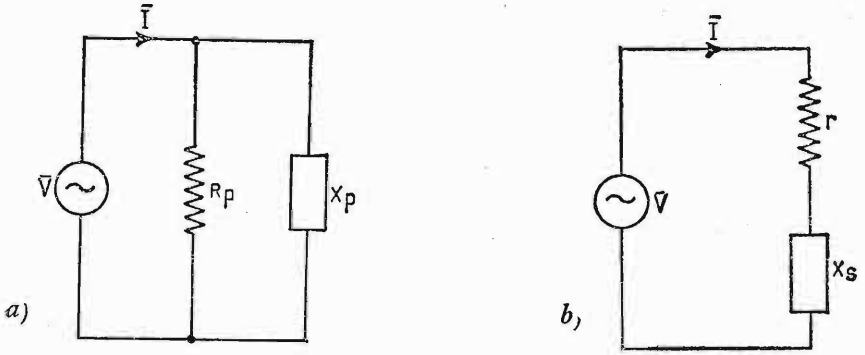


Fig. 93. – Generatore con carico ohmico-reattivo previsto: *a*) in parallelo; *b*) in serie.

Come nel caso precedente si ha

$$\overline{Z} = \frac{1}{\overline{Y}} = \frac{1}{\dfrac{1}{R_p} - j\dfrac{1}{X_p}}$$

moltiplicando numeratore e denominatore per il fattore coniugato

$$\frac{1}{R_p} + j\frac{1}{X_p}$$

si ha

$$\overline{Z} = \frac{\dfrac{1}{R_p} + j\dfrac{1}{X_p}}{\left(\dfrac{1}{R_p} - j\dfrac{1}{X_p}\right)\cdot\left(\dfrac{1}{R_p} + j\dfrac{1}{X_p}\right)} = \frac{\dfrac{1}{R_p} + j\dfrac{1}{X_p}}{\left(\dfrac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{X_p}\right)^2}$$

separando la parte reale da quella immaginaria si ottiene

$$\overline{Z} = \frac{\dfrac{1}{R_p}}{\left(\dfrac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{X_p}\right)^2} + j\frac{\dfrac{1}{X_p}}{\left(\dfrac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{X_p}\right)^2} = r + jX$$

ricordando che

$$\left(\frac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_p}\right)^2 = Y^2$$

si ha

$$r = \frac{\dfrac{1}{R_p}}{\left(\dfrac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{X_p}\right)^2} = \frac{\dfrac{1}{R_p}}{Y^2}$$

$$X = \frac{\dfrac{1}{X_p}}{\left(\dfrac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{X_p}\right)^2} = \frac{\dfrac{1}{X_p}}{Y^2}$$

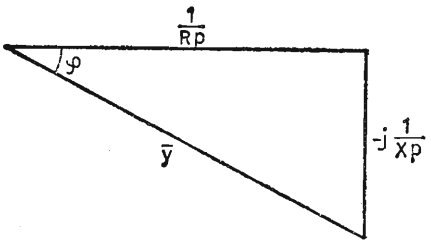


Fig. 94. – Diagramma dell'ammettenza: $\overline{Y} = \frac{1}{Rp} - j\,\frac{1}{Xp}$.

e notando dal grafico di fig. 94, che

$$\frac{1}{R_p} = \overline{Y} \cdot \cos\varphi \qquad \text{e} \qquad \frac{1}{X_p} = \overline{Y} \cdot \operatorname{sen}\varphi,$$

sostituendo nelle espressioni sopra, si ottiene

$$r = \frac{\dfrac{1}{R_p}}{Y^2} = \frac{\cos\varphi}{\overline{Y}} \quad ; \quad X = \frac{\dfrac{1}{X_p}}{Y^2} = \frac{\operatorname{sen}\varphi}{\overline{Y}}$$

1° Esercizio. – **Data l'impedenza** $Z = 50\ \underline{|30^\circ}$; **ricavare gli elementi equivalenti in parallelo.**

Gli elementi in serie valgono

$$r = Z \cdot \cos 30^\circ = 50 \cdot 0{,}866 = 43{,}3\ \Omega$$

$$X = Z \cdot \operatorname{sen} 30^\circ = 50 \cdot 0{,}500 = 25\ \Omega$$

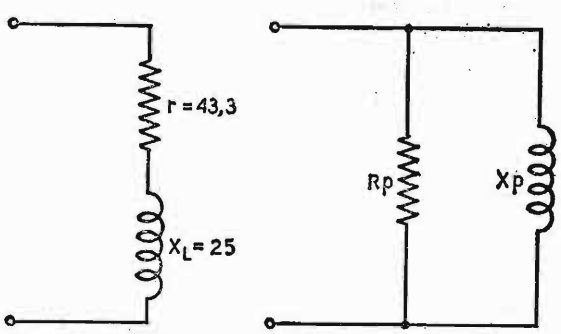


Fig. 95. – Circuito da elementi in serie ad elementi in parallelo.

Gli elementi equivalenti in parallelo valgono

$$R_p = \frac{r^2 + X^2}{r} = \frac{Z^2}{r} = \frac{2500}{43{,}3} = 57{,}7 \ \Omega$$

$$X_p = \frac{r^2 + X^2}{X} = \frac{Z^2}{X} = \frac{2500}{25} = 100 \ \Omega$$

oppure

$$R_p = \frac{Z}{\cos \varphi} = \frac{50}{0{,}866} = 57{,}7 \ \Omega$$

$$X_p = \frac{Z}{\operatorname{sen} \varphi} = \frac{50}{0{,}5} = 100 \ \Omega$$

2° Esercizio. - **Ricavare l'impedenza equivalente all'arco doppio formato dalle impedenze:** $\overline{Z_1} = 8 + j\,12$ **e** $\overline{Z_2} = 5 - j\,8$, **e i corrispondenti valori del circuito equivalente parallelo.**

$$\begin{cases} \overline{Z_1} = 8 + j\,12 \\ \overline{Z_2} = 5 - j\,8 \end{cases}$$

essendo le due impedenze collegate in parallelo, l'impedenza equivalente è determinata dal prodotto, diviso per la somma di $\overline{Z_1}$ e $\overline{Z_2}$. Ossia

$$\overline{Z_e} = \frac{\overline{Z_1} \cdot \overline{Z_2}}{\overline{Z_1} + \overline{Z_2}} = \frac{(8 + j\,12) \cdot (5 - j\,8)}{(8 + j\,12) + (5 - j\,8)} =$$

$$\overline{Z_e} = \frac{40 - j\,64 + j\,60 + 96}{8 + j\,12 + 5 - j\,8} = \frac{136 - j\,4}{13 + j\,4}$$

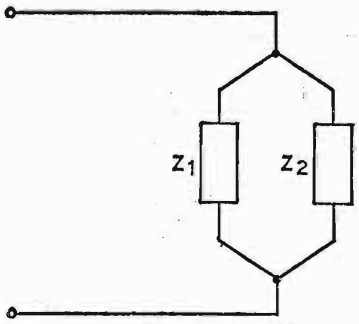


Fig. 96. - Impedenze $\overline{Z_1}$ e $\overline{Z_2}$ fra loro in parallelo.

razionalizzando l'espressione per il fattore coniugato $(13 - j\,4)$ si ha

$$\overline{Z_e} = \frac{(136 - j\,4) \cdot (13 - j\,4)}{(13 + j\,4) \cdot (13 - j\,4)} = \frac{1752 - j\,596}{185}$$

separando, ora, nel numeratore della frazione, la parte reale da quella immaginaria, si ottiene l'espressione definitiva della $\overline{Z_e}$

$$\overline{Z_e} = \frac{1752}{185} - j\,\frac{596}{185} = 9{,}5 - j\,3{,}2 \quad \Omega$$

l'impedenza equivalente è composta di una resistenza in serie con una capacità, come dallo schema di fig. 97.

I corrispondenti elementi equivalenti in parallelo sono presto ricavabili dalle espressioni già discusse precedentemente:

$$R_p = \frac{Z^2}{r} \quad ; \quad X_p = \frac{Z^2}{X}$$

dove Z^2 vale

$$Z^2 = r^2 + X^2 = (9{,}5)^2 + (3{,}2)^2 = 100{,}5\ \Omega^2$$

per cui saranno

$$R_p = \frac{100{,}5}{9{,}5} = 10{,}5\ \Omega$$

$$X_p = \frac{100{,}5}{3{,}2} = 31{,}4\ \Omega$$

$r = 9{,}5\ \Omega \qquad X_c = 3{,}2\ \Omega$

Fig. 97. – Circuito ohmico-capacitivo con valori noti dei componenti.

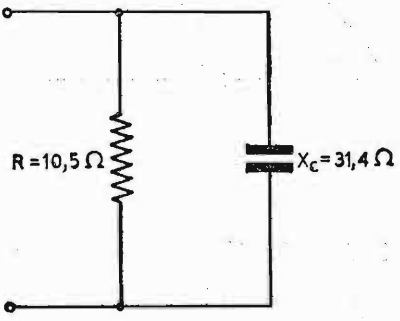


Fig. 98. – Circuito equivalente parallelo con i valori ricavati.

51. Fattore di merito di una bobina in AF.

Una bobina in *AF*, oltre ad essere sede di perdite ohmiche dovute alle caratteristiche geometriche del filo che la costituisce, è sottoposta ad altre perdite dovute principalmente: alla natura dell'isolante del filo, al supporto sul quale è costruita, alle masse metalliche vicine e inoltre all'effetto Pellicolare, che ha luogo alle frequenze elevate.

L'effetto *Pellicolare* ha luogo in quanto, per le *AF*, le cariche elettriche si dispongono verso la periferia del conduttore, disertando via via la parte centrale. Conseguentemente, diminuendo la superficie interessata, aumenta la resistenza del filo. A questo inconveniente si rimedia, in parte, sostituendo il filo massiccio, a seconda dei casi, con conduttori tubolari o con filo litz, costituito da un conduttore formato da tanti fili capillari, isolati fra loro.

Tutte queste perdite, variabili al variare della frequenza, si suppongono conglobate in un'unica resistenza, posta in serie alla bobina ideale. Di conseguenza lo schema elettrico di una bobina reale, diventa quello di figura 99.

Il circuito ha l'impedenza determinata dall'espressione:

$$\bar{Z} = r + i\omega L$$

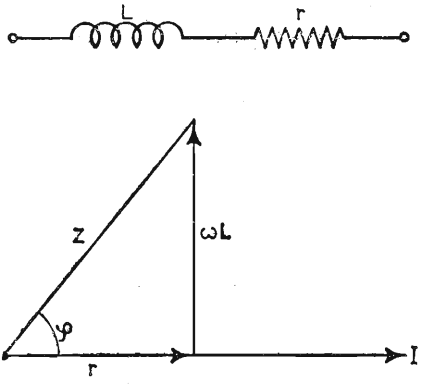


Fig. 99. – Circuito ohmico-induttivo in serie e relativo diagramma vettoriale.

Chiamasi *fattore di merito* della bobina, l'espressione

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{r}$$

e lo si indica con la lettera Q. Esso rappresenta nel circuito di una bobina reale quante volte la potenza reattiva è superiore a quella attiva. Il fattore di merito Q, come si può notare è una grandezza fisica uguale al coeff. di risonanza ε.

52. Angolo di perdita di un condensatore.

Anche un condensatore è sede di perdite ohmiche. Esse sono dovute: al non perfetto dielettrico interposto fra le armature, alla resistenza delle armature, all'isteresi dielettrica, ecc. Possiamo, anche in questo caso, pensarle conglobate in un'unica resistenza variabile al variare della frequenza, considerata in serie o in parallelo alla capacità ideale. Queste perdite sono in tutti i casi molto minori di quelle di una bobina.

Presentiamo i due casi parallelamente, supponendo, nei due casi uguali le perdite:

Caso serie

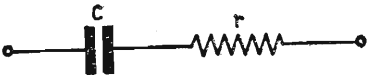


Fig. 100. – Capacità con resistenza equivalente alle perdite previste in serie.

Caso parallelo

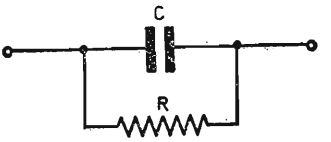


Fig. 101. – Capacità con resistenza equivalente alle perdite previste in parallelo.

L'impedenza vale

$$\overline{Z} = r - j\frac{1}{\omega C}$$

L'ammettenza vale

$$\overline{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C$$

graficamente

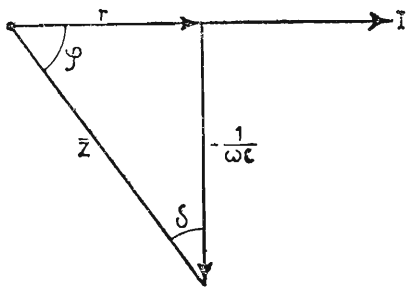


Fig. 102. – Grafico rappresentante l'impedenza $\overline{Z} = r - jXc$ e relativo angolo δ.

graficamente

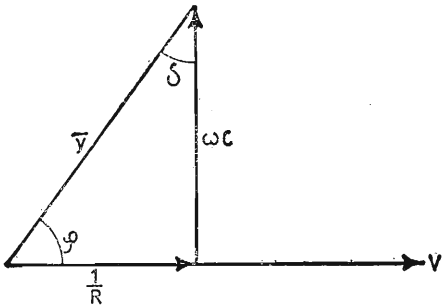


Fig. 103. – Grafico rappresentante l'ammettenza $\overline{Y} = \frac{1}{R} + j\frac{1}{Xc}$ e relativo angolo δ.

L'angolo che rappresenta le perdite del condensatore è l'angolo δ, complementare dell'angolo φ. Esso si ricava rispettivamente

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{r}{\frac{1}{\omega C}} = r \omega C \qquad \Bigg| \qquad \operatorname{tg} \delta = \frac{\frac{1}{R}}{\omega C} = \frac{1}{R \omega C}$$

Considerando, come supposto, uguali le perdite, si può scrivere

$$r \omega C = \frac{1}{R \omega C}$$

potendo ricavare le perdite serie in funzione di quelle in parallelo e viceversa, ossia

$$r = \frac{1}{\omega^2 C^2 R} \qquad \Bigg| \qquad R = \frac{1}{\omega^2 C^2 r}$$

53. **Circuito L C reale.**

Trascurando le perdite dovute alla capacità, possiamo schematizzare un circuito oscillante reale come in fig. 104.

Per ricavare il valore della frequenza di risonanza e quello della resistenza

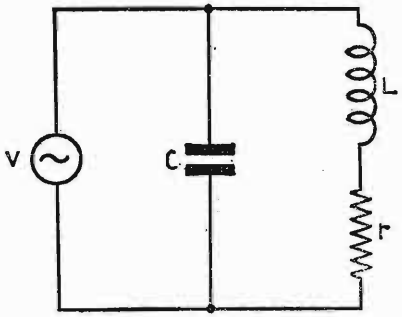


Fig. 104. – Circuito LC reale, in parallelo al generatore.

equivalente parallelo, dobbiamo iniziare dall'espressione dell'ammettenza:

$$\overline{Y} = \overline{Y_L} + \overline{Y_c}$$

$$\overline{Y} = \frac{1}{r + j\,\omega\,L} + j\,\omega\,C$$

razionalizziamo:

$$\overline{Y} = \frac{r - j\,\omega\,L}{(r + j\,\omega\,L)\cdot(r - j\,\omega\,L)} + j\,\omega\,C =$$

$$= \frac{r - j\,\omega\,L}{r^2 + \omega^2\,L^2} + j\,\omega\,C,$$

separiamo le parti reali da quelle immaginarie:

$$\overline{Y} = \frac{r}{r^2 + \omega^2\,L^2} - j\left(\frac{\omega\,L}{r^2 + \omega^2\,L^2} - \omega\,C\right)$$

In risonanza la parte immaginaria si *annulla* e il circuito si riduce ad una sola *resistenza equivalente parallelo*, ohmica pura. Possiamo, allora, scrivere alla condizione di risonanza

$$Y = \frac{r}{r^2 + \omega^2\,L^2} = \frac{1}{R_d}$$

$$R_d = \frac{r^2 + \omega^2\,L^2}{r}$$

trascurando r^2 nei confronti di $X^2{}_L$ rimane

$$R_d \cong \frac{\omega^2\,L^2}{r}$$

(Resistenza dinamica)

$$\frac{\omega\,L}{r^2 + \omega^2\,L^2} - \omega\,C = 0$$

$$\omega\,L = \omega\,C\,(r^2 + \omega^2\,L^2)$$

$$\frac{L}{C} - r^2 = \omega^2\,L^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{L^2}}$$

(Pulsazione di risonanza)

Nel circuito reale, mentre la pulsazione di risonanza differisce minimamente dalla semplice espressione di Thomson per il termine $\left(-\frac{r^2}{L^2}\right)$, in risonanza esso presenta una *resistenza dinamica*, ohmica pura, di valore

tanto più elevato quanto minori sono le perdite del circuito, secondo la espressione

$$R_d = \frac{\omega^2 L^2}{r} = \frac{\omega L}{r} \cdot \omega L = Q \cdot \omega L = \frac{Q}{\omega C}$$

dato che in risonanza sono: $\omega L = \frac{1}{\omega C}$,

riprendendo l'espressione di Rd, possiamo anche scrivere

$$R_d = \frac{\omega L \cdot \frac{1}{\omega C}}{r} = \frac{L}{r C}$$

od anche

$$R_d = \frac{\omega^2 L^2}{r} \cdot \frac{r}{r} = Q^2 \cdot r = Q \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Esercizio. – **Calcolare la resistenza equivalente parallelo (R_d) del circuito LCr reale, avente le perdite considerate nel ramo L, quando sono:**

$L = 250\ \mu H$; $C = 70\ {}_pF$; **resistenza interna del generatore** $R_i = 100000\ \Omega$, $r = 15\ \Omega$ $E_{gen} = 50$ volt. **Se il generatore alimenta il circuito risonante alla propria frequenza di risonanza, calcolare:**

a) **la tensione ai capi del circuito oscillante;**

b) **la corrente di risonanza nel circuito stesso.**

Prima di tutto, occorre ricavare il valore della resistenza dinamica applicando l'espressione

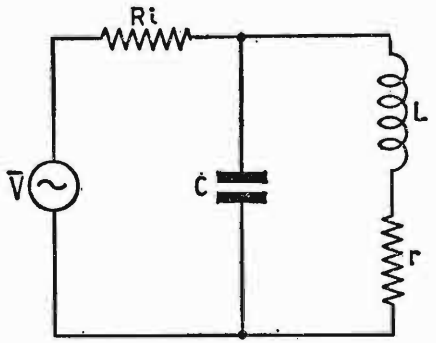


Fig. 105. – Circuito LC reale, in parallelo al generatore.

$$R_d = \frac{L}{r\,C} = \frac{250 \cdot 10^{-6}}{15 \cdot 70 \cdot 10^{-12}} = 238 \cdot 10^3\ \Omega$$

Il valore della pulsazione di risonanza

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r^2}{L^2}} = \sqrt{\frac{1}{250 \cdot 10^{-6} \cdot 70 \cdot 10^{-12}} - \left(\frac{15}{250 \cdot 10^{-6}}\right)^2}$$

$$\omega \cong 10^6 \cdot \sqrt{57{,}2} \cong 7{,}55 \cdot 10^6\ \frac{rad}{sec}$$

dalla quale

$$f_o = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{7{,}55}{6{,}28} \cdot 10^6 = 1{,}2 \cdot 10^6\ Hz = 1{,}2\ MHz.$$

Il valore della corrente erogata dal generatore

$$I = \frac{V_{gen}}{R_i + R_d} = \frac{50}{100 \cdot 10^3 + 238 \cdot 10^3} = 0{,}148 \cdot 10^{-3}\ \text{amp}$$

per cui si ottiene

a) *il valore della tensione ai capi del circuito oscillante*

$$V = R_d \cdot I = 238 \cdot 10^3 \cdot 0{,}148 \cdot 10^{-3} = 35{,}2\ \text{volt}$$

b) *il valore della corrente di risonanza*

$$I_{ris} = Q \cdot I = \frac{\omega L}{r} \cdot I = \frac{7{,}55 \cdot 10^6 \cdot 250 \cdot 10^{-6}}{15} \cdot 0{,}148 \cdot 10^{-3} = 18{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{amp.}$$

CAPITOLO X

MUTUA INDUZIONE FRA CIRCUITI

54. Accoppiamento fra due bobine.

Riferendoci a quanto esposto precedentemente sul fenomeno della mutua induzione, immaginiamo di accoppiare mutuamente due bobine, in aria, ottenendo in tal modo due circuiti, denominati: *primario* e *secondario*. Al circuito primario applichiamo il generatore, secondo lo schema di fig. 106.

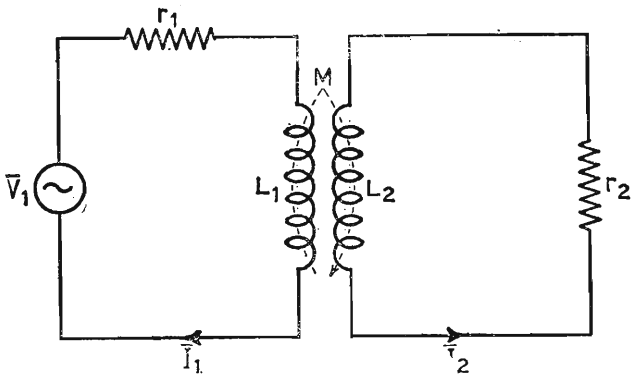


Fig. 106. – Circuiti induttivi mutuamente accoppiati.

Nel primario la tensione V_1 del generatore è uguale alla somma delle *f.c.e.m.*, compresa l'azione del circuito secondario sul primario

$$\overline{V_1} = r_1 \overline{I_1} + j\omega L_1 \overline{I_1} + j\omega M \overline{I_2}$$

mentre per il secondario possiamo scrivere

$$r_2 \overline{I_2} + j\omega L_2 \overline{I_2} + j\omega M \overline{I_1} = 0$$

Per ricavare l'effetto elettrico del secondario sul primario, dobbiamo sostituire, al posto della $\overline{I}_2$ nella prima espressione l'equivalente valore ricavato dall'espressione del secondario, ossia

$$\begin{cases} \overline{V}_1 = r_1 \overline{I_1} + j\omega L_1 \overline{I_1} + j\omega M \left(\dfrac{-j\omega M}{r_2 + j\omega L_2} \right) \overline{I}_1 \\ \overline{I}_2 = -j \dfrac{\omega M}{r_2 + j\omega L_2} \cdot \overline{I_1} \end{cases}$$

$$\overline{V_1} = r_1 \overline{I_1} + j\omega L_1 \overline{I_1} + \frac{\omega^2 M^2}{r_2 + j\omega L_2} \cdot \overline{I_1};$$

razionalizzando, si ha

$$\overline{V_1} = \overline{I_1} \cdot \left(r_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2 (r_2 - j\omega L_2)}{r^2{}_2 + \omega^2 L^2{}_2} \right)$$

ricordando che

$$r^2{}_2 + \omega^2 L^2{}_2 = Z^2{}_2$$

e separando le parti reali da quelle immaginarie, abbiamo infine

$$\overline{V_1} = \overline{I_1} \left[\left(r_1 + \frac{\omega^2 M^2}{Z_2^2} \cdot r_2 \right) + j \left(\omega L_1 - \frac{\omega^2 M^2}{Z_2^2} \cdot \omega L_2 \right) \right]$$

Analizzando quest'ultima espressione, possiamo dedurre che il secondario *reagisce* sul primario in modo d'aumentargli le perdite in serie della quantità

$$\frac{\omega^2 M^2}{Z^2{}_2} \cdot r_2$$

e diminuirgli la reattanza induttiva del valore

$$\frac{\omega^2 M^2}{Z^2{}_2} \cdot \omega L_2$$

55. **Accoppiamento fra due circuiti accordati.**

Sovente capita, per il trasferimento di potenza dal primario al secondario, l'accoppiamento fra due circuiti oscillanti accordati sulla stessa frequenza di risonanza: il circuito è quello di fig. 107.

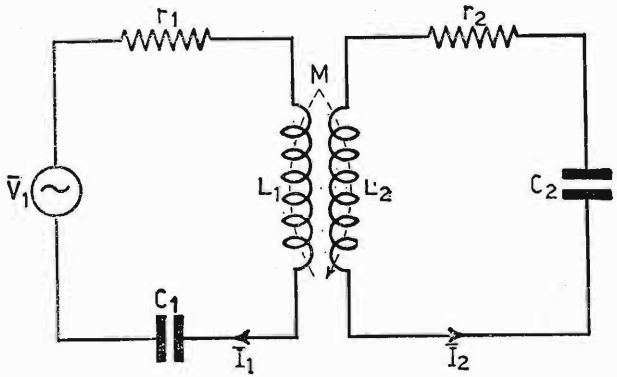


Fig. 107. - Circuiti risonanti in serie mutuamente accoppiati.

Scriviamo le equazioni relative al primario e al secondario

$$\begin{cases} \overline{V_1} = r_1 \overline{I_1} + j\omega L_1 \overline{I_1} + \dfrac{1}{j\omega C_1} \overline{I_1} + j\omega M \overline{I_2} \\ r_2 \overline{I_2} + j\omega L_2 \overline{I_2} + \dfrac{1}{j\omega C_2} \overline{I_2} + j\omega M \overline{I_1} = 0 \end{cases}$$

Alla risonanza le parti immaginarie si riducono a zero, per cui rimane

$$\begin{cases} \overline{V_1} = r_1 \overline{I_1} + j\omega M \overline{I_2} \\ r_2 \overline{I_2} + j\omega M \overline{I_1} = 0 \end{cases}$$

Ora per riscontrare l'azione del secondario sul primario, analogamente al caso precedente, ricaviamo la $\overline{I_2}$ dall'equazione del secondario e la sostituiamo nel primario

$$\begin{cases} V_1 = r_1 \overline{I_1} + j\omega M \left(\dfrac{-j\omega M}{r_2} \right) \overline{I_1} \\ \overline{I_2} = -j \dfrac{\omega M}{r_2} \cdot \overline{I_1} \end{cases}$$

ricavando

$$\overline{V_1} = \left(r_1 + \frac{\omega^2 M^2}{r_2} \right) \cdot \overline{I_1}$$

quest'ultima espressione ci suggerisce il circuito equivalente di fig. 108. relativo al solo primario, quando anche il secondario è in risonanza. Mentre

per questa condizione, le parti immaginarie si annullano, le perdite in serie al circuito vengono aumentate del fattore

$$\frac{\omega^2 M^2}{r_2}.$$

Queste ultime variano al variare dell'accoppiamento fra i circuiti.

I due circuiti oscillanti si dicono accoppiati al *valore critico*, quando il valore della resistenza riflessa del secondario sul primario, è *uguale* a quello della resistenza primaria. L'accoppiamento critico è il migliore da realizzare, in quanto permette di trasferire la massima potenza dal generatore all'utilizzatore.

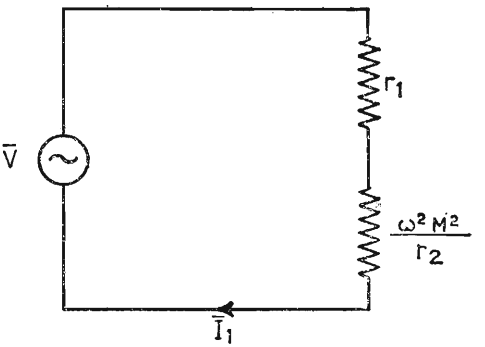


Fig. 108. – Circuito equivalente al solo primario, per circuiti risonanti accoppiati mutuamente e accordati alla stessa frequenza del generatore.

Dall'uguaglianza delle due resistenze si ricava il valore del K critico, infatti

$$\frac{\omega^2 M^2}{r_2} = r_1$$

sapendo che $M = K\sqrt{L_1 L_2}$ si può scrivere

$$\frac{\omega L_1}{r_1} \cdot \frac{\omega L_2}{r_2} \cdot K^2 = 1$$

da cui

$$K_c = \frac{1}{\sqrt{Q_1 Q_2}}$$

se i due circuiti sono esattamente uguali, quindi $Q_1 = Q_2 = Q$, l'espressione precedente si riduce

$$K \text{ critico} = \frac{1}{Q}$$

1° Esercizio. – **Due circuiti risonanti uguali sono accoppiati induttivamente, con un coefficiente di accoppiamento regolato**

al valore critico. I componenti valgono $L = 600\,\mu H$, $Q = 100$, $f_0 = 500\ KHz$ e C picofarad in serie. Se il generatore ha f. e. m. di 10mV, ricavare successivamente:

a) **il valore della capacità di risonanza;**

b) **il valore della resistenza serie per il circuito lavorante a vuoto:**

c) **il coefficiente M fra i circuiti;**

d) **la corrente nel circuito primario;**

e) **il valore della tensione ai capi del condensatore C_2.**

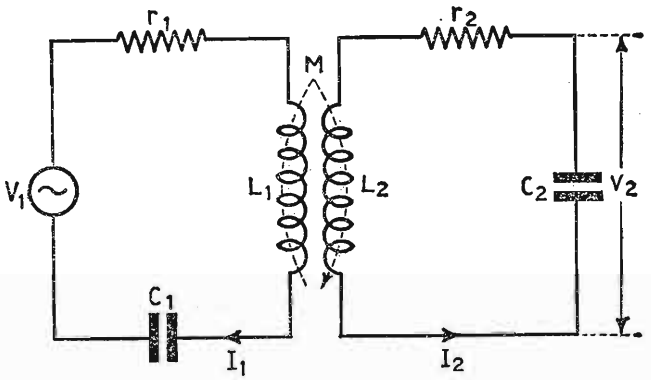


Fig. 109. – Circuiti risonanti in serie mutuamente accoppiati.

a) *Capacità di risonanza.* – Dall'espressione

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

si ha

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(6{,}28 \cdot 500)^2 \cdot 10^6 \cdot 600 \cdot 10^{-6}} = 170 \cdot 10^{-12} \text{ farad}$$

b) *Resistenza equivalente serie* ($M = O$)

$$r_1 = \frac{\omega L_1}{Q} = \frac{6{,}28 \cdot 10^3 \cdot 500 \cdot 600 \cdot 10^{-6}}{100} = 18{,}8\ \Omega$$

c) *Coefficiente di mutua induzione M*

$$M = \mathrm{K} \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}$$

Osservando che i circuiti sono accoppiati con $Kc = \frac{1}{Q}$ e che $L_1 = L_2 = L$, si ha

$$M = \frac{L}{Q} = \frac{600}{100} \cdot 10^{-6} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ henry}$$

d) *Corrente nel circuito primario.* – In presenza del secondario, la resistenza r_1, che rimane la sola agente nel circuito, nella condizione di risonanza viene aumentata del fattore

$$\frac{\omega^2 M^2}{r_2}$$

si ha

$$I_1 = \frac{V_1}{r_1 + \frac{\omega^2 M^2}{r_2}} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{18{,}8 + 18{,}8} = 0{,}266 \cdot 10^{-3} \text{ amp.}$$

e) *Valore della tensione ai capi di C_2.* – La tensione ai capi del condensatore C_2 vale Q volte la tensione indotta dal primario sul secondario, ossia

$$V_2 = j\,\omega\, M\, I_1 \cdot Q = 6{,}28 \cdot 500 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}266 \cdot 10^{-3} = 0{,}5 \text{ volt}$$

2° Esercizio. – **Un generatore avente f.e.m. = 0,1 volt, $f = 1500\,KHz$ e resistenza interna $Rg = 80\,K\,\Omega$, alimenta in parallelo un circuito oscillante, accoppiato ad uno uguale, con coefficiente di accoppiamento $K = 0{,}8\,K$ critico. Se $L = 250 \cdot 10^{-6}$ henry e $Q = 80$; ricavare successivamente:**

a) **la capacità di risonanza;**

b) **il coefficiente di mutua induzione fra i circuiti;**

c) **la resistenza equivalente serie e resistenza riflessa;**

d) **la corrente di risonanza nel circuito primario;**

e) **la tensione ai capi del condensatore C_2.**

a) *Capacità di risonanza*

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(6{,}28 \cdot 1{,}5 \cdot 10^6)^2 \cdot 250 \cdot 10^{-6}} = 44{,}5 \cdot 10^{-12} \text{ farad}$$

b) *Coefficiente M fra i circuiti*:

$$M = K \sqrt{L_1 L_2} = \frac{0{,}8}{Q} \cdot L = \frac{0{,}8}{80} \cdot 250 \cdot 10^{-6} = 2{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ henry}$$

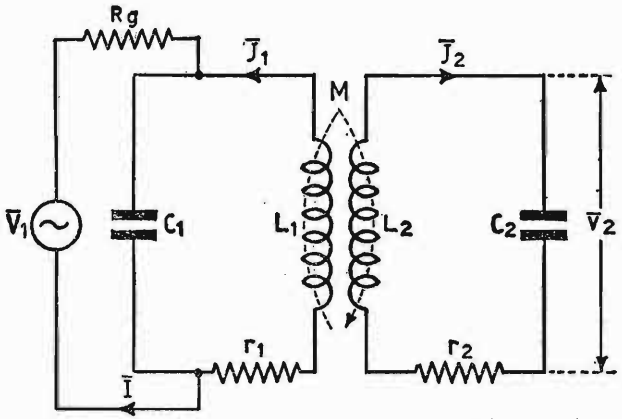


Fig. 110. – Circuiti risonanti in serie mutuamente accoppiati, con primario in parallelo al generatore.

c) *Resistenza della bobina e resistenza riflessa*:

$$r_1 = \frac{\omega L}{Q} = \frac{6{,}28 \cdot 1{,}5 \cdot 10^6 \cdot 250 \cdot 10^{-6}}{80} = 29{,}4\ \Omega$$

$$r_{riflessa} = \frac{\omega^2 M^2}{r_2} = \frac{(6{,}28 \cdot 1{,}5 \cdot 10^6)^2 \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-6})^2}{29{,}4} = 18{,}9\ \Omega$$

per cui la resistenza dinamica del primario vale

$$R_d = \frac{\omega^2 L^2}{r_1 + \dfrac{\omega^2 M^2}{r_2}} = \frac{(6{,}28 \cdot 1{,}5 \cdot 10^6)^2 \cdot (250 \cdot 10^{-6})^2}{48{,}3} = 115 \cdot 10^3\ \Omega$$

d) *Corrente di risonanza nel circuito primario.* – Essa vale Q' a carico volte la corrente del generatore, quindi

$$I_1 = Q' \cdot I \qquad \text{dove } I = \frac{V_1}{R_g + R_d} = \frac{0{,}1}{10^3\,(80 + 115)} = 0{,}512 \cdot 10^{-6} \text{ amp.}$$

$$I_1 = \frac{\omega L_1}{r_1 + \dfrac{\omega^2 M^2}{r_2}} \cdot I = \frac{6{,}28 \cdot 1{,}5 \cdot 10^6 \cdot 250 \cdot 10^{-6}}{48{,}3} \cdot 0{,}512 \cdot 10^{-6} = 25 \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

e) *Tensione ai capi del condensatore C_2*:

$$V_2 = j\omega M I_1 \cdot Q_2 = 6{,}28 \cdot 1{,}5 \cdot 10^6 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 25 \cdot 10^{-6} \cdot 80 = 18{,}85 \cdot 10^{-3} \text{ volt.}$$

Capitolo XI

TRASFORMATORI

56. Cenno sul funzionamento di un trasformatore - Rapporto di trasformazione.

Il trasformatore è una macchina elettrica, funzionante in corrente alternata, capace di modificare i valori dei fattori di una potenza elettrica, senza variare in modo apprezzabile il loro prodotto.

Esso sfrutta la stessa energia da trasformare, per creare un campo magnetico alternativo, in un nucleo ferromagnetico.

Il *trasformatore* è rappresentato in fig. 111 ed è costituito da un nucleo ferromagnetico, opportunamente sagomato, dove sono previsti due avvolgimenti di spire: primario, collegato direttamente al generatore; secondario, collegato all'utilizzatore. La corrente circolante nell'avvolgimento primario genera il flusso Φ, il quale viene abbracciato dal secondario, ai cui capi nasce una f.e.m. di mutua induzione V_2 direttamente proporzionale al numero delle spire N_2. Possiamo allora scrivere

$$V_1 : N_1 = V_2 : N_2,$$

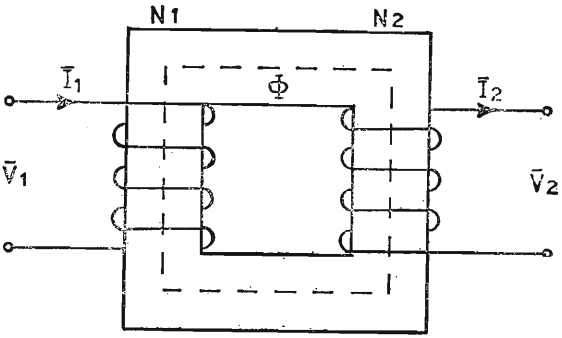


Fig. 111. – Schema di principio di un trasformatore.

ossia

$$\frac{V_1}{N_1} = \frac{V_2}{N_2}$$

pensando per il momento trascurabili le perdite nel trasformatore, possiamo anche scrivere

$$V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2,$$

ossia

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1},$$

per cui mentre le tensioni sono direttamente proporzionali al numero delle spire, le correnti ne sono inversamente proporzionali. Al rapporto

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = n$$

si attribuisce il nome di *rapporto di trasformazione n*, elemento caratteristico per ogni tipo di trasformatore. Se n è minore di 1, il trasformatore è in salita, ossia ai capi del secondario la tensione di mutua induzione V_2 è maggiore di quella primaria, mentre la corrente è minore; viceversa, se n è maggiore di 1, il trasformatore è in discesa.

In tutti i modi, trascurando le perdite, deve sempre verificarsi la condizione

$$V_1 \cdot I_1 = V_2 \cdot I_2$$

Nella quasi totalità dei casi, i trasformatori hanno un rapporto di trasformazione diverso da 1.

57. Funzionamento a vuoto di un trasformatore.

Se il secondario ha i morsetti liberi, applicando una tensione sul primario, in esso circola una corrente a vuoto I_v, composta di due componenti: I_m e I_a; I_m corrente *magnetizzante reattiva*, creante il flusso Φ e in fase con questo, mentre si trova a 90° in ritardo sulla tensione V_1 del generatore; la Ia, *corrente attiva*, di ampiezza notevolmente inferiore alla prima, dovuta ad una piccola potenza attiva, inevitabilmente perduta nel nucleo ferromagnetico. Essa è in fase con la tensione del generatore. La corrente circolante nel primario dà luogo, ai capi delle N_1 spire, ad una fem E_1, uguale ed opposta alla V_1 (legge generale dell'induzione ma-

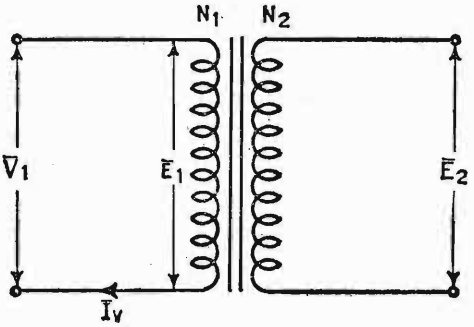


Fig. 112. – Trasformatore funzionante a vuoto.

gnetica), se non si tiene conto della caduta lieve di potenziale, dovuta alla resistenza ohmica dell'avvolgimento primario. Essa vale N_1 volte la tensione e raccoglibile da una sola spira, per cui essendo

$$e = \omega \, \Phi_{max} \cos \omega t \quad \text{di valore massimo}$$

$$e = \omega \, \Phi_{max} \quad \text{per} \quad \cos \omega t = 1,$$

la tensione E_1 in valore efficace vale

$$E_1 = N_1 \cdot e = N_1 \frac{\Phi_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \omega = N_1 \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot \Phi_{max} = N_1 \cdot 4{,}44 \cdot f \cdot \Phi_{max} \text{ volt}$$

Nel grafico di figura 113 il tipico funzionamento del trasformatore lavorante a vuoto. In esso sono indicate le tensioni E_1 ed E_2 in opposizione di fase con la V_1 del generatore; il flusso Φ in quadratura in anticipo su E_1 e in ritardo su V_1.

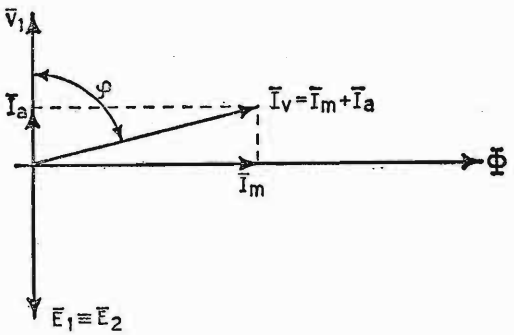


Fig. 113. – Diagramma vettoriale rappresentante il funzionamento di un trasformatore lavorante senza carico.

Nel primario circola la corrente I_v, praticamente reattiva, per cui la potenza richiesta al generatore è

$$P = V_1 \cdot I_v \cos \varphi$$

ed è molto piccola, essendo $\varphi \cong 90^o$.

58. **Funzionamento con carico ohmico (assenza di perdite).**

Analizzata la condizione del trasformatore senza potenza assorbita dal secondario, verifichiamo, ora, cosa accade quando ai morsetti della N_2 spire applichiamo un carico ohmico, ossia quando il secondario richiede una certa potenza al generatore (fig. 114). Anche per questo caso supponiamo nulle le perdite dovute al trasformatore, tenendo presente fin d'ora che è sempre il secondario che determina le condizioni di funzionamento del trasformatore.

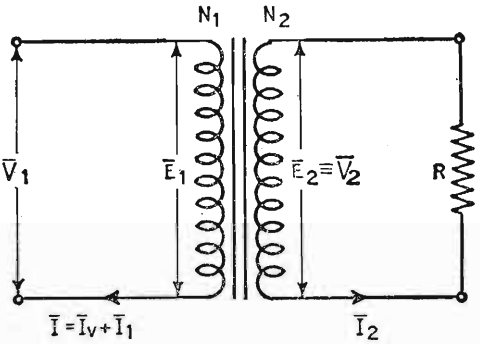


Fig. 114. – Trasformatore con carico ohmico puro.

La corrente che circola nel carico e quindi nelle N_2 spire, genera un flusso Φ_2 in fase con essa, il quale, componendosi con quello esistente a vuoto turba l'equilibrio nel funzionamento del trasformatore. Conseguentemente nascerà nel primario un flusso Φ_1, uguale e contrario a Φ_2 capace di controbilanciarlo in ogni istante.

Esso è conseguenza di una corrente supplementare I_1, uguale ed opposta alla I_2 in fase con la V_1 del generatore.

Graficamente, nella fig. 115 viene ricavata la nuova corrente circolante nell'avvolgimento primario, in valore e fase; sono inoltre indicati i flussi Φ_1 e Φ_2 uguali e su assi opposti. In ogni istante si verifica l'uguaglianza

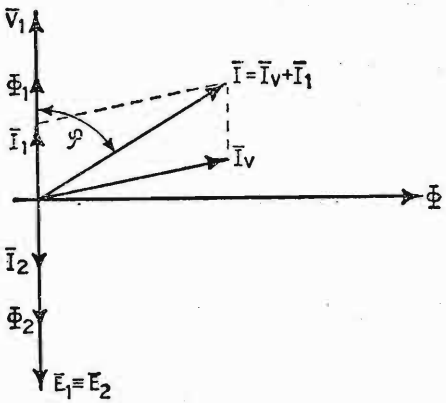


Fig. 115. – Diagramma vettoriale rappresentante il funzionamento di un trasformatore con carico ohmico puro.

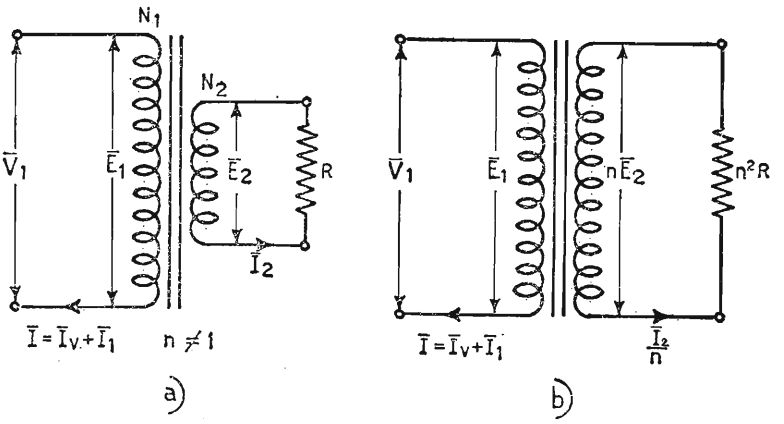


Fig. 116. – Trasformatore a rapporto qualsiasi riportato a rapporto unitario.

fra le due forze magnetomotrici

$$N_1 \cdot I = N_2 \cdot I_2$$

ossia:

$$\frac{I}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{n}$$

giova a tal punto tener presente che un trasformatore a rapporto di trasformazione n qualsiasi può essere ridotto sempre a *rapporto unitario*, dividendo la corrente e moltiplicando la tensione secondaria, per il termine n. Per il trasformatore in discesa di fig. 116 tipo *a*) possiamo risalire a quello equivalente a rapporto unitario tipo *b*), con valori di tensione e di corrente *ridotte a primario*. La resistenza di carico secondaria, ridotta a primario vale

$$\frac{n\,E_2}{\dfrac{I_2}{n}} = n^2\,\frac{E_2}{I_2} = n^2\,R$$

59. **Perdite in un trasformatore.**

a) Perdite nel ferro. – Le perdite nel nucleo ferromagnetico sono di duplice natura: perdite per isteresi magnetica e perdite per correnti parassite. Le prime dipendono dalla resistenza o meglio *riluttanza* che le linee magnetiche incontrano nel nucleo ferromagnetico in ogni ciclo di

variazione del flusso. Esse vengono limitate aggiungendo al ferro piccole percentuali di silicio e sono misurate in watt/m³.

Le perdite per correnti parassite sono favorite dal nucleo massiccio. Infatti, in esso si generano correnti indotte, presentandosi il nucleo come una spira in cortocircuito. Le correnti parassite o correnti di *Foucoult* vengono limitate costruendo il nucleo con tanti *lamierini*, di piccolo spessore e isolati l'uno dall'altro in modo che il flusso circoli liberamente mentre le correnti parassite vengono interrotte e quindi ostacolate.

b) Perdite nel rame. – Le perdite nel rame dipendono unicamente da potenza joule dissipata in calore, per effetto della resistenza del filo di rame che costituisce gli avvolgimenti del trasformatore. Esse variano col quadrato della corrente, per cui raddoppiando la corrente le perdite quadruplicano.

60. Introduzione delle perdite nel trasformatore.

Il trasformatore è sede di perdite nel ferro e nel rame. Esse contribuiscono ad attenuare la potenza secondaria rispetto quella primaria. Il circuito equivalente ad un trasformatore reale in discesa, ridotto a rapporto unitario è quello di fig. 117. In esso sono in evidenza le perdite nel rame R_1 e n^2R_2 unitamente al flusso disperso, dovuto al fatto che pur adattando un nucleo ad alta *permeabilità magnetica*, non tutte le linee magnetiche del primario si concatenano col secondario e viceversa. Tale flusso disperso si può assimilare in due *induttanze*, di piccola entità, poste in serie, una al primario e l'altra al secondario di valore ωL_1 ed $n^2\omega L_2$, costituenti pure loro *f.c.e.m.* dissipatrici della potenza totale primaria. Le perdite nel ferro

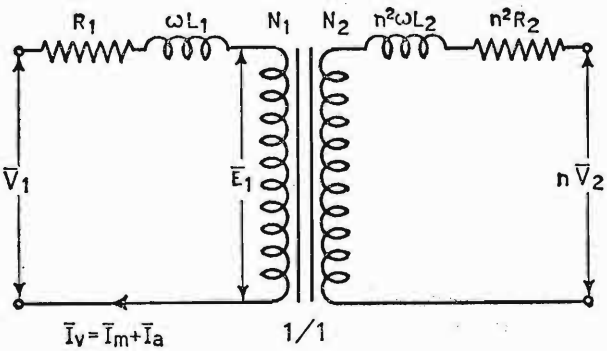


Fig. 117. – Introduzione delle perdite nel trasformatore.

sono suddivise in due correnti di piccolo valore I_a corrente attiva, ed I_m, corrente reattiva magnetizzante.

61. Trasformatore reale chiuso su carico ohmico-induttivo.

La corrente I_2 in valore e fase è data dalle espressioni

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{(R + R_2)^2 + (\omega L + \omega L_2)^2}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega L_2 + \omega L}{R + R_2}$$

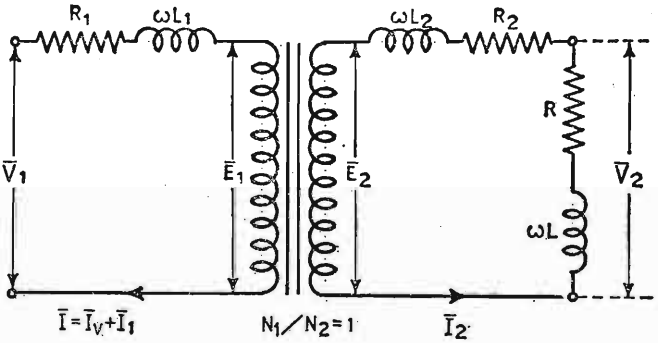


Fig. 118. – Esempio di trasformatore reale con carico ohmico-induttivo.

Pertanto possiamo disegnare il grafico di fig. 119. Stabiliti i valori di $E_1 = E_2$, Φ e della I_v tracciamo il vettore I_2 sfasato di φ_2 gradi in ritardo su E_2. Uguale e opposta è la corrente I_1, la quale assieme alla I_v determina il valore della corrente I circolante nel primario.

La f.e.m. V_2 è data dalla somma vettoriale

$$\overline{V_2} = R\overline{I_2} + j\,\omega\, L\overline{I_2}$$

mentre la $\overline{E_2}$ vale

$$\overline{E_2} = \overline{V_2} + R_2\,\overline{I_2} + j\,\omega\, L_2\,\overline{I_2}\ ;$$

per quanto riguarda il primario, chiamando I la corrente totale circolante in esso, la tensione del generatore V_1 vale

$$\overline{V_1} = \overline{E_1} + R_1\,\overline{I} + j\,\omega\, L_1 \cdot \overline{I}$$

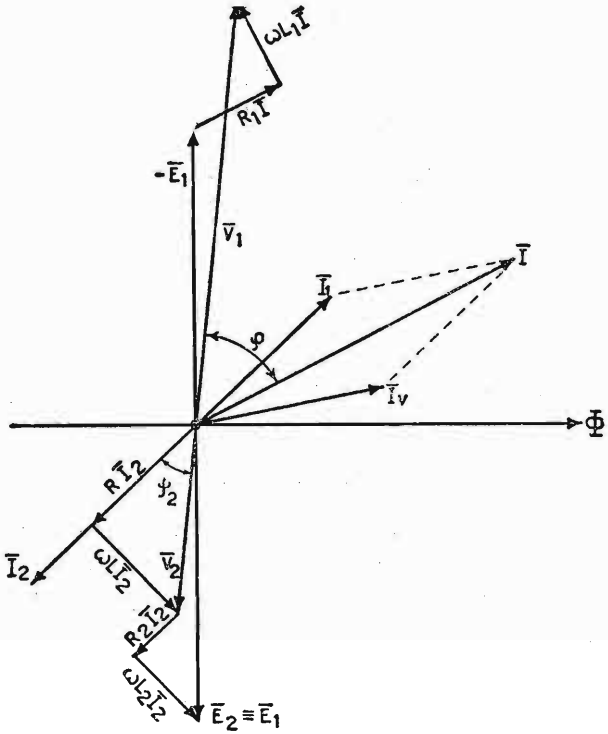


Fig. 119. - Diagramma vettoriale rappresentante il funzionamento del trasformatore di fig. 118.

La potenza assorbita dal trasformatore, in presenza del carico sul circuito secondario, vale

$$P = V_1 \cdot I \cdot \cos \varphi$$

62. Determinazione delle perdite in un trasformatore.

Il circuito equivalente di un trasformatore reale, con $n = 1$ può essere rappresentato come nella fig. 120, dove sono

$$\overline{Z_1} = R_1 + j\omega L_1 \qquad \text{e} \qquad \overline{Z_2} = R_2 + j\omega L_2;$$

mentre X_0 ed R_0 rappresentano le perdite nel ferro: X_0 percorsa dalla I_m, R_0 percorsa dalla I_a Chiameremo Z_0 il parallelo fra la R_0 e la X_0. Le perdite in un trasformatore sono localizzate, quando si conoscono i componenti Z_1, Z_2, Z_0, che si ricavano rapidamente con due prove:

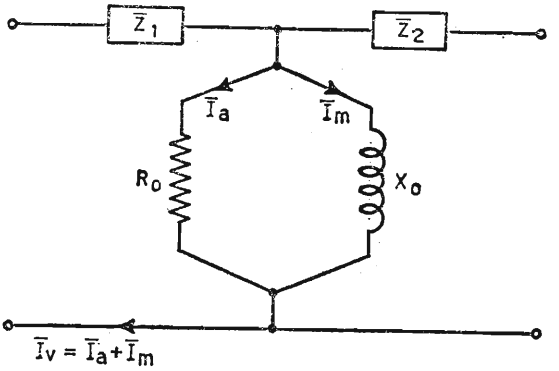


Fig. 120. – Circuito equivalente a T di un trasformatore.

a) Prova a vuoto (determinazione delle perdite nel ferro). – Per le perdite nel ferro occorre il montaggio di fig. 121, dove sono utilizzati un wattmetro, un voltmetro ed un amperometro. I morsetti del secondario sono scollegati e siccome $\overline{Z}_1$ è trascurabile nei confronti di $\overline{Z}_0$, il circuito ci permette di determinare $\overline{Z}_0$ in valore e fase, infatti

$$\overline{Z}_0 = \frac{\overline{V}_0}{\overline{I}_0} \quad ; \quad \cos \varphi_0 = \frac{W_0}{\overline{V}_0 \cdot \overline{I}_0}$$

Si può ricavare, inoltre

$$R_0 = \overline{Z}_0 \cdot \cos \varphi_0$$
$$X_0 = \overline{Z}_0 \cdot \operatorname{sen} \varphi_0$$

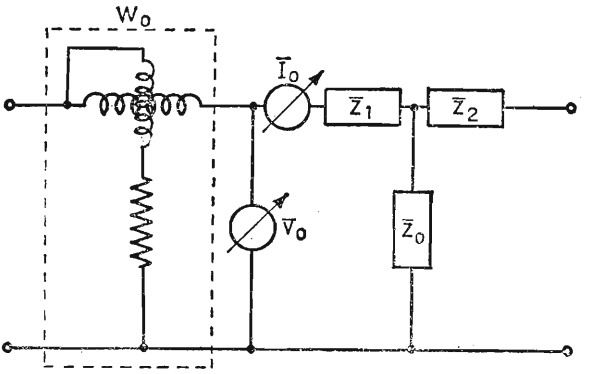


Fig. 121. – Montaggio per la determinazione delle perdite nel ferro.

e le perdite relative

$$\text{potenza attiva} = \frac{V_o^2}{R_o}$$

$$\text{potenza reattiva} = \frac{V_o^2}{X_o}$$

b) Prova in corto circuito (determinazione delle perdite nel rame). – Analogamente al caso precedente, il circuito di fig. 122 è adatto per determinare le perdite nel rame. Esse hanno sede nelle impedenze Z_1 e Z_2. Trascurando la corrente derivata dalla impedenza Z_0, rispetto quella di corto circuito, ed alimentando il primario ad una tensione ridotta, tale da far circolare la corrente normale di funzionamento, possiamo scrivere

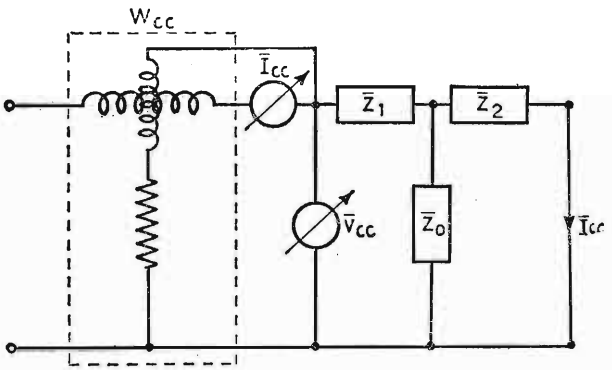


Fig. 122. – Montaggio per la determinazione delle perdite nel rame.

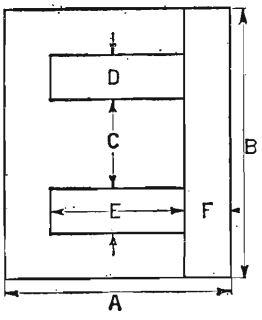
$$\overline{Z}_{cc} = \overline{Z}_1 + \overline{Z}_2 = \frac{\overline{V}_{cc}}{\overline{I}_{cc}}$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{W_{cc}}{\overline{V}_{cc} \cdot \overline{I}_{cc}}$$

Per risalire al valore delle singole impedenze, per $n = 1$, esse sono circa uguali, mentre per $n \neq 1$ diventano

$$\overline{Z}_{cc} = \overline{Z}_1 + n^2 \overline{Z}_2$$

TABELLA N. 6. - *Dimensioni lamierini per trasformatori - unificate - espresse in mm.*



A × B	C	D	E	F
31,75 × 38,1	12,7	6,35	19,05	13,7
37 × 44	14	7,5	22	15
40 × 48	16	8	24	17
47,5 × 57	19	9,5	28,5	9,5
55,46 × 66,56	22,2	11,09	33,28	11,09
63,5 × 76,2	25,4	12,7	38,1	12,7
70,95 × 85,3	28,5	14,2	42,55	14,2
79,07 × 94,95	31,75	15,8	47,47	15,8

63. **Autotrasformatori.**

A differenza dei trasformatori, gli autotrasformatori sono costituiti da un unico avvolgimento, dove sono previsti il primario e il secondario come in fig. 123.

Al primario è applicata la tensione V_1 e circola la corrente I_1, mentre V_2 ed I_2 sono le grandezze secondarie.

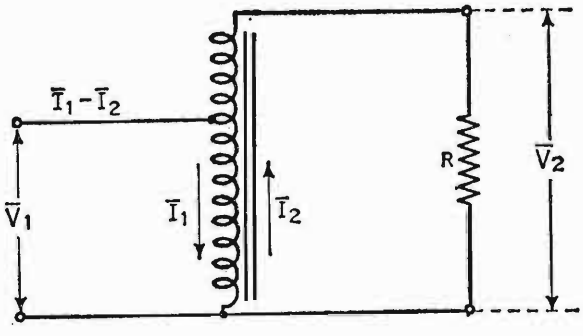


Fig. 123. - Schema di principio di un autotrasformatore.

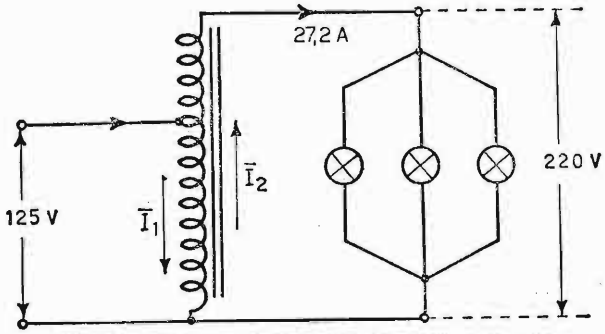


Fig. 124. - Autotrasformatore con carico ohmico.

Le correnti I_1 ed I_2 circolano in senso opposto, per cui nel circuito primario circola la sola corrente I_1-I_2.

Il vantaggio degli autotrasformatori consiste nelle piccole dimensioni di ingombro, data la piccola sezione del filo per l'avvolgimento primario.

Per contro il secondario risulta elettricamente collegato al generatore.

Un esempio chiarirà quanto esposto. Si debba alimentare un gruppo di lampade da 220 volt, per una potenza complessiva di 6 kwatt, avendo a disposizione una tensione di alimentazione di 125 volt, mediante un autotrasformatore.

Supponendo nulle le perdite, la corrente primaria vale

$$I_1 = \frac{W}{V_1} = \frac{6000}{125} = 48 \text{ amp}$$

mentre la I_2 vale

$$I_2 = \frac{W}{V_2} = \frac{6000}{220} = 27{,}2 \text{ amp.}$$

Il primario è, allora, percorso dalla corrente I_1-I_2 = 20,8 amp. e quindi è interessato da una potenza elettrica effettiva di

$$P = 125 \cdot 20{,}8 = 2600 \text{ watt}$$

anziché la totale potenza richiesta dal carico.

TABELLA N. 7. - *Sistema Giorgi, impiegato nella parte elettrotecnica*

Denominazione	Unità di misura		Simbolo
Quantità di elettricità	*coulomb*	C	Q
Intensità di corrente	$ampère = \frac{coulomb}{secondo}$	A	I
Forza elettromotrice	$volt = \frac{joule}{coulomb}$	V	E
Resistenza elettrica	$ohm = \frac{volt}{ampère}$	Ω	R
Conduttanza elettrica	$siemens = \frac{1}{ohm} = mho$	S	G
Capacità	$farad = \frac{coulomb}{volt}$	F	C
Costante dielettrica	$\frac{farad}{metro}$	$\frac{F}{m}$	ε
Densità di flusso elettrico . . .	$\frac{coulomb}{m^2}$	$\frac{C}{m^2}$	D
Intensità di campo elettrico . .	$\frac{volt}{metro}$	$\frac{V}{m}$	E
Flusso magnetico	$weber = \frac{volt \cdot sec}{spira}$	Wb	Φ
Forza magneto motrice	$ampère \cdot spira$	$Asp.$	NI
Densità di flusso magnetico . .	$\frac{weber}{m^2}$	$\frac{Wb}{m^2}$	B
Intensità di campo magnetico . .	$\frac{ampère \cdot spira}{metro}$	$\frac{Asp.}{m}$	H
Induttanza	$henry = \frac{weber \cdot spira}{ampère}$	H	L
Permeanza	$giorgi = \frac{weber}{ampère \cdot spira}$	G	$\mathscr{P}$
Riluttanza	$\frac{1}{giorgi} = \frac{ampère \cdot spira}{weber}$	$\frac{1}{G}$	$\mathscr{R}$
Permeabilità magnetica	$\frac{giorgi}{metro} = \frac{henry}{metro \cdot spira^2}$	$\frac{G}{m}$	μ

Parte III

TUBI ELETTRONICI

Capitolo 1

EMISSIONE ELETTRONICA

Dalla elettrotecnica precedentemente studiata abbiamo imparato a conoscere cosa siano l'elettrone, il protone e lo ione. Sappiamo come tutte queste piccole particelle formanti la materia abbiano un loro peso e una loro carica elettrica.

Fino ad ora ci siamo occupati di loro e dei loro movimenti lungo i conduttori, ora dobbiamo considerare i mezzi per farle fuoriuscire dai conduttori stessi.

Parlando di elettronica con particolare riferimento ai tubi elettronici la sola particella che ci interessa di liberare è l'elettrone.

La carica elettrica dell'elettrone è data da $Qe = 1{,}59 \times 10^{-19}$ coulomb *e la sua massa è uguale a*

$$m_e = 9{,}038 \cdot 10^{-28} \text{ grammi}$$

$$\frac{Q_e}{m_e} = 1{,}769 \cdot 10^{8}$$

coulomb *per grammo.*

Il valore che acquista questo rapporto è veramente importante perché permette al mezzo elettronico di agire con una eccezionale rapidità.

1. Comportamento di una particella caricata posta in un campo elettrico uniforme.

Una particella in un campo elettrico uniforme si comporta allo stesso modo di un corpo liberamente cadente sottoposto alla forza di gravità.

La forza che un campo elettrico imprime ad una particella in esso immersa è data da $F = Q \times E$ indicando con F la forza in Vis, con Q la carica della particella in coulomb e con E l'intensità del campo elettrico in V/m.

Sappiamo dalla fisica che tutti i corpi sono costituiti da atomi e che tutti gli atomi sono formati da un nucleo centrale attorno al quale orbitano un numero variabile di elettroni.

Risulta perciò chiaro che tutti i corpi saranno delimitati all'estenro da un insieme di cariche elettriche negative o elettroni, e subito sotto si avrà un insieme di cariche positive dovute ai nuclei. L'insieme di queste due distribuzioni di cariche dà luogo ad un campo elettrico le cui linee di forza sono dirette verso l'esterno e che si oppongono alla fuori uscita degli elettroni dal corpo.

Per uscire dal corpo l'elettrone deve vincere la forza $F = Q \times E$ *e compiere un certo lavoro detto di estrazione dato da* $\mathscr{L} = F \times s$ dove s è la lunghezza del campo elettrico cioè la distanza tra l'elettrone e il nucleo. Per poter fuori uscire l'elettrone deve possedere una energia superiore o uguale al lavoro precedentemente indicato. Questo in condizioni normali non accade, bisogna perciò procedere a diminuire il lavoro che l'elettrone deve compiere o ad aumentare la sua energia. In radiotecnica non si usa quasi mai il primo sistema, che consiste nel creare un campo elettrico di segno contrario a quello già esistente, mentre è largamente usato il secondo. Questo secondo sistema dà luogo a tre tipi di emissione distinti fra di loro in funzione del modo usato per trasmettere energia agli elettroni. Questi tipi di emissione sono: *l'emissione termoionica, l'emissione fotoelettrica e l'emissione secondaria.*

È indispensabile tenere presente però, che l'elettrone liberato dal corpo al quale apparteneva deve trovare un ambiente adatto altrimenti ritorna sul corpo stesso che si è caricato positivamente proprio per la fuori uscita di uno o più elettroni.

2. Emissione termoionica.

Per questo tipo di emissione si sfrutta il fenomeno già noto della termodinamica in virtù del quale aumentando la temperatura di un metallo si aumenta pure la energia posseduta dai suoi elettroni. Accade dunque che da una determinata temperatura gli elettroni grazie alla nuova energia acquisita si trovano ad avere una velocità orbitale sufficiente a farli sfuggire dal corpo al quale appartengono. Il tempo di durata di questa corsa libera è notevolmente breve poi gli elettroni ricadono sul corpo di origine che si è caricato positivamente proprio per la loro mancanza. Questo tempo è però sufficiente a far sì che una nube di elettroni circondi il corpo emittente formando la così detta *carica spaziale*. Tale carica può essere più o meno eliminata da un opportuno campo elettrico che allontani gli elettroni vaganti fuori dal corpo emittente. *La quantità di elettroni che esce da una*

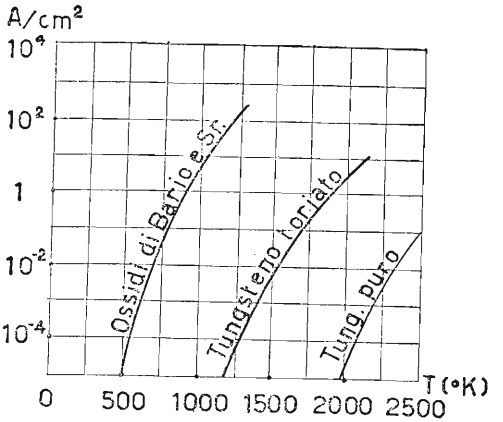


Fig. 125. – Leggi di emissione dei vari tipi di sostanze usate per catodi caldi

determinata superficie nella unità di tempo dipende dalla sostanza emittente e dalla temperatura a cui questa è portata. Da ciò si deduce che gli emettitori dovranno essere formati da sostanze che abbiano una forte emissione spontanea e che resistano molto bene alla temperatura. Nei tubi elettronici si usano tre tipi di emettitori per la costruzione dei catodi.

Questi sono: *il tungsteno puro, il tungsteno toriato e i catodi ricoperti di ossido di bario e stronzio.* Si vedrà poi quale tipo sia da scegliere di volta in volta.

Nella fig. 125 è rappresentata graficamente la legge di emissione dei vari tipi di emettitori sopra citati.

In ascisse compare la temperatura assoluta in gradi Kelvin (temperatura assoluta = 273° + gradi centigradi) in ordinata gli ampère di corrente che questi emettitori sono in grado di generare.

Da questa figura risulta evidente che il tipo di catodo più efficiente è quello ad ossido. Questo raggiunge alla temperatura di 1000° K una efficienza di emissione di 200 mA/W cioè è in grado di fornire una corrente di 200 mA/ per ogni W dissipato per riscaldamento.

3. Catodi.

I *catodi ad ossido sono comunemente costituiti da un tubicino metallico che fa da supporto ai sali di bario e stronzio che sopra di esso vengono depositati.* Internamente è posto un filamento di tungsteno, spruzzato di porcellana per isolarlo, che percorso da corrente ne assicura il riscaldamento alla temperatura voluta (fig. 126).

Quanto si è sopra detto costituisce proprio il più grande vantaggio di questo tipo di catodo che può essere così riscaldato pure con l'impiego di corrente alternata.

La sua costituzione permette inoltre di avere il catodo ad un unico potenziale eliminando il campo magnetico formato dalla corrente riscaldante. *Gli svantaggi di questo catodo sono costituiti dal fatto che esso non può essere usato da tubi con tensioni anodiche superiori ai* 500-700 *V.* Ciò perché

nei tubi che lavorano con tensioni di anodo maggiori di quelle suddette si formano entro ad essi campi elettrici che agendo su gli ioni, purtroppo sempre presenti nel bulbo del tubo per la mancanza del vuoto assoluto, li spingono a forte velocità sul catodo dando luogo ad un vero e proprio bombardamento che provoca in breve tempo la distruzione del catodo stesso.

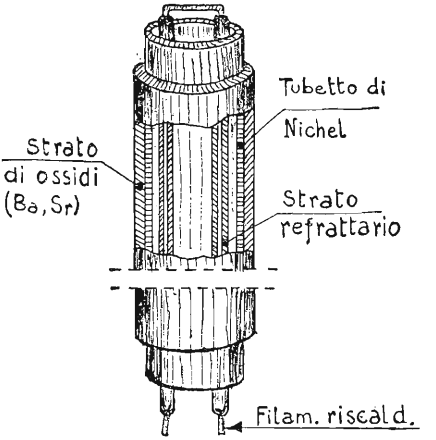


Fig. 126. – Struttura di un catodo a riscaldamento indiretto.

Un catodo che resiste assai meglio al bombardamento dovuto all'impiego di alte tensioni anodiche è quello di tungsteno toriato formato cioè da tungsteno in lega con circa il 2 % di torio. Questo catodo lavora ad una temperatura ottima di 2000° K. A questa temperatura la sua efficienza di emissione è di circa 100 mA/W quindi ancora buona.

L'inconveniente maggiore che con esso si riscontra è di dover essere riscaldato direttamente, perciò tranne che nei diodi raddrizzatori deve essere sempre percorso da corrente continua. Ultimo tipo di catodo ad emissione pure abbastanza usato, ma molto meno degli altri, è il catodo di tungsteno puro.

Questo tipo di catodo ha una bassissima efficienza di emissione, non supera mai i 5-6 mA/W, quindi il suo funzionamento è dispendiosissimo. Il suo impiego è riservato a valvole speciali di elevatissima potenza che possono lavorare con tensioni anodiche dell'ordine di centinaia di migliaia di volt.

Così come il catodo a tungsteno toriato esso funziona solo a riscaldamento diretto quindi deve essere alimentato da corrente continua.

4. Emissione secondaria.

Quando una particella caricata elettricamente positiva o negativa va a colpire una superficie qualunque, se nell'urto questa particella cede alla superficie stessa una quantità di energia superiore o uguale a quella necessaria a liberare uno o più elettroni, *si stacca da questa superficie una quantità di elettroni tale che è funzione dell'energia ceduta.* Questo tipo di emissione è detta emissione secondaria ed è nociva nei comuni tubi elettronici; si cerca perciò di evitarla costruendo gli elettrodi con materiale ad alto

potenziale intrinseco oppure ricoprendoli di grafite. Il fenomeno della emissione secondaria viene invece sfruttato nei tubi fotomoltiplicatori di cui vedremo in seguito la struttura ed il funzionamento.

5. Emissione fotoelettrica.

Sappiamo dalla fisica che le radiazioni non sono altro che energia in movimento. *Quando queste radiazioni, nel nostro caso radiazioni luminose, sono in grado di fornire a determinate sostanze una quantità di energia pari o maggiore di quella necessaria a liberare un elettrone, si ha la fotoemissione.* In pratica non tutte le radiazioni sono adatte ad ottenere ciò, lo sono soltanto quelle comprese entro determinati limiti di frequenza e lunghezza d'onda. *Questi limiti riportati nella tabella* (fig. 127) *sono detti soglia di lunghezza d'onda e frequenza limite.* La fotoemissione avviene dunque solamente quando il catodo è colpito da radiazioni la cui frequenza sia uguale o maggiore della frequenza limite. *La corrente di emissione che ne deriva è direttamente proporzionale alla quantità di radiazioni che colpisce il catodo.* Necessariamente i catodi per fotoemissione devono essere costituiti da sostanze che richiedono un basso lavoro di estrazione. *Viene quindi moltissimo impiegato il cesio puro oppure il cesio depositato su di uno strato di ossido di argento.*

Metallo	Punto di fusione in gradi Kelvin	Lavoro di estrazione in elettroni-volt	Soglia di lunghezza d'onda
Litio	469	2,36	$5250 \cdot 10^{-10}$
Sodio	370	1.82	$6810 \cdot 10^{-10}$
Potassio	335	1.55	$8000 \cdot 10^{-10}$
Rubidio	281	1.45	$8550 \cdot 10^{-10}$
Cesio	299	1.36	$9110 \cdot 10^{-10}$
Calcio	1083	2.4	$5200 \cdot 10^{-10}$
Stronzio	1073	2	$6200 \cdot 10^{-10}$
Bario	1123	1.7	$7300 \cdot 10^{-10}$

Fig. 127 - Lunghezze d'onda e sostanze adatte alla fotoemissione.

Capitolo II

IL DIODO

Il diodo a vuoto è comunemente costituito da 2 elettrodi, catodo e anodo, quest'ultimo detto anche placca. Il tutto racchiuso in un bulbo di vetro dove è praticato il vuoto. Il catodo serve per la emissione degli elettroni e l'anodo serve a raccoglierli. I diodi come tutti i tubi che vedremo in seguito possono essere suddivisi in due grandi categorie: *tubi a riscaldamento diretto e tubi a riscaldamento indiretto.*

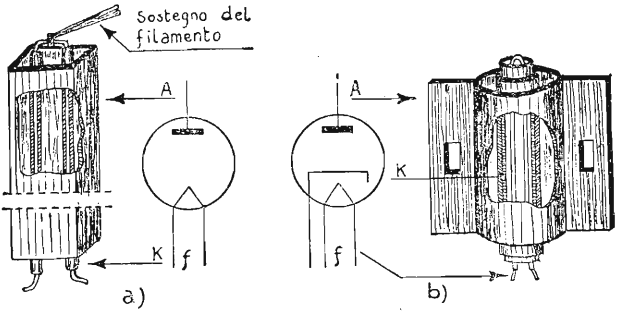


Fig. 128. – Struttura e rappresentazione grafica di un diodo. a) riscaldamento diretto; b) riscaldamento indiretto.

Nei tubi a riscaldamento diretto, generalmente meno usati, il catodo è costituito da un filamento di nichel o costantana sul quale è depositata la sostanza emittente. Nei tubi a riscaldamento indiretto il catodo è costituito come già è stato descritto nel paragrafo che tratta i catodi.

Intorno al catodo è posto l'anodo comunemente formato da un cilindro la cui lunghezza è uguale a quella del catodo stesso. La rappresentazione grafica e reale di un diodo è indicata in fig. 128.

6. Funzionamento del diodo.

Se noi, secondo il circuito di fig. 129, applichiamo fra catodo e anodo una differenza di potenziale avendo cura che alla placca sia applicato il polo positivo, si formerà nell'interno del tubo un campo elettrico capace di attrarre verso la placca gli elettroni che il catodo è in grado di liberare quando è riscaldato.

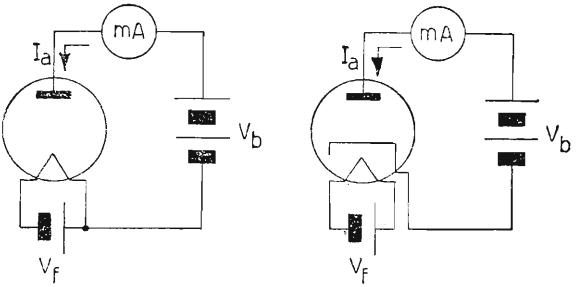


Fig. 129. – Circuito per il funzionamento di un diodo.

Nascerà perciò nell'interno del tubo una corrente elettronica. Detta *corrente è diretta sempre e soltanto dal catodo verso l'anodo,* sussiste solo quando l'anodo è positivo e si annulla quando esso assume potenziali negativi. Questo fatto fa attribuire al tubo il nome di valvola. Tale termine viene dato agli organi che lasciano passare un fluido unidirezionalmente.

Come abbiamo visto detta corrente dipende da due fattori, la temperatura del catodo e la tensione dell'anodo rispetto al catodo stesso. La legge che lega

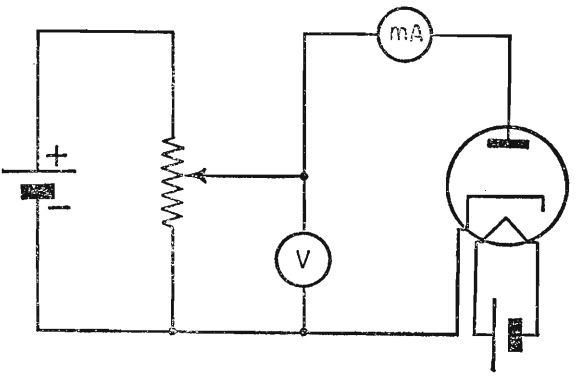


Fig. 130. – Circuito per ricavare la caratteristica anodica statica di un diodo.

queste grandezze è ottenibile solo sperimentalmente con il semplice montaggio indicato in fig. 130.

Fissata una determinata tensione e quindi temperatura del filamento si fa variare la differenza di potenziale applicata tra anodo e catodo tramite il potenziometro P. Detta tensione è controllabile con il Voltmetro V e la conseguente corrente con il milliamperometro I. Se su di un diagramma cartesiano (fig. 131), noi raffiguriamo questa legge, si vede come la *corrente si annulla per tensioni minori di zero e compare e poi aumenta per tensioni positive in funzione di Va* secondo la curva 1.

Come si vede, raggiunto un determinato valore la corrente rimane pressoché costante; ciò dipende dal fatto che tutti gli elettroni liberati

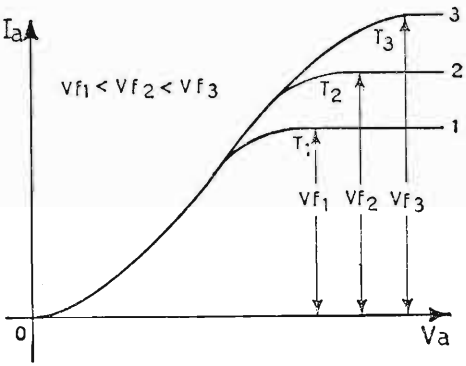


Fig. 131. – Caratteristiche di un diodo in funzione della tensione anodica e di filamento.

dal catodo raggiungono l'anodo ed un ulteriore aumento di tensione anodica risulta inutile. Aumentando la temperatura del catodo si potrà ricavare una nuova curva (linea 2, fig. 131), che per il primo tratto si sovrapporrà alla prima, e ciò dimostra che la corrente anodica dipende dalla tensione anodica, mentre la parte successiva si alza maggiormente determinando una corrente maggiore. *La corrente anodica dipende dunque dalla tensione anodica cioè* $Ia = f\ (Va)$ *e non segue come si vede la legge di Ohm.* Ciò è dovuto al fatto che per piccoli valori della tensione anodica, la carica spaziale fa sentire notevolmente il suo effetto limitando la corrente anodica.

Aumentando la tensione si aumenta la velocità degli elettroni e l'effetto frenante della carica spaziale si fa gradualmente più debole.

Infine quando tutti gli elettroni raggiungono la placca si ha la saturazione e la linea indicante l'andamento della corrente si dispone pressoché parallelamente all'asse orizzontale.

L'andamento di questa linea dimostra che il diodo e qualsiasi altro tubo che in seguito studieremo non si comportano affatto come una comune resistenza. Il loro comportamento si avvicina a quello di una resistenza soltanto quando il tubo lavora nelle condizioni indicate dal tratto più rettilineo della curva. Questo fatto, rende necessario lo studio di metodi particolari per ottenere con sufficiente approssimazione il comportamento di un tubo qualunque siano le sue condizioni di lavoro. Per raggiungere questo fine si seguono comunemente due metodi, uno analitico ed uno grafico.

7. Metodo analitico.

Consideriamo un diodo la cui caratteristica è indicata in fig. 132. Fissiamo una tensione anodica *Va* che chiameremo tensione di riposo. A questa tensione corrisponderà una corrente anodica *Ia* detta pure corrente di riposo. Le coordinate di questi due punti individueranno un terzo punto sulla caratteristica che indicheremo con la lettera *O* e sarà detto punto di riposo. Se dal punto *O* noi mandiamo la tangente alla curva, questa formerà con l'asse delle asisse un angolo la cui tangente trigonometrica è la derivata di *Ia* rispetto *Va* calcolata nel punto *O*.

Se chiameremo g_a questa derivata si potrà scrivere

$$g_a = \left(\frac{d\,I_a}{d\,V_a}\right)_0 = \text{tang} \cdot \alpha$$

Considerando ora che la tensione *Va* subisca piccolissime variazioni in

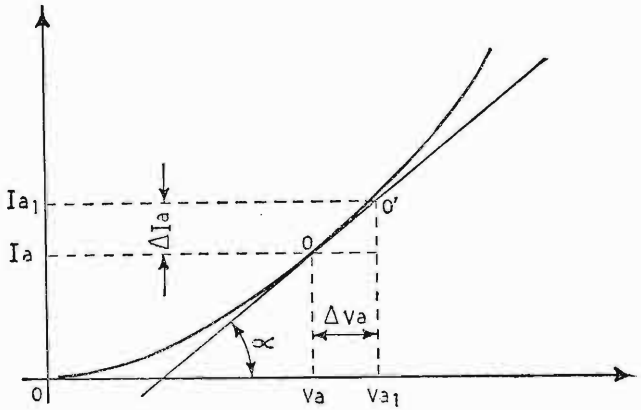


Fig. 132. – Studio analitico del comportamento di un diodo.

più o in meno, il punto O si sposterà sulla curva. Quando queste variazioni sono notevolmente piccole possiamo considerare che il punto O si sposti sulla retta tangente anziché sulla curva. Quindi se ΔV_a è la variazione subita da V_a, e ΔI_a è la corrispondente variazione subita dalla corrente, si potrà scrivere

$$g_a = \frac{\Delta I_a}{\Delta V_a} \quad \text{(mho o siemens)}$$

La succitata relazione è sempre valida naturalmente, soltanto per piccole variazioni di tensione intorno al valore di tensione di riposo prescelto e caratterizza soltanto il punto al quale si riferisce poiché un qualsiasi altro punto della curva presenta un'altra tangente e quindi un'altra g_a.

g_a *viene detta conduttanza differenziale anodica e ci dimostra che per piccole variazioni di tensione il diodo può essere considerato come un conduttore ohmico, e sottostare quindi alla legge di Ohm.* La conduttanza anodica g_a è detta anche pendenza anodica in quanto essendo uguale al coefficiente angolare della tangente alla curva nel punto considerato ne esprime la inclinazione. *Il reciproco della conduttanza anodica differenziale è*

$$r_a = \frac{\Delta V_a}{\Delta I_a} \quad \text{(ohm)}$$

ed è detta resistenza anodica differenziale.

8. Metodo grafico.

Consideriamo un diodo avente in serie una resistenza R_c (fig. 133). Vediamo ora come si procede per ricavare I_a-V_r-V_a. Se il diodo fosse un conduttore ohmico, essendo le due resistenze in serie, si considererebbe la somma di esse e si potrebbe applicare la legge di Ohm. Il diodo è però un conduttore che ubbidisce come abbiamo visto alla legge $I_a = f(V_a)$ graficamente rappresentata dalla fig. 134.

Come sappiamo invece la resistenza segue una legge lineare data da

$$I_a = \frac{V_r}{R_c}$$

Poiché resistenza e diodo sono in serie e quindi attraversati dalla stessa corrente, è ovvio che debba esservi un punto in comune fra queste due leggi. Questo punto è il punto P appartenente contemporaneamente alla curva e alla retta di carico. L'ordinata del punto P detto punto di riposo, ci dà il valore di I_a di riposo circolante attraverso la resistenza ed il tubo.

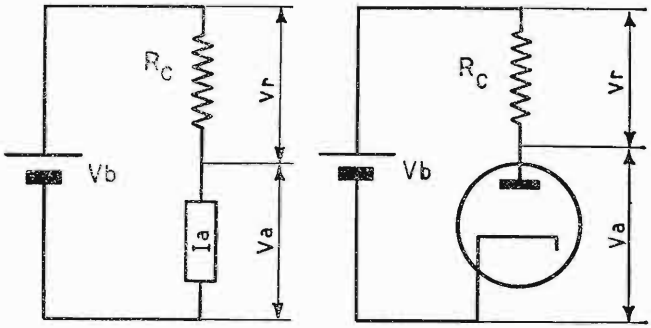


Fig. 133. – Circuito equivalente di un diodo con carico anodico.

La sua ascissa invece ci dà la tensione V_a che cade ai capi del tubo e la tensione V_r che cade ai capi della resistenza di carico. La loro somma è uguale a V_b.

La retta di carico viene tracciata in modo che essa passi attraverso due punti opportunamente ricavati uno sull'asse dell'ascisse e l'altro sull'asse delle ordinate.

Il punto sull'asse delle ascisse ci rappresenta la tensione V_b di batteria mentre quello sull'asse delle ordinate è caratterizzato da un valore di corrente tale che sia

$$I_a = \frac{V_b}{R_c}$$

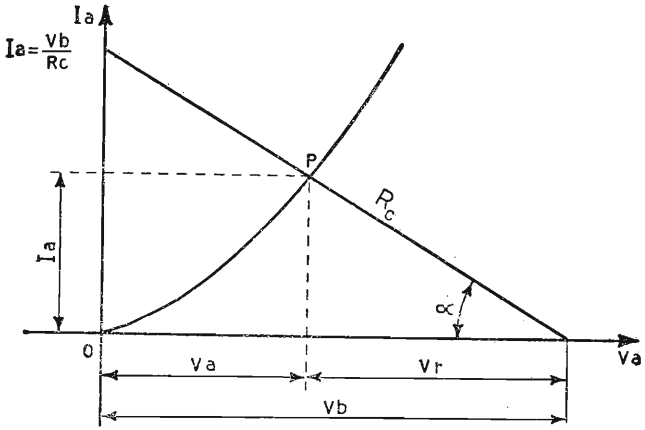


Fig. 134. – Studio grafico del comportamento di un diodo con in serie una resistenza.

Queste due conclusioni si ottengono considerando nel primo caso la valvola interdetta, quindi V_a coincidente con V_b e nel secondo considerando la valvola in cortocircuito quindi praticamente con tensione anodica O volt.

Come si vede dalla figura e dalla relazione precedentemente espressa la inclinazione della retta di carico rispetto agli assi dipende soltanto dal valore di Rc.

Infatti se Rc varia, varia pure il rapporto $\frac{V_b}{R_c}$ e di conseguenza la inclinazione della retta di carico. La retta di carico è caratterizzata dalla relazione $\frac{1}{R_c} = \text{tang } \alpha$.

9. Diodi a gas.

Abbiamo precedentemente visto trattando la emissione elettronica come intorno al catodo si formi una nube elettronica chiamata carica spaziale.

Questa è la principale causa di limitazione della corrente anodica nei tubi normali in quanto essa costituisce un forte sbarramento al movimento degli elettroni. Questa barriera viene vinta dagli elettroni stessi soltanto quando la tensione anodica del tubo è notevolmente elevata. Introducendo invece nel tubo una certa quantità di mercurio, questo riscaldato dal filamento evapora ed i suoi vapori riempiono l'intero bulbo. Gli elettroni emessi dal catodo vengono così a trovarsi in un'ambiente denso di molecole e quindi ne urtano una notevole quantità liberando un certo numero di elettroni e, fatto importante in questo caso, pure un discreto numero di

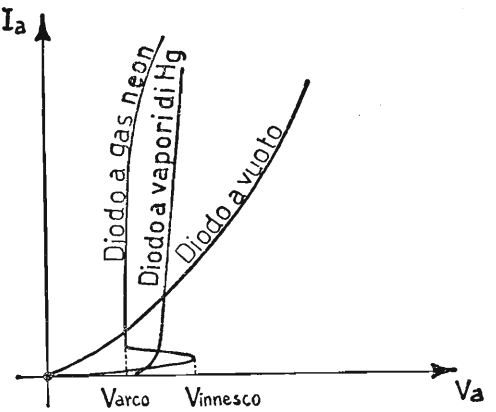


Fig. 135. - Confronto fra la caratteristica di un diodo a vuoto e quelle relative a due diodi a gas.

ioni. Gli ioni liberati possiedono una massa molto maggiore di quella degli elettroni, quindi anche se sottoposti allo stesso campo elettrico si muovono molto lentamente formando una nuova carica di segno contrario a quella precedente e perciò si neutralizzano.

La neutralizzazione della carica spaziale fa sì che bastino piccole tensioni anodiche per avere notevoli correnti anodiche e aumenti di molto il rendimento del diodo. La fig. 135 ci dà un confronto fra la caratteristica di un diodo normale e quella di due diodi a gas. In esse è evidente come superato un determinato limite di tensione anodica (tensione di innesco), sufficiente a dare agli elettroni l'energia necessaria a rompere le molecole e quindi liberare gli ioni, la caratteristiche diventino estremamente più ripide dimostrando con ciò il maggiore rendimento di questi tubi.

10. Fototubi.

Il fototubo è costituito da un particolare tipo di diodo molto più noto con il nome di fotocellula. Essa è formata, vedi fig. 136, da un bulbo di vetro entro il quale è praticato il vuoto e dove si trova un catodo di notevole ampiezza nei confronti dei catodi tradizionali formato da cesio e ossido di argento depositato sopra la superficie interna di una parte del bulbo, oppure sopra la superficie interna di un semicilindro metallico appositamente collocato. Al centro del semicilindro che fa da catodo è posto l'anodo formato quasi sempre da un filo metallico in maniera da costituire il minimo ingombro e lasciar passare la massima quantità di luce. *Questo perchè la emissione catodica è funzione della quantità di luce che colpisce il catodo.* La differenza fra un diodo termoionico e una fotocellula sta nel diverso sistema usato per ottenere la emissione degli elettroni da parte del catodo. Il loro impiego invece come in seguito avremo modo di constatare è estremamente diverso.

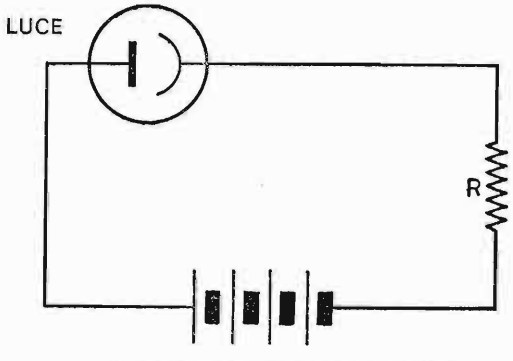


Fig. 136. – Circuito per fotocellula.

CAPITOLO III

IL TRIODO

11. Generalità.

Seguendo lo studio del diodo abbiamo visto che la corrente anodica può essere regolata dalla tensione anodica. Questa è però una regolazione poco fine e sopratutto poco pratica ed economica. Il sistema migliore per controllare la corrente anodica di un tubo si ottiene introducendo nel tubo stesso un ulteriore elettrodo comunemente formato da una spirale metallica posta fra il catodo e l'anodo chiamata *griglia*, per l'aspetto che aveva nella sua forma primitiva.

L'introduzione nel diodo di questo nuovo elettrodo lo ha trasformato in un nuovo tubo detto triodo la cui costituzione e simbolo sono indicati in fig. 137.

La introduzione della griglia posta assai più vicina al catodo che alla placca modifica notevolmente il campo elettrico nell'interno del tubo e quindi pure gli effetti della carica spaziale che come sappiamo è sempre più intensa proprio in vicinanza del catodo. Se la griglia è positiva la carica spaziale

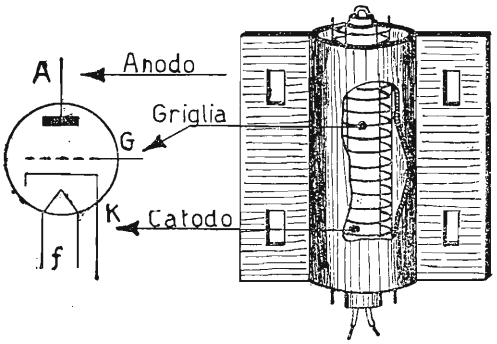


Fig. 137. - Struttura e rappresentazione grafica di un triodo.

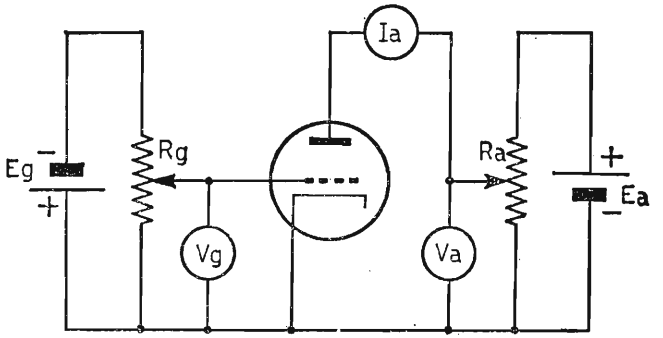


Fig. 138. – Circuito per ricavare le caratteristiche statiche e mutue di un triodo.

viene ad essere notevolmente diminuita, si ha perciò una forte corrente anodica con la presenza però di una corrente di griglia spesso nociva.

Quando invece la griglia è negativa si ha un aumento della carica spaziale e quindi una diminuzione della corrente anodica.

In tutti i casi però si può constatare come la griglia riesca a controllare perfettamente la corrente anodica. La aggiunta di questo nuovo elettrodo modifica le curve delle caratteristiche anodiche precedentemente studiate. Il circuito che ci permette di ricavare le caratteristiche di un triodo è quello di fig. 138.

Con esso è possibile ricavare l'insieme delle caratteristiche di un tubo, cioè *vedere la variazione di I_a al variare di V_a per diversi valori di V_g, vedere le variazioni di I_a al variare di V_g per diversi valori V_a e infine constatare la relazione esistente fra valori di V_a e V_g fermo restando il valore di I_a.*

12. Caratteristiche anodiche.

Iniziando dal primo caso si consideri, dopo aver scelto un determinato tipo di triodo, di fissare tramite il potenziometro R_g una tensione $V_g = O$ per la griglia e di fare assumere alla placca tramite il potenziometro R_a valori di V_a variabili da 0 ad un massimo prestabilito, avendo cura di dare alle variazioni di V_a un incremento costante.

Se ad ogni valore attribuito a V_a noi teniamo conto del valore raggiunto da I_a valore che possiamo leggere nell'apposito amperometro, e riportiamo i valori di V_a sull'asse delle ascisse e quelli corrispondenti di Ia sull'asse delle ordinate si ricava una curva del tutto simile a quella di un diodo compreso il tratto che si riferisce alla saturazione, il quale ci fissa la massima tensione anodica da raggiungere. La stessa operazione

si può ripetere un numero infinito di volte, dando ogni volta valore diversi di V_g. Si ricava così un certo numero di curve che comunemente è definito famiglia di caratteristiche anodiche. *Ciascuna di queste curve ci mostra il comportamento della corrente anodica al variare della tensione anodica per tensioni di griglia costanti.* La fig. 139 ci rappresenta appunto una di queste famiglie.

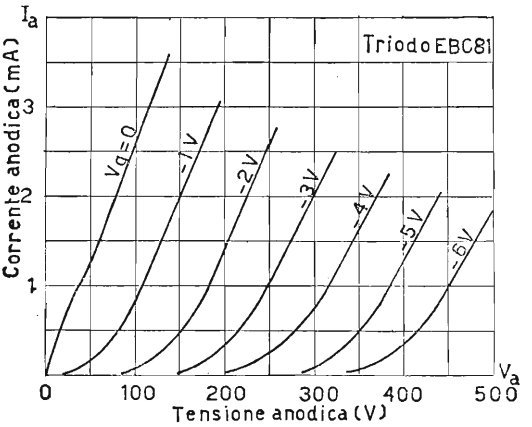


Fig. 139. – Caratteristiche anodiche statiche di un triodo.

In essa si può notare la similitudine delle varie curve fra di loro le quali se si riferiscono a tensioni di griglia equidifferenziate sono pure equidistanti e pressoché parallele spostate da sinistra verso destra. Lo spostamento delle varie curve verso valori più positivi della tensione anodica è dovuto al fatto che ogniqualvolta noi diamo alla griglia un incremento della tensione negativa, si crea nell'interno del tubo un maggiore effetto frenante per gli elettroni per via della carica spaziale che con valori negativi crescenti di griglia aumenta. È necessaria perciò una maggiore tensione anodica per vincere questo ostacolo. Come si può vedere dalla stessa fig. 139 le curve si raccorciano più esse si spostano verso destra. Queste sono così interrotte perché si disegna generalmente solo la parte utilizzabile. Infatti più verso destra esse sono e a parità di corrente anodica, maggiore è la potenza che la valvola deve dissipare sull'anodo. Esempio: facendo riferimento sempre alla fig. 139 per ottenere nel tubo desiderato una corrente di 3 mA con $V_g = O$ occorre una tensione anodica di 120 V quindi la potenza dissipata all'anodo sarà data da

$$120\ V \cdot 0{,}003\ A = 0{,}36\ W$$

Se ora consideriamo la caratteristica indicata con tensione di griglia — 3 e vogliamo che nella valvola circolino 3 mA, perché questo avvenga, occorre una tensione anodica di 350 V. La potenza dissipata ora dal tubo sarà data da

$$350\ V \cdot 0{,}003\ A = 1{,}05\ W$$

spostandoci ancora verso destra per esempio sulla curva — 6 e fermo restando ancora il valore di 3 mA di corrente anodica, si raggiungerebbe una potenza dissipata tale che in breve tempo distruggerebbe il tubo.

Per questo come già si è detto le curve sono interrotte ed è disegnata soltanto la parte necessaria per le condizioni di lavoro in cui il tubo può essere utilizzato a regime continuo. (Iperbole di massima potenza dissipabile).

13. Caratteristiche mutue.

Servendoci sempre del circuito di fig. 138 possiamo ora eseguire un'altro tipo di prove. Fissiamo ad esempio una tensione anodica di 250 V e tramite il potenziometro R_g diamo alla griglia, partendo da 0, valori via via sempre più negativi.

Se sull'asse delle ascisse riportiamo i valori di griglia e sull'asse delle ordinate i corrispondenti valori di corrente anodica otterremo una nuova famiglia di caratteristiche dette caratteristiche statiche mutue le quali ci fanno vedere *come varia la corrente anodica al variare della tensione di griglia ferma restando la tensione anodica.*

Questa prova mette in evidenza meglio di ogni altra l'effetto della tensione di griglia sulla corrente anodica e come questo effetto, proprio per

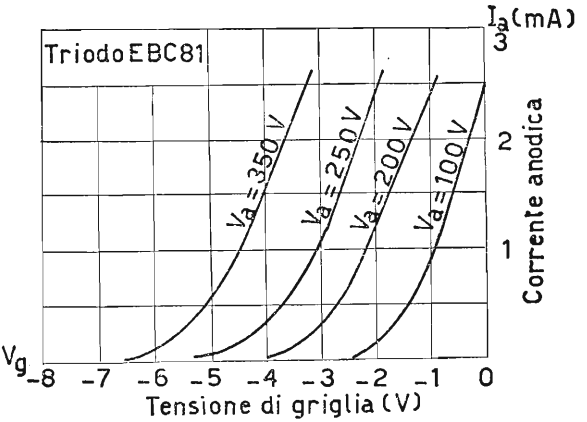


Fig. 140. – Caratteristiche mutue di un triodo.

la posizione della griglia posta assai vicina al catodo, sia molto maggiore di quello della placca. Ci dà inoltre la possibilità di confrontare gli effetti sopracitati e di stabilire le relazioni fra loro esistenti.

La fig. 140 raffigura una famiglia di caratteristiche mutue ottenute con il sistema precedentemente indicato facendo assumere alla placca una serie di valori diversi ed equidifferenziati. In questa figura si può notare come per ogni caratteristica esista un punto di tensione di griglia detto di interdizione in cui la corrente anodica è zero.

Questo punto ci rappresenta la condizione di equilibrio fra il campo formato dalla tensione negativa di griglia e quello formato dalla tensione positiva dell'anodo.

14. Caratteristiche di controllo.

L'ultima prova che possiamo eseguire con lo schema precedentemente considerato e riportato in fig. 138 consiste nel ricavare quella che comunemente viene definita *caratteristica di controllo a corrente costante.* Essa si ricava procedendo nel modo seguente.

Applichiamo alla griglia del tubo una tensione $V_g = 0$ ed all'anodo una tensione V_a tale che I_a sia uguale a 0. Se dopo ciò noi aumentiamo la tensione anodica e contemporaneamente quella negativa di griglia in modo che I_a resti costantemente uguale a 0 e riportiamo i valori di V_a sull'asse delle ordinate e quelli corrispondenti di V_g sull'asse delle ascisse, otteniamo una linea che è notevolmente vicina ad una retta. Questo diagramma ci rappresenta in modo molto evidente *la relazione esistente fra la tensione anodica e quella di griglia, e l'influenza da esse esercitate sulla corrente anodica.*

Naturalmente come si è operato per ottenere una curva riferita alla corrente anodica $= 0$ si può operare riferendosi ad un qualsiasi altro valore di corrente anodica ed ottenere così come nei casi precedenti una famiglia di caratteristiche.

La più importante di queste caratteristiche è naturalmente quella che si riferisce alla corrente anodica uguale a zero poiché essa è la linea di interdizione, cioè quella che corrisponde al valore di equilibrio fra il campo creato dalla griglia e quello creato dall'anodo.

La linea corrispondente a questa caratteristica che è pressoché rettilinea passa per l'origine *ed il valore della tangente dell'angolo che essa forma con l'asse delle ascisse ci dà il coefficiente di amplificazione. I tre tipi di caratteristiche considerate sono legati fra di loro e reciprocamente deducibili*; la fig. 141 ne indica il sistema di costruzione grafica.

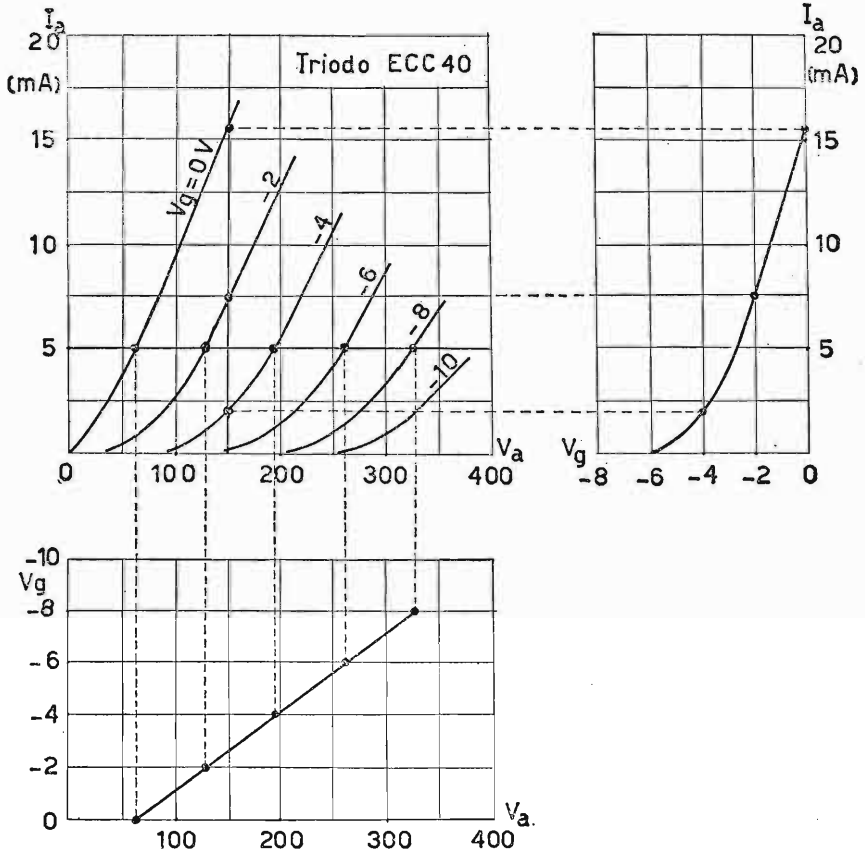


Fig. 141. – Dimostrazione della interdipendenza fra i tre tipi di caratteristiche considerate.

15. Coefficiente di amplificazione.

Il coefficiente di amplificazione di un triodo o di un qualsiasi altro tubo in generale è rappresentato da un numero puro che ci indica quante volte la tensione di griglia sia più efficace della tensione di placca nel controllare la corrente anodica. Questo fatto visibile dall'osservazione di tutte le famiglie di caratteristiche precedentemente considerate, lo è in modo particolare dall'esame delle caratteristiche di controllo. Supponiamo, fig. 142, di avere un triodo al quale sia applicata una tensione anodica V_a ed una tensione di griglia V_g. La corrente anodica I_a che ne deriva sia quella indicata dalla caratteristica di fig. 142 ed il punto di

funzionamento sia rappresentato dal punto P. Se ora noi provochiamo alla tensione di griglia una variazione ΔV_g e contemporaneamente una variazione contraria alla placca ΔV_a tale che I_a resti costante, noi determiniamo un nuovo punto sulla caratteristica che chiamiamo Q.

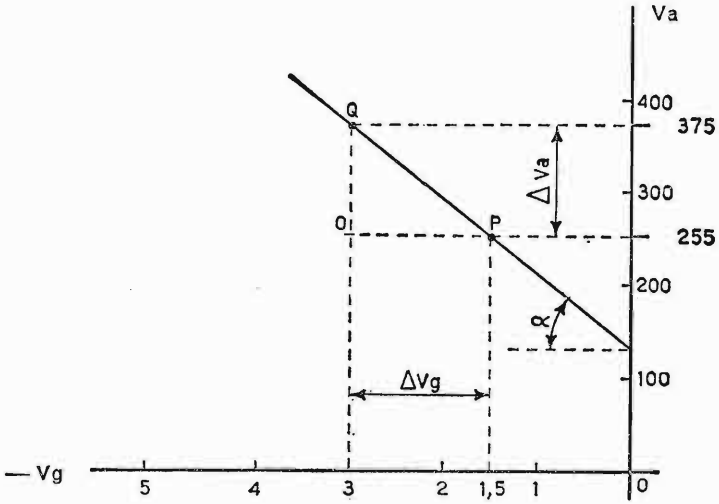


Fig. 142. – Coefficiente di amplificazione ricavato sulla caratteristica di controllo.

Mandiamo ora la parallela all'asse orizzontale dal punto P e la parallela all'asse verticale dal punto Q le due linee si incontrano nel punto O formando il triangolo POQ per il quale sussiste la relazione

$$\frac{OQ}{OP} = \text{tang}\ \alpha$$

ma sussiste pure la relazione

$$\frac{\Delta V_a}{\Delta V_g} = \mu \quad \text{perciò} \quad \mu = \text{tang}\ \alpha$$

Il rapporto tra la variazione di tensione anodica dovuta per compensare la variazione di tensione di griglia e la corrispondente variazione di tensione di griglia è uguale a μ.

16. Le conduttanze anodica e mutua.

Le conduttanze, anodica e mutua, ci consentono di conoscere in quale misura la corrente anodica possa essere rispettivamente controllata da parte della tensione di placca e di griglia.

Se consideriamo un triodo fig. 143 la cui tensione anodica sia V_a e la tensione di griglia V_g a questi valori corrisponde una corrente anodica I_a.

Se manteniamo costante la tensione V_g di griglia e spostiamo attorno

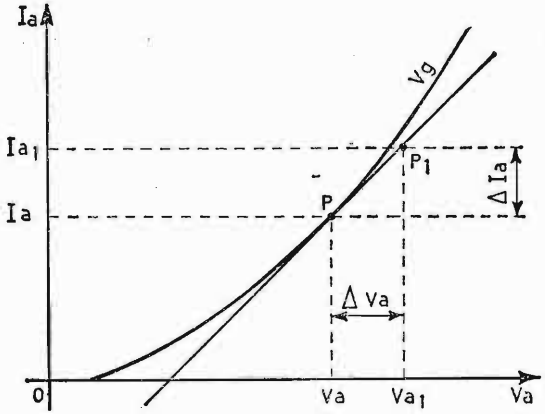


Fig. 143. - Studio analitico di un triodo (Conduttanza anodica)

al valore V_a la tensione anodica si sposterà il punto di funzionamento della valvola sulla caratteristica interessata intorno al punto di riposo P. Se manteniamo le variazioni di V_a sufficientemente piccole possiamo considerare che il punto di lavoro della valvola si sposti anziché lungo la caratteristica anodica sulla tangente alla curva nel punto di riposo P.

Potremo quindi scrivere la relazione

$$\frac{\Delta I_a}{\Delta V_a} = g_a$$

g_a ci rappresenta il coefficiente angolare della tangente alla curva nel punto P e viene denominata conduttanza anodica differenziale. Questa relazione valida solo per piccole variazioni ΔV_a intorno al valore di riposo ci dimostra l'equivalenza, in quel tratto, del triodo con un conduttore ohmico. *La conduttanza anodica si esprime in mA/V e ci indica di quanti mA vari la corrente anodica per ogni V di variazione della tensione anodica.*

Se supponiamo ora di mantenere costante la tensione anodica e di fare

variare la tensione di griglia di una piccola quantità intorno al punto di riposo P, fig. 144 il punto di funzionamento si muoverà allora sulla caratteristica mutua relativa alla tensione prescelta. Anche in questo caso come nel precedente se le variazioni di V_g sono sufficientemente piccole si può considerare che il punto di lavoro anziché muoversi sulla caratteristica si muova sulla retta tangente alla curva nel punto di riposo P. Pure in questa circostanza sussiste la relazione

$$\frac{\Delta I_a}{\Delta V_g} = g_m$$

che come nel caso precedente *ci rappresenta il coefficiente angolare della tangente alla curva nel punto di riposo P. La* g_m *è definita conduttanza mutua*

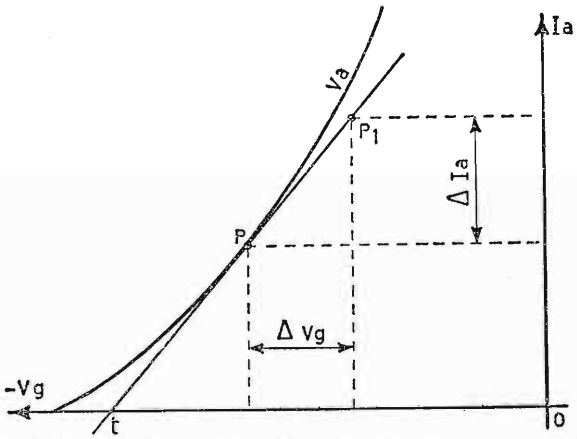


Fig. 144. – Studio analitico di triodo (Conduttanza mutua)

differenziale e ci indica la variazione in mA di corrente anodica per ogni V di variazione della tensione di griglia. Anche essa si esprime quindi in mA/V. Questo fatto assume una notevole importanza perché la griglia in un triodo è l'organo costruito appositamente per la regolazione della corrente anodica. Poiché come abbiamo in precedenza visto,

$$\frac{\Delta V_a}{\Delta V_g} = \mu, \qquad \frac{\Delta I_a}{\Delta V_a} = g_a \qquad \text{e} \qquad \frac{\Delta I_a}{\Delta V_g} = g_m$$

appare chiaro come sia

$$\frac{g_m}{g_a} = \mu.$$

Questo ci dimostra il legame esistente fra i tre parametri di un triodo. A questi tre parametri se ne aggiunge un quarto, la resistenza anodica differenziale

$$r_a = \frac{\Delta V_a}{\Delta I_a}$$

che è anche

$$r_a = \frac{1}{g_a}$$

cioè l'inverso della conduttanza anodica.

17. Sistema grafico per lo studio di circuiti comprendenti un triodo.

Consideriamo il circuito di fig. 145 in esso è raffigurato un triodo avente in serie una resistenza, ai loro capi è applicata una tensione V_b. Sulla famiglia di caratteristiche anodiche appartenenti al triodo si traccia la retta di carico corrispondente ad R_c usando il sistema già considerato per il diodo. Questa retta taglia la caratteristica che ci interessa, nel nostro caso supponiamo la — 2, in un punto che chiamiamo P, e che rappresenta il punto di riposo. Mandando da esso le parallele all'asse orizzontale possiamo leggere sull'asse verticale la corrente circolante nel circuito anodico.

Se abbassiamo poi sempre da P la perpendicolare I_a sull'asse orizzontale individuiamo un altro punto che chiamiamo V_a. Il segmento che va dalla origine O a V_a rappresenta la tensione ai capi della valvola ed il segmento che va da V_a a V_b la tensione ai capi del carico. Supponiamo ora che per l'applicazione in griglia di una componente alternata, il potenziale

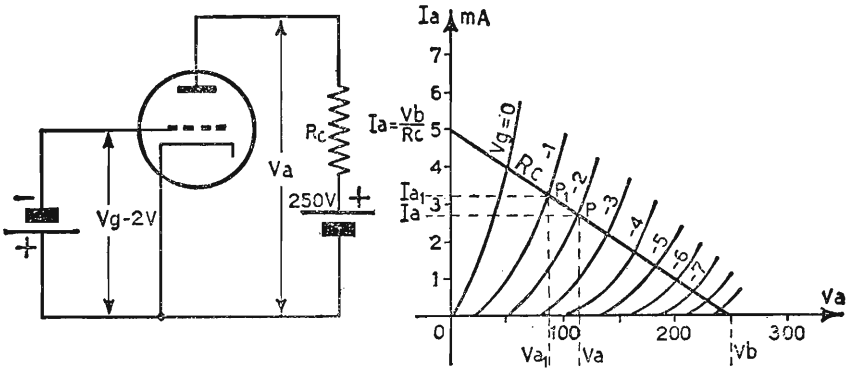


Fig. 145. – Sistema grafico per lo studio di un circuito comprendente un triodo.

di questa si sposti da un valore di $V_g = -1V$ ad un valore di $V_g = -3V$ Se consideriamo ad esempio il valore $Vg = -1V$ il punto P di lavoro in quell'istante si sposterà nel punto P_1. Il punto P_1 determina nuovi valori di I_a e di V_a che sono appunto conseguenza della nuova polarizzazione di griglia che la valvola ha assunto in quel momento. Questo ragionamento può essere fatto per il valore $Vg = -3V$ e per qualsiasi altra tensione di griglia che venga applicata al triodo ricavando così tutte le condizioni di funzionamento del triodo stesso.

18. **Triodi a gas o Thyratron.**

I triodi a gas comunemente chiamati Thyratron hanno un impiego e un funzionamento che sono sostanzialmente diversi da quelli del triodo a vuoto. La presenza del gas nell'interno del tubo fa sì che esso si comporti praticamente come un relè cioè conduca o non conduca. La griglia serve soltanto a determinare il punto di innesco del tubo che è anche funzione della tensione di griglia. Quanto sopra detto è conseguenza del fatto che non appena la valvola conduce, gli elettroni provenienti dal catodo nel loro cammino verso l'anodo urtano atomi di gas e liberano degli ioni che attratti dal catodo e dalla griglia negativi ne neutralizzano la carica spaziale. Di conseguenza la corrente anodica può raggiungere, anche per valori bassi di tensione anodica, valori di intensità molto elevati. Interrompendo la tensione anodica cessa la ionizzazione e il tubo è in grado di riprendere in breve tempo il suo funzionamento.

Il tempo richiesto dal tubo per la ionizzazione e la deionizzazione è notevole (sempre riferito al campo elettronico) perciò il Thyratron non può essere impiegato come si è detto con funzioni di relè, per tensioni transitorie che abbiano una frequenza superiore ai 50 KHz.

CAPITOLO IV

IL TETRODO, IL PENTODO ED ALTRI TUBI

19. Il tetrodo.

La disposizione che la placca e la griglia di un triodo hanno nell'interno del tubo fa di loro un condensatore la cui capacità è dell'ordine di qualche picofarad (*pF*). Attraverso di essa una parte della tensione di placca, quando questa è variabile, ritorna in griglia.

Quando la frequenza della parte variabile della tensione anodica è relativamente bassa questo inconveniente può essere trascurato perché il suo effetto è abbastanza limitato (alta reattanza capacitiva), ma quando la frequenza sopra considerata è notevole allora non si può più trascurare l'effetto di questa capacità parassita perché può giungere al punto di trasformare un circuito amplificatore in un circuito oscillatore. Per ovviare a questo inconveniente si è introdotto fra placca e griglia controllo una nuova griglia detta, per la sua funzione, griglia schermo. Il potenziale di questa griglia schermo va mantenuto costante e ad un valore di

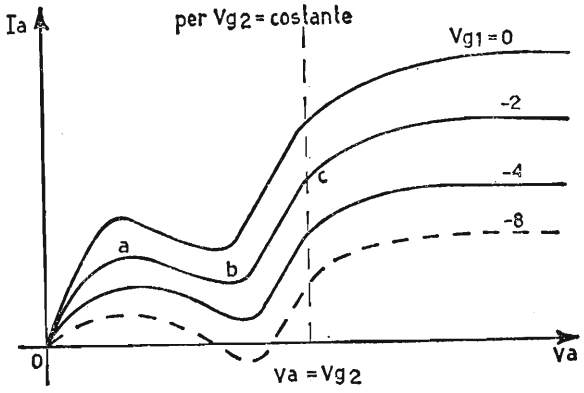


Fig. 146. – Caratteristiche anodiche di un tetrodo.

tensione positiva che è circa $\frac{1}{3} \div \frac{2}{3}$ di quella esistente fra catodo e placca.

In queste condizioni l'effetto schermante di questo nuovo elettrodo è notevole al punto di ridurre la capacità griglia-anodo al valore di pochi centesimi di picofarad. L'aggiunta di questa nuova griglia deforma però le caratteristiche anodiche del tubo in modo notevole per le ragioni che ora vedremo. Come per il triodo il catodo emette elettroni i quali sono comandati dalla griglia controllo e dopo averla attraversata giungono all'anodo. In questo caso però essi sono notevolmente aiutati nel loro cammino dalla presenza della nuova griglia che con il suo potenziale imprime loro una notevole accelerazione. Quella parte di essi che urta le spire della griglia schermo viene da essa trattenuta e dà luogo ad una corrente di griglia schermo, il rimanente, come già si è detto, notevolmente accelerato, raggiunge la placca e nell'urto con essa libera un certo numero di elettroni secondari. Quando il potenziale anodico è superiore a quello di griglia schermo questi elettroni ricadono sulla placca, ma quando questo potenziale è inferiore a quello di griglia schermo gli elettroni emessi dall'anodo sono attratti dalla griglia schermo e vanno a rinforzarne la corrente. *La corrente anodica allora sarà data dalla differenza fra la quantità di elettroni che la placca riceve e quella che emette nella unità di tempo.* Le caratteristiche che dimostrano il fenomeno ora citato sono illustrate in fig. 146.

20. **Il pentodo.**

Per evitare l'inconveniente sopra lamentato che limita notevolmente l'impiego del tetrodo è stata introdotta nel tubo una nuova griglia posta fra l'anodo e la griglia schermo collegata elettricamente al catodo e denominata griglia soppressore.

Questa griglia crea un campo inverso a quello della placca di entità tale da non impedire il normale flusso degli elettroni primari provenienti dal catodo, ma sufficiente a respingere verso la placca gli elettroni della emissione secondaria.

Le caratteristiche anodiche statiche di un pentodo assumono l'andamento dimostrato in fig. 147 *e ci dimostrano la minima influenza della tensione anodica sulla corrente anodica proprio per effetto della tensione di griglia schermo.* Nella stessa figura con linea tratteggiata è indicato l'andamento della corrente di griglia schermo.

Come si vede, questa corrente di schermo per piccole tensioni anodiche è superiore alla corrente anodica, ma poi si stabilizza ad un valore molto inferiore per quelle che sono le normali condizioni di lavoro di un pentodo. La fig. 148 ci rappresenta la caratteristica mutua di un

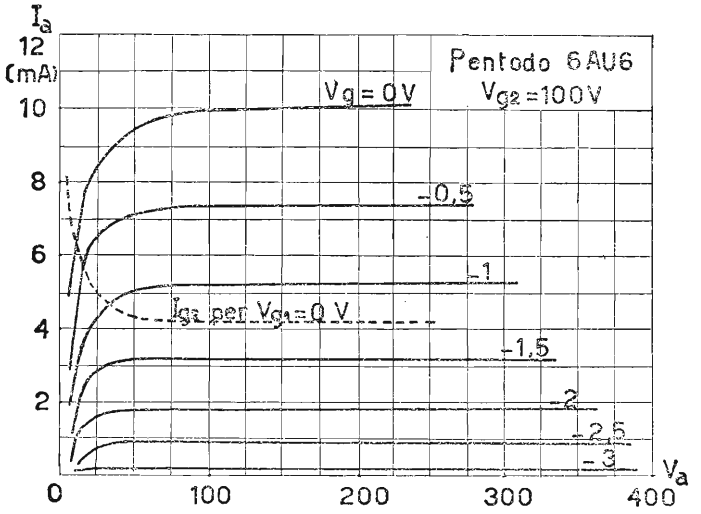


Fig. 147. – Caratteristiche anodiche di un pentodo.

pentodo. Questa caratteristica, ancor meglio delle caratteristiche anodiche, ci dimostra la indipendenza nel pentodo della corrente anodica dalla tensione anodica. Infatti, anziché avere come nel triodo una serie di caratteristiche mutue abbiamo praticamente una sola caratteristica valida per diversi valori di tensione anodica. Come per il triodo si può sovrapporre alle caratteristiche anodiche del pentodo (fig. 149) una retta di carico ed ottenere graficamente i valori dei componenti circuitali. Osservando le caratteristiche anodiche di un pentodo si può vedere come la conduttanza anodica di questo

$$g_a = \frac{\Delta I_a}{\Delta V_a}$$

sia molto minore di quella di un triodo, di conseguenza la sua resistenza anodica differenziale $r_a = \dfrac{1}{g_a}$ sarà molto maggiore.

Se osserviamo ora le caratteristiche mutue di un pentodo si nota la grande similitudine che esse hanno con quelle di un triodo. Anche la conduttanza mutua g_m del pentodo ha

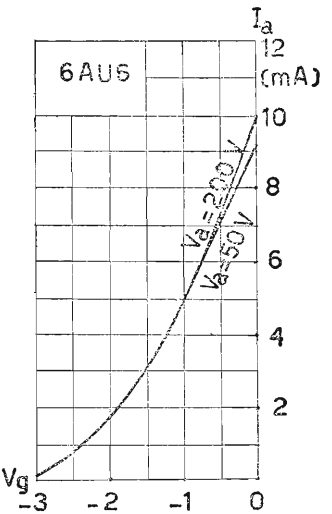


Fig. 148. – Caratteristiche mutue di un pentodo.

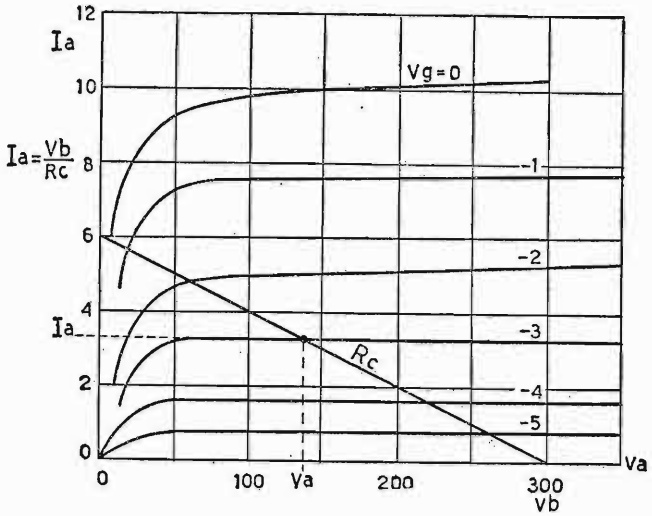


Fig. 149. – Studio grafico di un circuito comprendente un pentodo ed una resistenza in serie.

valori dell'ordine di quello del triodo. Dalle considerazioni sopra esposte si deduce che il *coefficiente di amplificazione di un pentodo è notevolmente maggiore di quello di un triodo* infatti come sappiamo

$$\mu = \frac{g_m}{g_a}$$

21. Tetrodo a fascio.

L'effetto ottenuto con l'aggiunta di una terza griglia può essere raggiunto pure con l'aggiunta nel tubo, fra griglia schermo e anodo, fig. 150, di due placchette collegate al catodo. Queste per il loro potenziale, la loro forma e disposizione riescono a creare esternamente alla griglia schermo una carica spaziale negativa capace di sostituire vantaggiosamente la terza griglia di un pentodo.

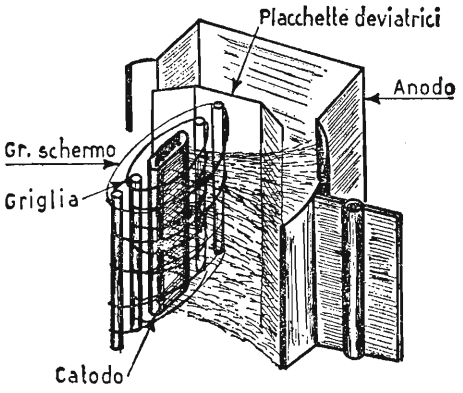


Fig. 150. – Struttura di un tetrodo a fascio.

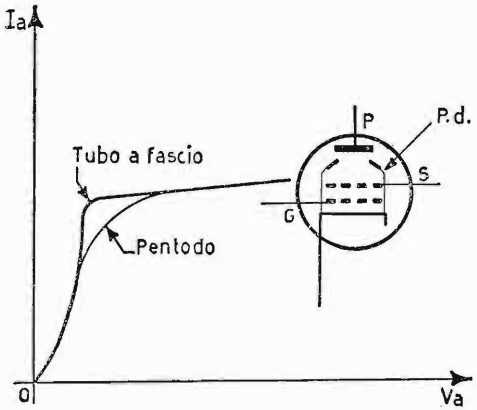


Fig. 151. - Differenza sostanziale fra tubo a fascio e pentodo.

Altro vantaggio del tubo a fascio impiegato soltanto quale tubo di potenza è quello di avere una bassa corrente di griglia schermo. Ciò si ottiene disponendo le spire della griglia schermo nella scia di quelle della griglia controllo in modo che gli elettroni già deviati da questa possono raggiungerla in minima quantità. La fig. 151 rappresenta le caratteristiche di un tubo a fascio dimostrando i notevoli risultati che si ottengono con questo sistema.

22. **Altri tubi.**

È di uso comune in radiotecnica un certo numero di tubi più complessi di quelli considerati, che possono però essere sempre trattati alla stregua di quelli sopra citati. La loro struttura ed il loro funzionamento sarà trattato di volta in volta descrivendo il loro impiego.

CAPITOLO V

DIODI A CRISTALLO SEMICONDUTTORE

GENERALITÀ.

Prima di iniziare a trattare i semiconduttori (diodi e transistori), come tecnologia e come funzionamento, è bene parlare dei materiali usati per la loro costruzione. I semiconduttori hanno proprietà di conduzione intermedia fra gli isolanti e i conduttori. I materiali generalmente usati sono il *germanio* (Ge) ed il *silicio* (Si). Esistono però altri elementi, quali, ad esempio, i composti come l'*ossidulo di rame* e il *selenio*. Il *germanio* si ricava sotto forma di biossido ($Ge\ O_2$), mediante un processo di estrazione. In America, ad esempio, esso viene ottenuto come sottoprodotto dell'industria dello zinco, partendo dal solfuro di zinco (blenda), mediante operazioni di: combustione, riduzione con carbone, filtrazione, distillazione ed idrolisi. In altri paesi, come ad esempio Belgio, Francia, Germania esso viene ottenuto praticamente dai sottoprodotti dell'industria del cadmio e dello zinco. In tutti i modi, il biossido di germanio così ottenuto deve essere sottoposto, dai limiti di purezza, ad un processo di purificazione chimica. Il *silicio*, in natura, è più facilmente reperibile del *germanio*. Esso è abbondantemente presente, non come elemento puro, ma sotto forma di biossido ($Si\ O_2$) o silice, nella litosfera. Il *silicio* commerciale viene prodotto industrialmente con l'ausilio di forni elettrici, ad alta temperatura, per riduzione diretta della silicie con carbone. Naturalmente il silicio così ottenuto presenta una purezza ancora lontana dai limiti imposti per la costruzione dei semiconduttori, per cui fa seguito un primo processo di purificazione. Tale purificazione può avvenire: per via *chimica*, mediante il metodo di Tucker, ossia effettuando una polverizzazione del materiale commerciale ed intaccandolo con forti acidi: acqua regia, acido solforico, acido cloridrico ecc., ottenendo come risultato un materiale contenente circa il 99,95% di silicio; oppure per via *metallurgica*, mediante la fusione

del silicio commerciale, oppure con altri metodi, ad esempio metodo Dupont, metodo Theuerer. Purtroppo dopo questi processi di purificazione, sia il *silicio*, sia il *germanio* non hanno raggiunto il grado di purezza richiesto per la costruzione dei seminconduttori e quindi dei transistori. Occorrono altri sistemi di purificazione per portare detti materiali allo stato praticamente puro. Il *germanio* possiede 32 elettroni nella sua struttura atomica, mentre il *silicio* ne possiede 14. Sia il *germanio* che il *silicio* sono materiali

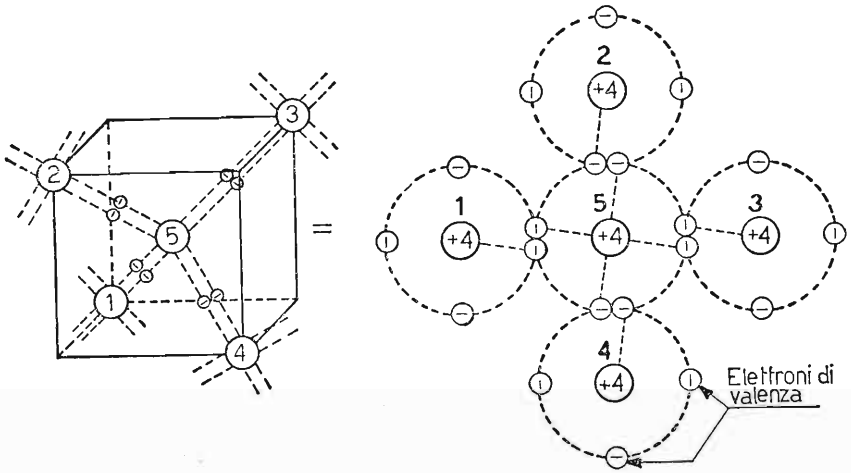


Fig. 152. – Rappresentazione del cristallo di germanio puro nella sua forma caratteristica di tetraedro; legami covalenti.

tetravalenti. Per questa ragione, gli elettroni esterni a ciascun nucleo, denominati elettroni di valenza, sono quattro. La forma dei cristalli atomici, dipendendo dalla tetravalenza dell'elemento, assume l'aspetto del *tetraedro*, ossia quattro triangoli equilaterali, come è visibile in fig. 152.

Al centro del tetraedro è un atomo di Ge o di Si ed altri quattro atomi sono situati sui vertici del solido geometrico. L'atomo centrale è legato ai suoi quattro atomi esterni, mediante i suoi quattro elettroni di valenza. Naturalmente questi legami si ripetono per ogni atomo di *germanio* o di *silicio*. Il legame che esiste fra i vari atomi è dovuto a forze che sollecitano gli atomi ad avvicinarsi ed è chiamato « *legame covalente* », ossia di comproprietà di due elettroni fra due atomi, permettendo agli elettroni di cambiare orbita, trasferendosi a quella di un altro atomo. La configurazione atomica accennata in fig. 152 è stabile, quando il materiale si trova praticamente alla temperatura dello zero assoluto (0° Kélvin), ossia — 273° Centigradi. Aumentando detta temperatura, cioè, ad esempio, alla nostra

temperatura ambiente, (circa 300° K) gli elettroni acquistano energia cinetica al punto che un elettrone abbandona l'atomo, rompendo il legame e vagando nell'interno del cristallo. In questo modo, nell'atomo che prima era elettricamente neutro, si instaura un'elettropositività pari in valore assoluto alla carica dell'elettrone perduto (fig. 153).

La carica positiva originata, denominata *lacuna* (o vacuone) tende a chiudere la rottura, con un elettrone per rinsaldare il legame. Purtroppo

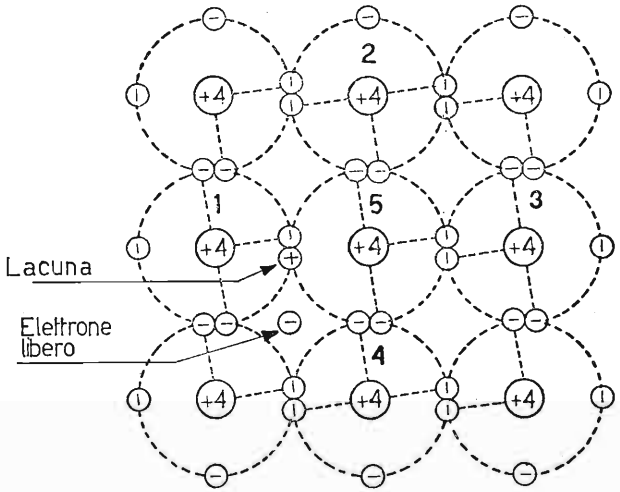


Fig. 153. – Lacuna ed elettrone libero generati dall'aumento della temperatura nel cristallo puro.

è impossibile che un elettrone libero passi nelle vicinanze dell'atomo non più elettricamente neutro. Tale atomo centrale si procura, allora, un elettrone da un altro atomo, ad esempio, dell'atomo 1. Mediante l'elettrone intercettato, si rinsalda il legame precedente, però si rompe il legame con l'atomo, a cui è stato asportato l'elettrone, come è visibile in fig. 154.

A questo punto si ripete la situazione per l'atomo 1. È intuibile che tale fenomeno si estende a tutti gli atomi della struttura cristallina. Il movimento di cariche, che si viene così ad originare, assume il nome di *conducibilità interna* o *intrinseca* del materiale, denominato anche *moto termico*, in quanto dovuto principalmente all'energia termica conferita al cristallo. Alla temperatura dello zero assoluto, non esistendo *conducibilità intrinseca* nel materiale, si può dire che esso è un isolante praticamente perfetto; invece il riscaldamento del materiale provoca una scissione del *legame covalente*, di solito riferito a pochi elettroni. Riscaldando ulteriormente il corpo si *spezzano* un maggior numero di *legami covalenti* e, di

conseguenza, aumentano i movimenti di cariche e la corrente interna sale velocemente, causando una diminuzione della resistività del materiale. Tale fenomeno è l'inverso di quello che avviene nei conduttori metallici, dove tutti gli elettroni esterni, a temperatura ambiente si trovano già distaccati dai loro rispettivi nuclei. Allorché si ha la rottura di tutti i legami, si avrà la liquefazione del corpo. Oltre al riscaldamento si possono spezzare legami covalenti nell'interno del materiale, anche mediante *radiazioni lumi-*

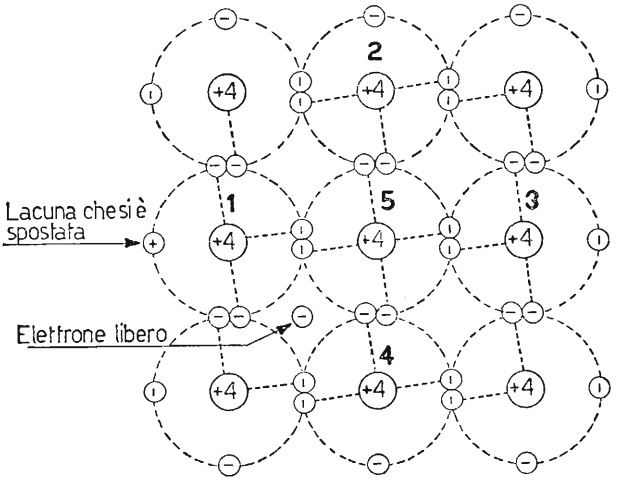


Fig. 154. – Movimento di lacune internamente al cristallo.

nose, le quali hanno praticamente lo stesso effetto del riscaldamento. In questo modo i semi-conduttori sono sensibili alle variazioni di temperatura e di luminosità. Nel silicio l'influenza della temperatura è meno sentita che nel germanio. Infatti, nel silicio l'aumento della temperatura spezza un numero minore di legami covalenti, rispetto al germanio. Esso possiede, di conseguenza, una resistenza intrinseca *maggiore* di quella del germanio.

Concludendo: in un semiconduttore puro, denominato anche semiconduttore *intrinseco*, il numero delle lacune o delle cavità è pari al numero degli elettroni liberi, ossia il numero delle coppie generate è sempre uguale al numero delle coppie ricombinate. Tale generazione, come abbiamo visto è dovuta all'agitazione termica presente nel materiale, la quale favorisce la rottura dei legami covalenti. In un semiconduttore intrinseco il numero degli elettroni e delle cavità è piuttosto scarso, per cui per aumentarlo si impiegano sistemi artificiali, i quali provocano nell'elemento puro un *inquinamento* con limitatissime quantità di altri materiali a valenza diversa,

23. Germanio o silicio di tipo N — sostanze donatrici.

Se si aggiunge al germanio o al silicio puro una limitatissima quantità di impurità (nel rapporto circa di una parte di impurità su 10^8 parti di materiale puro) di un elemento, avente 5 elettroni di valenza *arsenico* (pentavalente) si modifica la conducibilità intrinseca del materiale così drogato (fig. 155). Infatti solamente quattro dei cinque elettroni dell'ele-

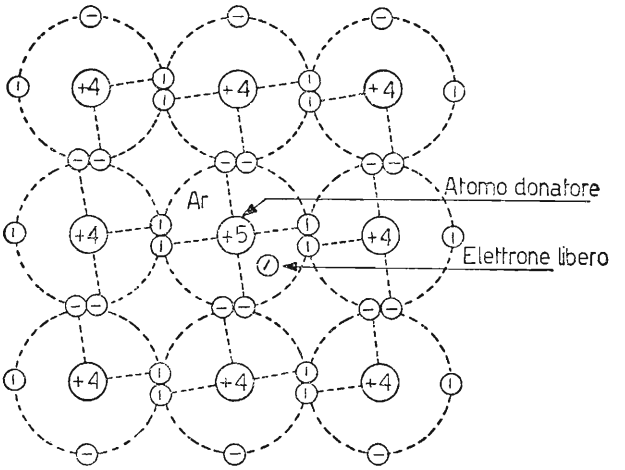


Fig. 155. – L'aggiunta di atomi di tipo pentavalente (arsenico Ar) produce elettroni liberi internamente al cristallo puro, rendendolo di tipo N: eccesso di elettroni.

mento pentavalente inquinante, si legano con 4 elettroni dei 4 atomi di germanio o silicio circostanti. Il quinto elettrone, essendo debolmente legato al nucleo, è facilmente spostabile nell'interno della struttura cristallina e, quindi, può essere utilizzato come *portatore di carica*, mediante, ad esempio, un campo elettrico esterno. L'arsenico, perdendo un elettrone diventa uno *ione positivo*. Il numero degli elettroni liberati dagli atomi inquinanti è di gran lunga superiore a quelli liberati per rottura del legame covalente. L'impurità pentavalente aggiunta all'elemento tetravalente puro, viene denominata donatrice di un elettrone libero ed il semiconduttore così ottenuto è di tipo N, ossia esso ha un *eccesso di cariche negative libere nell'interno del cristallo*. Gli elementi pentavalenti solitamente impiegati sono: fosforo, arsenico, antimonio e bismuto.

24. Germanio o silicio di tipo P — sostanze accettatrici.

Se sostituiamo, invece, qualche atomo di germanio o di silicio con qualche atomo inquinante trivalente, ad es. alluminio nelle stesse limitatissime

proporzioni del caso precedente, un atomo inquinante è in grado di saturare solamente tre legami covalenti. Di conseguenza, un quarto legame covalente rimane privo di un elettrone. Viene così a formarsi una *lacuna*. Tale lacuna o cavità tende a spostarsi nell'interno del cristallo, man mano che, intercettando un elettrone da un altro atomo di germanio o silicio spezza un altro legame covalente. Quando l'atomo estraneo capta un elettrone dal materiale

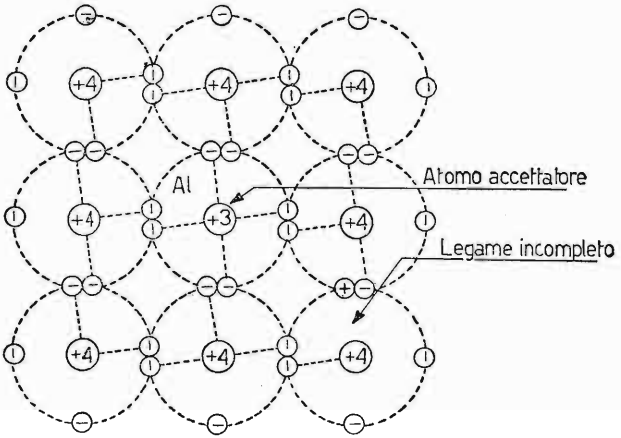


Fig. 156. – L'aggiunta di atomi di tipo trivalente (alluminio Al) produce lacune libere internamente al cristallo puro, rendendolo di tipo P: eccesso di cariche positive.

ospitante, esso ne possiede uno in più, divenendo uno *ione negativo*. Si origina così una carica positiva mobile (fig. 156). L'elemento trivalente aggiunto al Ge o al Si viene denominato *donatore di cavità* od *accettatore di un elettrone*. Il semiconduttore così ottenuto è di tipo P e, la sua conducibilità dipende da cariche positive libere nell'interno del cristallo. Gli elementi trivalenti solitamente impiegati sono: alluminio, boro, gallio e indio. I cristalli, a cui è stata aggiunta un'impurità di tipo N o di tipo P (donatori o accettatori) presentano una conducibilità estrinseca.

25. Conduzione nei semiconduttori di tipo N e di tipo P.

Prima di impiegare il germanio o il silicio di tipo N o P per la formazione dei diodi a semiconduttori e dei transistori, è bene rendersi conto del meccanismo con cui avviene il passaggio di corrente nel loro interno, allorché ad una piastrina di tale materiale inquinato, saldiamo alle estremità due elettrodi ed applichiamo loro una batteria. Analizziamo tale comportamento partendo dal germanio o silicio di tipo N, realizzando il montaggio di fig. 157a. Il materiale N considerato ha internamente

elettroni liberi. Essi sono stati donati dall'elemento pentavalente inquinante. Applicando ora agli elettrodi che lo contengono una fem V, si genera internamente al cristallo un moto ordinato di cariche negative (elettroni), le quali sono attratte dal polo positivo e respinte da quello negativo. Gli elettroni attirati dall'elettrodo positivo si portano nel circuito esterno, causando una zona vuota di elettroni nelle vicinanze dell'elettrodo negativo. Questa situazione esercita un'azione di richiamo di elettroni presenti sull'elettrodo negativo, favorendo l'immissione di elettroni esterni nell'in-

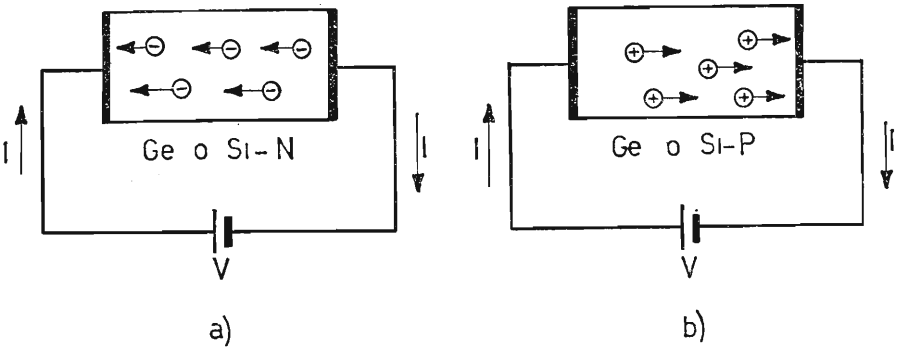


Fig. 157. – Andamento della corrente internamente al cristallo ed esternamente nel circuito elettrico, in *a*) per cristallo di tipo N ed in *b*) per cristallo di tipo P.

terno del cristallo e, quindi, causando un regolare flusso di corrente di elettroni. La quantità di elettroni fuoriuscita è continuamente controbilanciata dalla quantità di elettroni che penetrano dall'esterno. Il senso convenzionale della corrente esterna è indicato nella figura stessa. Consideriamo ora il caso della fig. 157b, in cui a parità di circuito esterno, viene impiegato germanio o silicio di tipo P. Tale materiale è povero di cariche negative, perché l'elemento che lo ha drogato, di tipo trivalente, si è impossessato di elettroni dell'elemento che lo ospita. In questo modo si generano cariche positive mobili (lacune) nell'interno del cristallo.

Applicando ora agli elettrodi che contengono il cristallo una fem V, le cariche positive libere migrano verso l'elettrodo negativo, da questo attirate e respinte dall'elettrodo positivo. Dall'elettrodo negativo le lacune attirano dall'esterno elettroni e con loro si ricombinano neutralizzando la loro carica. Nello stesso tempo, l'elettrodo positivo strappa elettroni nella zona circostante, causando lacune che si spostano verso l'elettrodo negativo. Gli elettroni attirati escono naturalmente dal cristallo, per rientrare dalla parte opposta, ossia dall'elettrodo negativo. Di conseguenza, mentre esternamente al cristallo di tipo P, vi è una corrente di elettroni come per il

tipo N, entro il cristallo, invece è uno spostamento ordinato di cariche positive, che migrano dal polo positivo a quello negativo. Da queste considerazioni e da quelle relative alla conducibilità intrinseca del semiconduttore, concludiamo dicendo che internamente al cristallo di germanio o di silicio, indipendentemente dalle impurità di tipo N o P aggiunte, vi è sempre una corrente intrinseca, dovuta alla rottura di legami covalenti, per effetto termico, essa produce una certa quantità di coppie elettroni-lacune.

Questa conducibilità intrinseca si aggiunge a quella dovuta all'elemento inquinante. Per cui nel germaio o silicio di tipo N oltre agli elettroni liberi dovuti all'elemento pentavalente aggiunto, denominati *portatori di maggioranza*, vi sono anche cariche libere, positive (lacune) dovute alla corrente intrinseca denominate *portatori di minoranza*.

Queste cariche si dirigono internamente al cristallo in senso inverso degli elettroni (costituenti la corrente principale), influendo in modo limitato sulla conduzione. Naturalmente all'esterno del cristallo queste ultime causano una corrente nello stesso senso di quella principale (fig. 157b), dovuta agli elettroni liberi. Nel germanio o silicio di tipo P, i *portatori di maggioranza* sono le cariche positive (lacune), mentre gli elettroni dovuti alla corrente intrinseca costituiscono i *portatori di minoranza*. Come nel caso precedente, i portatori di minoranza si spostano, internamente al cristallo, in senso inverso a quelli di maggioranza. La corrente, dovuta ai portatori di minoranza, pur avendo un effetto trascurabile sulla corrente principale a temperatura ambiente, assume una certa importanza (naturalmente in senso nocivo) all'aumentare della temperatura del materiale, perché, per effetto termico, si spezzano nel materiale stesso un maggior numero di legami covalenti.

26. Giunzione N-P non polarizzata.

Analizziamo il comportamento di un cristallo di germanio o silicio drogato in modo differente in due zone (fig. 158). Nella parte N vi è un certo numero di elettroni liberi, mentre nella parte P vi è un certo numero di cariche positive libere (lacune). Di conseguenza, le cariche negative tendono ad andare nella zona P e viceversa. Si ha, allora, vicino alla giunzione un certo accumularsi di cariche, rispettivamente positive nel semiconduttore N, ed altrettante negative nel semiconduttore P. Nasce così nella giunzione una *barriera di potenziale* che si oppone al movimento delle cariche attraverso ad essa. La giunzione diventa, allora, un netto elemento di separazione di cariche e può essere considerata come costituita da materiale isolante ad alta costante dielettrica, divenendo qualcosa di

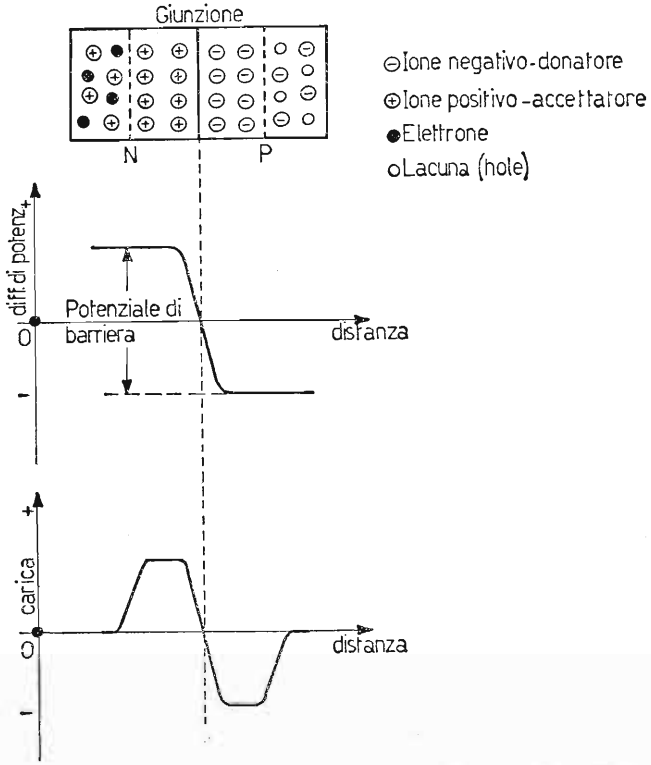


Fig. 158. - Giunzione NP non polarizzata: grafici del potenziale di barriera e della carica elettrica in funzione della distanza dalla giunzione.

analogo ad un condensatore carico. Tale spessore è però limitato a circa 10^{-4} mm. Naturalmente, nella giunzione le forze che si oppongono al passaggio delle cariche maggioritarie, favoriscono il trasferimento a quelle minoritarie, costituite, come già osservato, da lacune libere nel semiconduttore N e da elettroni liberi nel semiconduttore P. Tenendo presente che la quantità dei portatori minoritari a temperatura ambiente è molto limitata questi trasferimenti non assumono alcuna importanza circa il comportamento della giunzione, mentre diventano rilevabili all'aumentare della temperatura.

27. Giunzione N-P polarizzata.

a) In senso diretto.

Applichiamo alla giunzione NP di fig. 158 una batteria, con polarità disposte in modo che il polo positivo sia collegato nella zona P e quello

negativo in quella N, come è rappresentato in fig. 159a. Se la tensione della batteria è di sufficiente ampiezza e capace di attenuare notevolmente la barriera di potenziale di giunzione, (fig. 159a, b), il fluire delle cariche

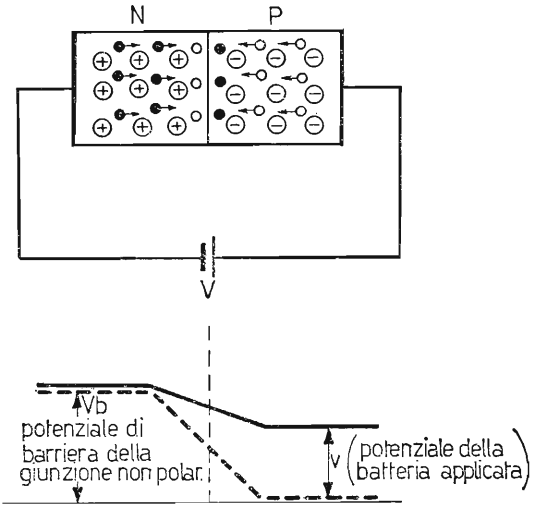


Fig. 159. – Giunzione NP polarizzata in senso diretto.

positive dalla zona P a quella N e degli elettroni dalla zona N a quella P non trova apprezzabile ostacolo, per cui si verifica una conduzione diretta, la quale sale rapidamente, all'aumentare della tensione applicata, prima esponezialmente e poi linearmente, fornendo un andamento della corrente nei due materiali a contatto del tutto simile a quello del *diodo a vuoto*, nelle normali condizioni di funzionamento, come rappresentato in fig. 160.

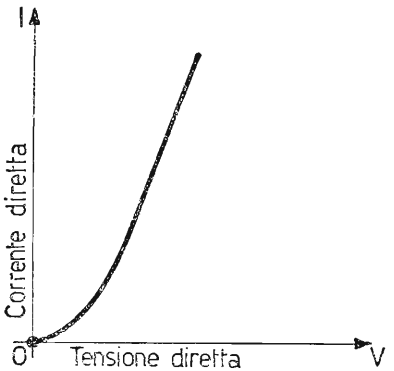


Fig. 160. – Andamento della corrente in funzione della tensione applicata, per giunzione NP polarizzata in senso diretto.

b) In senso inverso.

Se invertiamo le polarità della batteria V nella giunzione prima considerata, secondo lo schema di fig. 161a, il potenziale preesistente V_b nella giunzione non polarizzata, viene accresciuto della quantità V, secondo il diagramma di fig. 161b. Come risultato immediato si ha che nessuna corrente oltrapassa la barriera. Infatti, il polo negativo della

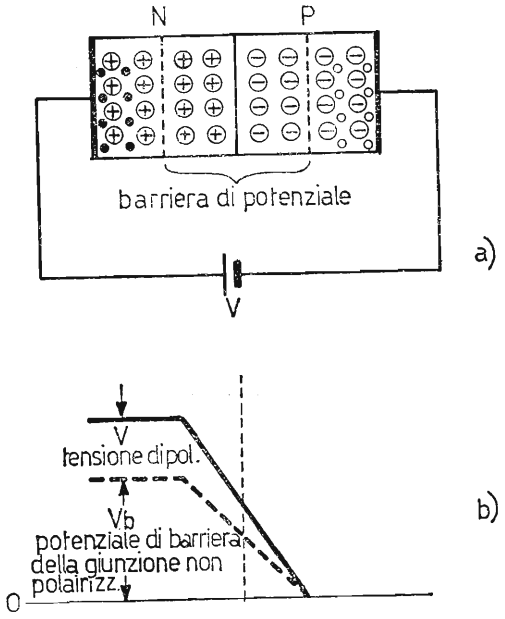


Fig. 161. – Giunzione polarizzata in senso inverso.

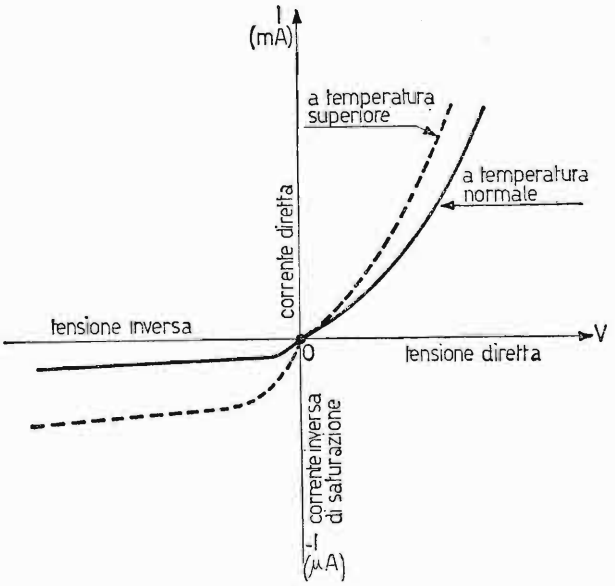


Fig. 162. – Caratteristica (corrente = f (tensione)) risultante per giunzione NP polarizzata in senso diretto ed in senso inverso per due temperature di giunzione diverse.

batteria applicato alla zona P trattiene le cariche libere positive, mentre il polo positivo della batteria applicato alla zona N trattiene le cariche negative, per cui teoricamente nessuna corrente attraversa la giunzione. Purtroppo, sappiamo che i portatori minoritari presenti nei due materiali N e P causano una lieve corrente inversa a quella principale, favorita anche dalla aumentata

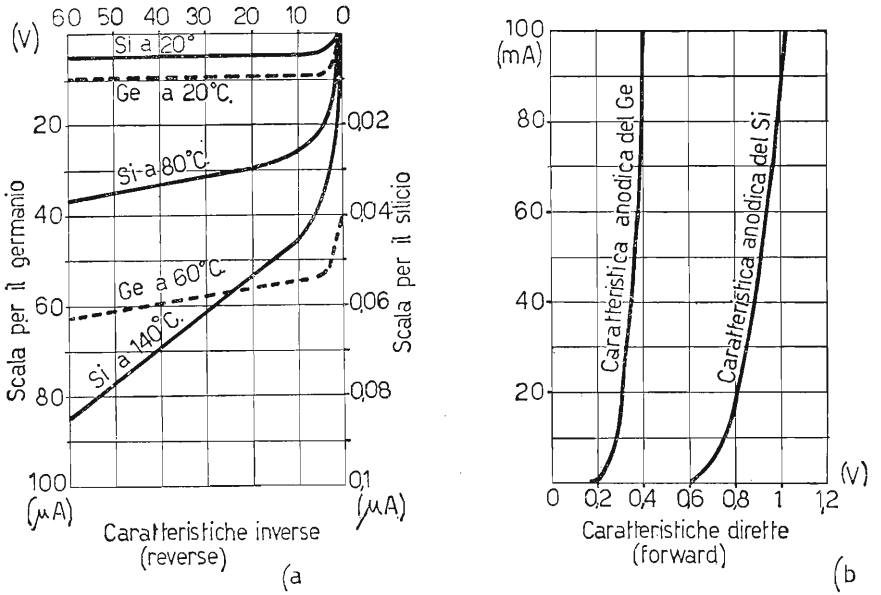


Fig. 163. – Rappresentazione di caratteristiche della corrente diretta ed inversa per giunzione NP di Ge o Si a diverse temperature di giunzione.

ddp. Questa corrente, dovuta ai portatori minoritari viene denominata *corrente inversa di saturazione*. Essa è dell'ordine del μA e cresce notevolmente all'aumentare della temperatura. Il vero comportamento della giunzione N-P polarizzata in senso diretto e in senso inverso, è rappresentato sommariamente in fig. 162. Come si può osservare, tale comportamento è del tutto simile a quello di un diodo a vuoto e, di conseguenza, viene sfruttato per la costruzione dei diodi a semiconduttori. Infatti, tali diodi sono ottenuti dalla giunzione di germanio o silicio di tipo N con tipo P. In fig. 163 è visibile più dettagliatamente il comportamento della giunzione NP, relativamente alla tensione diretta ed inversa per il germanio ed il silicio, per qualche temperatura. Si può notare dalla figura che i materiali si comportano in modo abbastanza diverso. Infatti, per tensione diretta, il germanio causa una caduta interna *minore*, rispetto al silicio. Quest'ultimo, nella caratteristica inversa ha però una corrente, a parità

di temperatura col germanio, *inferiore e meno influenzabile dalla temperatura* e può sopportare *tensioni inverse più elevate.* Dal canto suo, il germanio può essere più facilmente impiegato nei raddrizzatori a bassa tensione, data la sua bassa caduta interna. La massima temperatura sopportabile nella giunzione dei diodi al silicio è dell'ordine di 200° C, mentre si dimezza per quelli impieganti il germanio.

28. **Diodi a cristallo.**

I diodi a cristallo semiconduttore possono essere costruiti con germanio o con silicio, secondo due tecniche particolari:

a) diodi a giunzione;

b) diodi a contatto puntiforme.

Il primo sistema di costruzione diverso a seconda del materiale impiegato (Si o Ge) avviene nelle seguenti fasi: si prendono due piastrine di

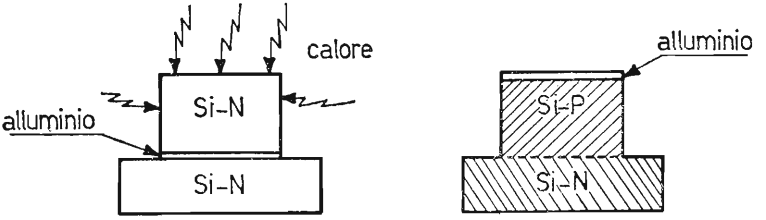


Fig. 164. – Sistema di fabbricazione di un diodo a giunzione con l'impiego di silicio ed alluminio.

silicio, ambedue di tipo N e si interpone fra di loro un sottilissimo strato di alluminio (fig. 164).

Tenendo raffreddata la piastrina inferiore, si riscalda fortemente quella superiore, fino a fondere l'alluminio. Esso penetra nel silicio superiore e siccome l'alluminio è trivalente, rende tale piastrina di tipo P. In questo modo si è ottenuta una giunzione di tipo NP. Per ottenere la giunzione con il germanio, il sistema è diverso. Si prende una piastrina di Ge di tipo N e vi si deposita sopra una pasticca di indio e, in un ambiente privo di ossigeno si porta il tutto alla temperatura di fusione dell'indio. L'indio liquefatto si diffonde nell'interno della piastrina di germanio di tipo N. Siccome l'indio è trivalente, crea nel germanio, dove è penetrato una zona P (fig. 165).

I diodi a giunzione ottenuti con il silicio sono impiegati come raddrizzatori per *forti correnti,* mentre quelli al germanio presentano una bassa

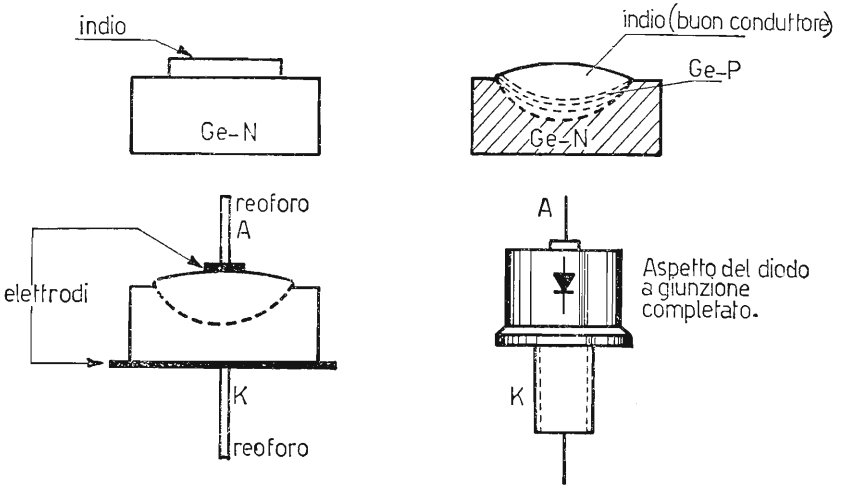


Fig. 165. – Sistema di fabbricazione di un diodo a giunzione con l'impiego di germanio ed indio.

caduta interna e vengano di preferenza impiegati come raddrizzatori di *basse tensioni*.

I diodi a *contatto puntiforme* vengono costruiti nel seguente modo: si prende una piastrina di germanio di tipo N e nella parte centrale si fissa la punta cuneiforme di un filo di tungsteno o di bronzo fosforoso o di rame al berillio. Tale conduttore viene sagomato ad S, in modo da renderlo elastico ad eventuali urti ed assume la denominazione di *baffo di gatto* (fig. 166).

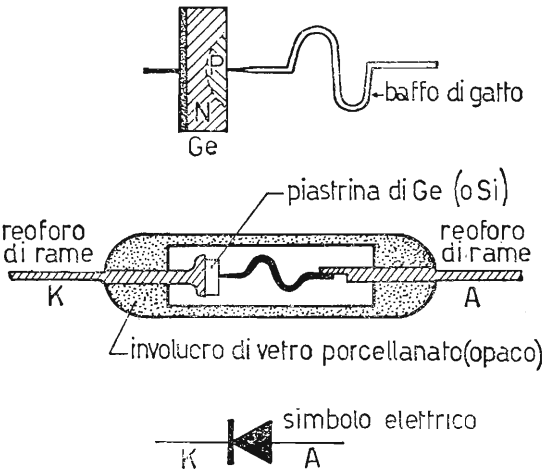


Fig. 166. – Diodo a contatto puntiforme a « baffo di gatto » e relativa struttura tecnologica.

Indi si inviano fra il germanio ed il filo conduttore delle correnti continue impulsive. Tali impulsi di corrente provocano la saldatura del conduttore con il germanio N ed anche la formazione nei dintorni del baffo di gatto di una zona di tipo P. Ottenuto il diodo a cristallo, esso viene racchiuso in un involucro di vetro o di ceramica e viene spruzzata all'esterno vernice opaca. Questa vernice serve ad evitare l'accesso all'interno della luce e quindi rende il diodo, durante il suo funzionamento, insensibile alle variazioni di luce. I diodi così ottenuti trovano largo impiego in AF, data la loro bassa capacità interelettrodica.

29. **Diodi Zener.**

Polarizzando in senso inverso una giunzione, in essa circola solamente una lieve corrente inversa di saturazione, dovuta ai portatori minoritari. Tale corrente, per valori modesti di tensione, resta entro valori costanti ed è trascurabile. Se aumentiamo ulteriormente la tensione inversa, si spezza una maggior numero di legami covalenti, al punto da causare internamente al cristallo un'enorme quantità di cariche libere. Improvvisamente la caratteristica inversa della giunzione si modifica, come in figura 167. Essa, infatti, quasi improvvisamente diventa verticale e parallela all'asse della corrente inversa, presentando in questa zona resistenza interna differenziale *molto bassa*. La tensione inversa alla quale inizia questo processo, viene denominata *tensione di rottura o tensione Zener*. Questo fenomeno toglie al diodo a cristallo la caratteristica di unidirezionalità e può condurlo alla sua distruzione per poco che si superi la tensione, per la

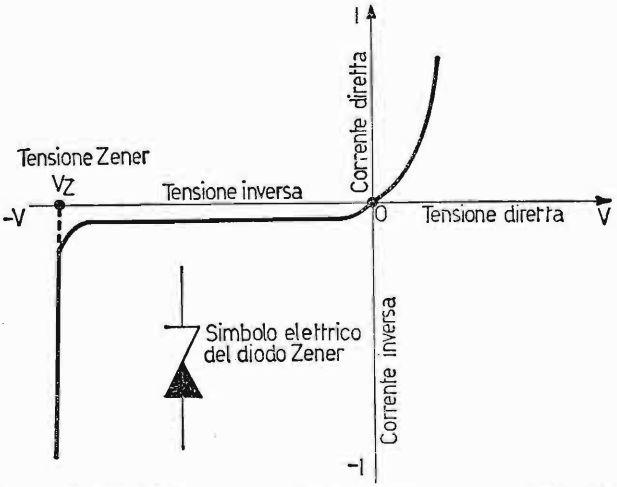


Fig. 167. - Caratteristiche della corrente diretta ed inversa per diodo Zener; tensione Zener di lavoro o di stabilizzazione.

quale si manifesta l'effetto Zener. Infatti, appena la corrente inversa tende a salire, nasce internamente al cristallo un processo di *ionizzazione a valanga*, il quale comporta un intensissimo passaggio di corrente attraverso la giunzione e la conseguente distruzione del diodo a cristallo semiconduttore per effetto termico.

Naturalmente si fabbricano diodi, denominati diodi Zener, in cui l'effetto valanga anziché costituire un inconveniente, viene sfruttato come caratteristica del diodo stesso. Infatti, i diodi Zener, nel loro funzionamento normale, vengono alimentati ad una tensione inversa pari a quella di rottura o di Zener e vengono impiegati come *stabilizzatori di tensione*, comportandosi essi parallelamente ai diodi a catodo freddo, denominati stabilovolt. I diodi Zener vengono costruiti di regola con silicio, in quanto questo semiconduttore meglio si presta per passare bruscamente, allorché si raggiunge la tensione Zener, dal comportamento a corrente inversa minima e costante, a quello a tensione Zener costante.

30. Sigle per i vari tipi di semiconduttori.

I diodi a semiconduttore (e i transistori) vengono denominati da sigle così come i tubi elettronici. Tali sigle sono di facile interpretazione e racchiudono le caratteristiche fondamentali dell'elemento considerato. I diodi a semiconduttori (e i transistori) vengono suddivisi nel sistema europeo in due grandi categorie, ossia:

1) per radioricevitori, per ricevitori TV e per amplificatori;
2) per usi professionali.

I semiconduttori impiegati nella prima categoria sono individuati da una sigla composta da due lettere e da tre cifre (BY114, AA119, ecc.) mentre quelli appartenenti alla seconda categoria, sono individuati da una sigla formata da tre lettere e due cifre (AAZ12, BCZ12, ecc.). Anzitutto la prima lettera indica il materiale, di cui è fabbricato il semiconduttore, con questo intendimento: A = germanio, B = silicio, mentre la seconda lettera indica la natura e l'impiego del semiconduttore, secondo quanto segue:

A = diodi, inclusi i varicap;
C = transistori per BF;
D = transistori di potenza per BF;
E = diodi tunnel;
F = transistori per AF;
L = transistori di potenza per AF;
P = fotosemiconduttori;

S = transistori per circuiti di commutazione;
T = thyristor, diodi di Shockley, raddrizzatori controllati;
U = transistori di potenza per circuiti di commutazione;
Y = diodi di potenza;
Z = diodi Zener.

Per i semiconduttori impiegati nella prima categoria, le cifre vanno da 100 fino a 999, mentre per quelli della seconda categoria, ossia di tipo professionale il numero di serie è formato da una terza lettera che precede due cifre, le quali si estendono da 10 a 99. Per quanto riguarda il sistema americano, nella fabbricazione dei semiconduttori, non si è ancora raggiunta una denominazione vantaggiosa come quella adottata recentemente da buona parte delle fabbriche europee, più sopra considerata, per cui rimangono tuttora tali sigle:

1 N e qualche cifra, per i diodi a giunzione al germanio o al silicio;
2 N e qualche cifra, per i transistori di BF e AF al Ge o al Si;
3 N e qualche cifra, per i semiconduttori complessi;
T Z e qualche cifra, per i diodi Zener.

Capitolo VI

I TRANSISTORI

Generalità.

I transistori sono ottenuti dall'unione di tre blocchetti di semiconduttori di tipo N e tipo P, ciascuno equipaggiato di un reoforo metallico per i relativi collegamenti. I semiconduttori sono disposti in modo che la piastrina centrale sia di tipo opposto ai due blocchetti esterni. Il transistore a giunzione così ottenuto può risultare di tipo PNP od NPN. In fig. 168 sono rappresentati i transistori a giunzione di tipo PNP ed NPN ed il loro relativo simbolo elettrico. Da notare che nel simbolo elettrico le frecce indicano la direzione della corrente positiva. In entrambi i casi la parte interna viene denominata *base*, mentre le parti esterne vengono denominate rispettivamente *emettitore* e *collettore*. Naturalmente la *base* è costituita da un semiconduttore *debolmente drogato*, mentre *emettitore* e *collettore*, costituiti da germanio o silicio dello stesso tipo e di tipo opposto a quello

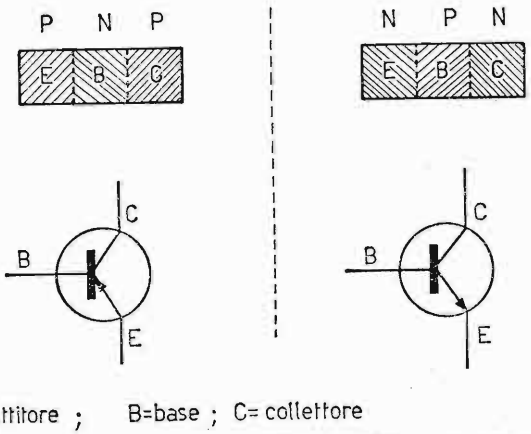


Fig. 168. – Doppia giunzione: transistore, tipi PNP ed NPN e relativi simboli elettrici.

costituente la *base* sono *maggiormente drogati*. La base è tenuta di spessore molto sottile, in funzione dei tempi di transito dei portatori di carica, i quali, muovendosi in un elemento solido hanno una velocità limitata e, quindi, impiegano un certo tempo per passare, come vedremo in seguito, dall'*emettitore* al *collettore*, attraverso lo spessore di *base*. Ne risulta che la risposta del transistore alle alte frequenze è *tanto migliore quanto più sottile* è *lo spessore* del semiconduttore, costituente la *base*. Ciascuna zona considerata ha una particolare funzione, ossia: l'*emettitore* ha il compito di fornire le cariche elettriche, la *base*, ha un'azione di accelerazione e di controllo sulle cariche elettriche ed il *collettore* ha il compito di raccogliere le cariche elettriche emesse dall'emettitore. Per questa ragione il transistore presenta una discreta analogia con un triodo o con un pentodo. Confrontiamo, allora, un triodo con un transistore: il catodo e l'emettitore hanno la stessa funzione, la base, invece, ha due funzioni: acceleratore e regolatore di corrente, mentre la griglia controllo, come sappiamo, ne ha una sola; il collettore compie una sola funzione: raccoglitore di cariche, mentre l'anodo ne compie due: estrae e raccoglie gli elettroni. Per questa ragione, il transistore presenta spiccata analogia con un triodo (o un pentodo), avente la griglia controllo positiva.

31. Tensioni di polarizzazione al transistore NPN e PNP e correnti relative.

Consideriamo ora il funzionamento del transistore, mediante le polarizzazioni ai tre elettrodi EBC. Prendiamo anzitutto un transistore di tipo NPN e colleghiamo fra base ed emettitore una tensione V_{BE} o più semplicemente V_B con le polarità adatte a polarizzare in senso diretto tale giunzione (fig. 169a).

In questo modo parte degli elettroni della zona N vanno verso la zona P, sospinti anche dal potenziale negativo sull'emettitore. Contemporaneamente le cariche positive mobili, presenti in quantità limitatissima nella base si trasferiscono verso la zona N. La corrente che circola I_E è dovuta quasi esclusivamente dagli elettroni della zona N, per le considerazioni di basso inquinamento di cariche positive nel materiale costituente la base. La zona N assume perciò la denominazione di emettitore, in quanto fornisce gli elettroni alla base. La caratteristica $I_E = f(V_B)$ è rappresentata in fig. 169b.

La quantità di elettroni presenti sulla base, oppure la corrente I_E è funzione diretta del potenziale V_B. Fornendo ora un potenziale, da 5 a 10 volte il valore di V_B, fra emettitore e collettore, secondo lo schema di fig. 170a, la quantità di elettroni presenti nella zona P (base), si dirige quasi totalmente verso la zona N (collettore) collegata al polo positivo della

Fig. 169. – *a*) Alimentazione della giunzione base-emettitore in senso diretto; *b*) andamento della corrente di emettitore in funzione della tensione emettitore-base ($V_{BE} = V_B$).

tensione V_{CE} o più semplicemente V_C notevolmente superiore a V_B. La corrente I_C, che ne risulta rappresenta una notevole parte della corrente di emettitore. Nella fig. 170b sono rappresentate la direzione di circolazione della corrente e degli elettroni. Nel circuito, in ogni istante vale la relazione:

$$I_E = I_C + I_B$$

con $I_C = \alpha\, I_E$, essendo α una grandezza propria del transistore rappresentante un numero < 1 ma non troppo diverso da 1, che tiene conto della geometria del transistore e in piccola parte alle tensioni applicate e che rappresenta praticamente la percentuale della corrente di emettitore nella corrente di collettore ($\alpha = 0{,}95 \div 0{,}99$). La corrente di base vale, allora:

$$I_B = I_E - I_C = I_E - \alpha\, I_E = I_E\,(1 - \alpha)$$

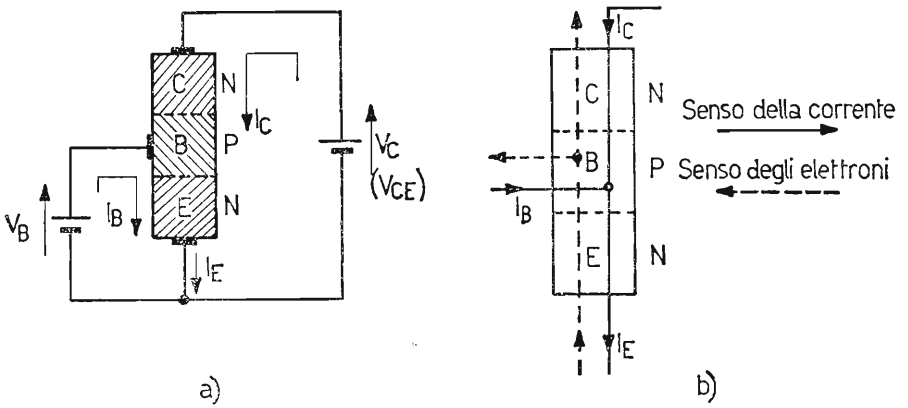


Fig. 170. – *a*) Alimentazione completa al transistore NPN ed andamento delle correnti I_B, I_C ed I_E. *b*) Senso della corrente e senso degli elettroni internamente al transistore.

si ha, allora:

$$I_C = \alpha I_E$$

ed

$$I_B = I_E (1 - \alpha)$$

Per quanto riguarda il transistore PNP, valgono le considerazioni esposte per il caso NPN, solamente si invertono le polarità alle batterie, secondo lo schema di fig. 171 e quindi si inverte il senso di circolazione delle tre correnti.

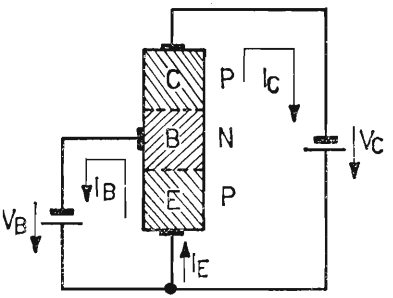


Fig. 171. – Alimentazione completa per transistore di tipo PNP ed andamento delle I_B, I_C ed I_E.

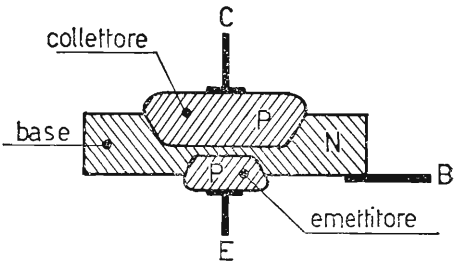


Fig. 172. – Transistore PNP ottenuto per lega.

31. Cenni sulla costruzione di un transistore.

a) Transistore ottenuto per lega (adatto per la BF). – Si parte da una sottile barretta di germanio di tipo N, debolmente drogata, la quale costituisce la base del transistore. Vi si adagiano due dischetti di indio, aventi dimensioni diverse: il più grande costituirà il collettore ed il più piccolo l'emettitore. Portando il sistema alla temperatura di fusione dell'indio, si verifica la diffusione dell'indio nel germanio di tipo N e la formazione di due giunzioni. Controllando l'andamento della temperatura di fusione nel tempo, fornita all'indio, si fa in modo che solamente un sottile strato di base non venga raggiunto dagli atomi di tale materiale. Il transistore così ottenuto e visibile in fig. 172 è di tipo PNP. Naturalmente lo spessore della base è molto importante e deve essere il più sottile possibile per poter estendere il campo di frequenze di lavoro del transistore. Successivamente ciascuna zona viene collegata ad un reoforo. Infine il transistore viene inserito nel contenitore a chiusura ermetica.

b) Transistore di tipo mesa a giunzione per doppia diffusione (impiegato in AF). – Per poter impiegare il transistore a più alte frequenze,

bisogna imporre fra l'altro *minori spessori di base*, per cui si impiegano tecniche diverse dalla precedente. Infatti, nel transistore ottenuto per lega, volendo tentare di ottenere quanto sopra si rischia di causare molti scarti di fabbricazione per l'impossibilità di controllare il lieve spessore della base. La tecnica impiegata per costruire il transistore a doppia diffusione di tipo mesa (dallo spagnolo : piano) si articola nel seguente modo. Si parte da un cristallo di silicio di tipo N, che rappresenta il *collettore* (per questa ragione il transistore ottenuto sarà di tipo NPN). Indi si diffonde sopra uno strato di tipo P, che rappresenta la *base*. Si diffonde successiva-

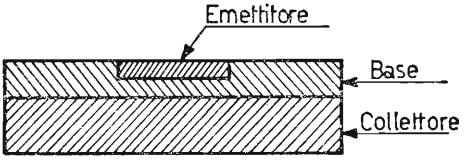


Fig. 173. – Transistore NPN a doppia diffusione di tipo mesa.

mente in una zona ristretta il silicio di tipo N, ossia dello stesso tipo del collettore (fig. 173). Questa piccola zona costituisce l'*emettitore*.

Lo spessore di base diventa piano e parallelo, inoltre può raggiungere spessori molto sottili, conferendo ad α precedentemente considerato, un valore superiore del tipo a lega. Il transistore di tipo mesa viene attualmente costruito a struttura *epitassiale*, la quale conferisce al transistore caratteristiche superiori al semplice tipo a doppia diffusione sia per la riduzione della potenza dissipata, sia per il migliore impiego del transistore nei circuiti a scatto. Differisce dal tipo mesa precedente nella struttura del collettore.

Infatti, nel sistema epitassiale si parte dal silicio di tipo N a bassa resistività, ossia a forte concentrazione di donatori di cariche, indi su tale lamina vengono condensati vapori dello stesso elemento N, ma a minore drogaggio. Lo strato cristallino ottenuto dai vapori, considerati e quindi, ad alta resistività, viene denominato strato epitassiale. La formazione successiva della base e del collettore è del tipo a doppia diffusione già considerato. Il transistore mesa di tipo epitassiale ha quindi la particolarità d'avere una riduzione della resistenza di collettore ed inoltre, sempre, per effetto dello strato epitassiale una minore capacità di giunzione data la minore concentrazione di donatori nella parte del collettore, che si unisce alla base

c) Transistore a struttura planare. – Questo sistema di costruzione mira maggiormente alla configurazione geometrica del transistore, anziché al suo comportamento elettrico. Esso ha come scopo principale di proteg-

gere la giunzione dalla eventuale contaminazione di agenti esterni e conferisce al transistore, così ottenuto, il vantaggio di minori correnti di dispersione delle giunzioni ed un guadagno di corrente, come vedremo in seguito, discretamente alto anche per bassi valori di corrente del segnale eccitatore. Le successive fasi di lavorazione sono rappresentate in fig. 174. Si parte da una lastrina di silicio, di tipo N, che costituisce il collettore. Per evitare che durante il processo di fabbricazione il silicio venga a contatto con le impurità esterne, si cosparge la sbarretta con ossido di silicio. Successivamente viene aperta una finestra nel collettore, intaccando l'ossido. Attraverso ad essa per diffusione viene ottenuta la giunzione collettore-base e di nuovo ricoperta da ossido. Infine viene aperta, nel secondo strato di ossido, allo stesso modo precedente un'altra finestra, di minore dimensione per poter formare per diffusione la giunzione emettitore-base. Ricoperta anche la piccola zona di emettitore dall'ossido di silicio, si intacca successivamente l'ossido depositato in prossimità della base e dell'emettitore e si ricopre il silicio con contatti metallici, ai quali vengono saldati i terminali.

Il transistore, così ottenuto, subisce un processo di pulitura chimica e lavatura e, quindi, viene rinchiuso ermeticamente nel suo contenitore. Il transistore planare è prevalentemente costituito con silicio ed è di tipo NPN.

Per poter migliorare ulteriormente le caratteristiche di questo tipo di transistore, ossia buon funzionamento in alta frequenza ed elevata amplificazione, si ricorre al sistema di fabbricazione *planare-epitassiale*, così come il mesa epitassiale già considerato.

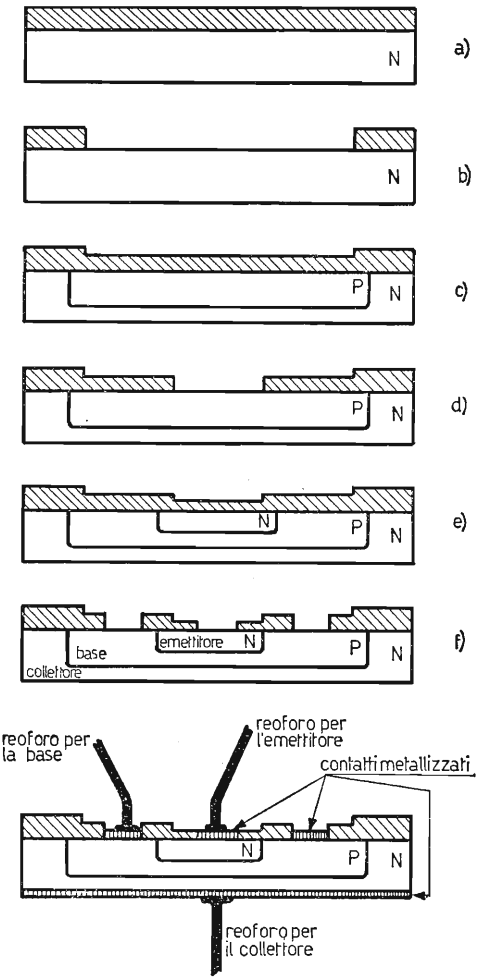


Fig. 174. – Transistore NPN a struttura planare, nelle varie fasi di lavorazione.

33. Curve caratteristiche del transistore.

Consideriamo il circuito di fig. 170a. I grafici relativi alle tre correnti I_E, I_B ed I_C, legate fra di loro dalla relazione:

$$I_E = I_C + I_B$$

sono rappresentati in fig. 175. Nel grafico si può notare che la corrente I_C è un'alta percentuale della I_E, di solito dal 95% ÷ 99%, mentre la I_B è la parte rimanente. Possiamo allora osservare che la tensione di base V_B agisce, sia sulla corrente di base I_B, sia su quella di collettore I_C. Vediamo ora cosa succede nella corrente di collettore, variando la tensione V_C e

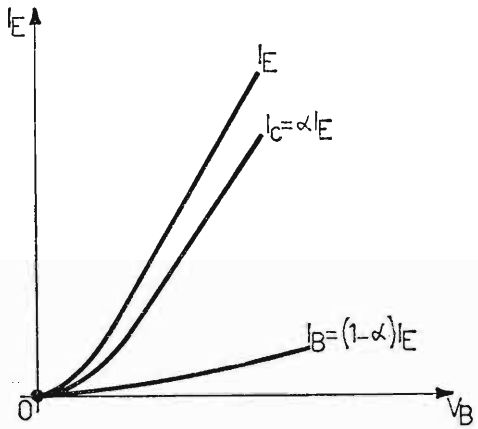


Fig. 175. – Grafico raffigurante, nelle stesse scale, l'andamento delle correnti I_E, I_C ed I_B relative al circuito di Fig. 170 a).

tenendo costante la tensione fra emettitore e base: V_B. Anzitutto la tensione di collettore serve per attirare gli elettroni presenti nel circuito di base ed ivi sospinti dalla tensione V_B. Se V_C ha potenziale zero, non ha alcuna azione di richiamo degli elettroni presenti sulla base, mentre conferendo a V_C un potenziale leggermente superiore a V_B, gli elettroni raggiungono il collettore. Aumentando ulteriormente la tensione V_C, a parità di V_B, la quantità di elettroni rimane praticamente costante, in quanto, è la base che estrae elettroni dall'emettitore, mentre il collettore ha il solo compito di raccoglierli. La caratteristica $I_C = f(V_C)$ assume, allora l'aspetto di tipo pentodico, come in fig. 176. Naturalmente, in scale più ridotte, avremo un uguale andamento della corrente I_B, in funzione della tensione V_C. Il transistore è tanto più pregiato quanto minore è la corrente di base I_B. Questa affermazione comporta al transistore di possedere un

elevato coefficiente α in quanto la corrente di base ha la seguente espressione:

$$I_B = (1 - \alpha)\, I_E.$$

Facendo il rapporto fra le correnti di collettore e di base, si ottiene l'espressione:

$$\frac{I_C}{I_B} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \quad ; \quad I_C = \frac{\alpha}{1 - \alpha} I_B = \beta\, I_B.$$

Il termine $\dfrac{\alpha}{1 - \alpha} = \beta$, il quale rappresenta una quantità variabile mediamente da $20 \div 150$ ed ha il significato di *coefficiente di amplificazione*

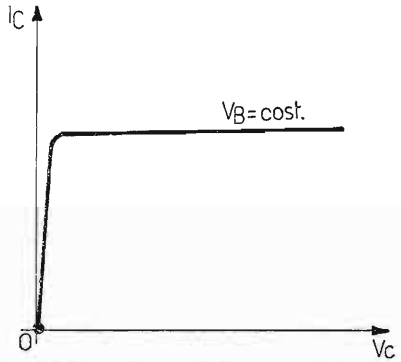


Fig. 176. – Curva di tipo pentodico, raffigurante la $I_C = f(V_C)$ per V_B = cost. in un transistore.

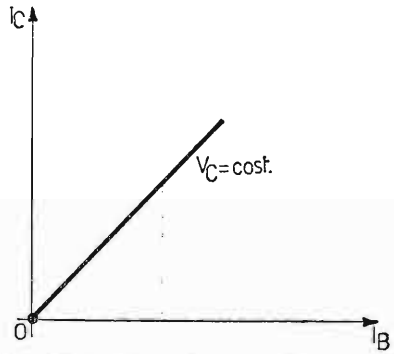


Fig. 177. – Curva lineare raffigurante la diretta proporzionalità fra I_C ed I_B per V_C = cost.

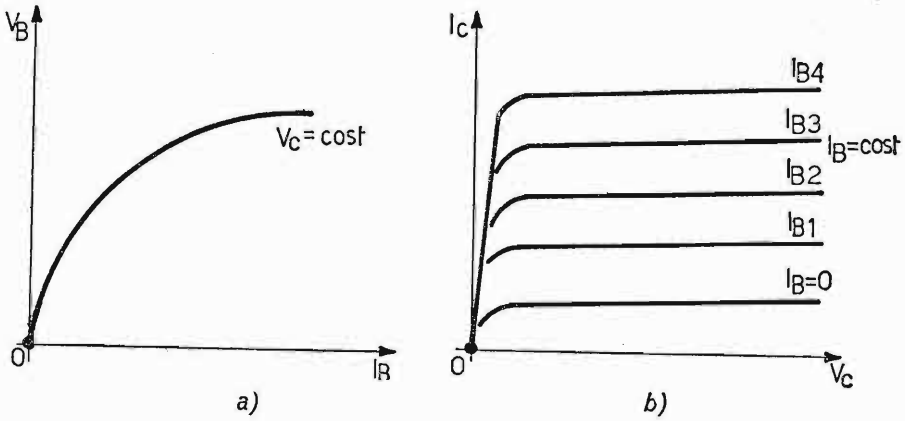


Fig. 178. – Curve caratteristiche di un transistore: *a*) di entrata; *b*) di uscita.

di corrente (per emettitore a massa), ci indica che esiste una diretta proporzionalità fra la corrente di base e la corrente di collettore, secondo l'andamento del grafico di fig. 177. Ci serviamo in seguito di questa proporzionalità, anche se è priva di significato per quanto riguarda il funzionamento del sistema. Infatti, risulta più semplice la relazione fra I_C e I_B anziché quella fra I_C e V_B. Così facendo si può considerare il transistore come un apparato elettronico, in cui una forte corrente I_C può venire controllata da una corrente assai minore I_B. La caratteristica di fig. 177 viene denominata anche caratteristica di controllo: $I_C = f(I_B)$ per $V_C =$ cost, analogamente a quelle già viste per i tubi elettronici delle figg. 141 e 142. Le caratteristiche, che esprimono allora, in forma più semplice il comportamento del transistore, relativamente al circuito d'entrata $V_B = f(I_B)$ per $V =$ cost e d'uscita $I_C = f(V_C)$ per $I_B =$ cost, sono rappresentate in fig. 178.

34. Influenza della corrente inversa di saturazione sulla corrente di collettore.

Internamente al transistore e nella giunzione base-collettore per effetto della polarizzazione inversa e in seguito alle cariche dovute alla rottura dei legami covalenti, per effetto termico, circola una corrente inversa di saturazione I_{CO} (fig. 179), la quale si aggiunge a quella di collettore I_C, mentre si sottrae quella di base, secondo le espressioni:

$$1)\ I_C = \alpha\, I_E + I_{CO} \qquad\qquad 2)\ I_B = (1 - \alpha)\, I_E - I_{CO}$$

Naturalmente resta valida l'espressione:

$$3)\ I_E = I_C + I_B$$

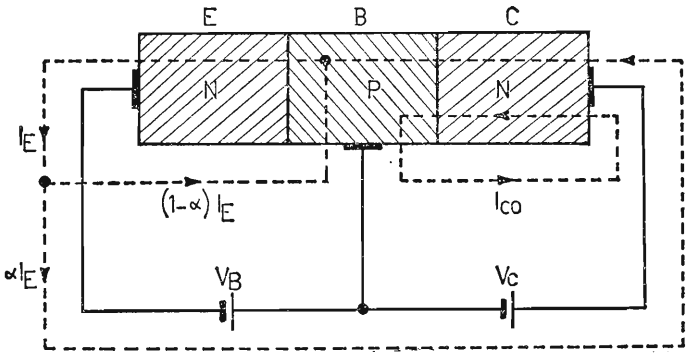


Fig. 179. – Transistore NPN. Andamento delle principali correnti internamente ed esternamente al cristallo, in funzione dei potenziali V_C e V_B. È visibile anche l'andamento della I_{CO} (corrente inversa di saturazione).

Dalla (2) ricaviamo:

$$I_E(1-\alpha) = I_B + I_{CO} \qquad \text{ossia}$$

$$I_E = \frac{I_B + I_{CO}}{1-\alpha} = \frac{I_B}{1-\alpha} + \frac{I_{CO}}{1-\alpha}$$

sostituiamo ora il valore ricavato nella (1) ed otteniamo:

$$I_C = \alpha \frac{I_B}{1-\alpha} + \beta \frac{I_{CO}}{1-\alpha} + I_{CO} \qquad \text{da cui}$$

$$I_C = \frac{\alpha}{1-\alpha} I_B + \frac{I_{CO}}{1-\alpha} = \beta I_B + \frac{I_{CO}}{1-\alpha} \qquad \left(\text{essendo } \frac{\alpha}{1-\alpha} = \frac{1}{1-\alpha} = \beta\right)$$

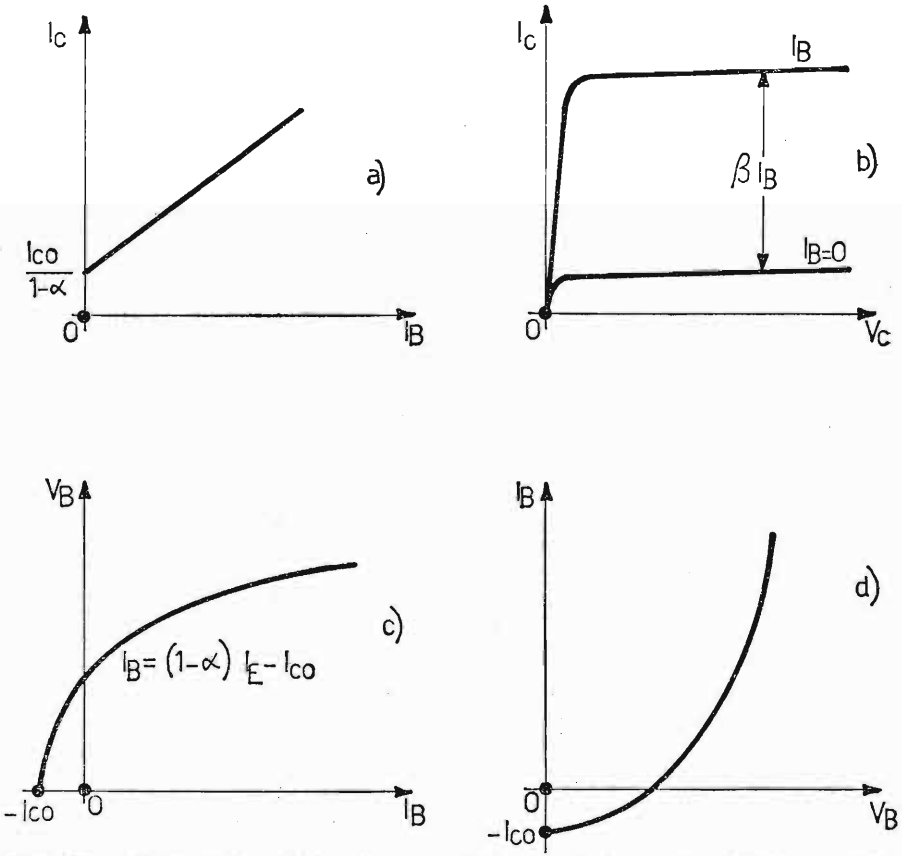


Fig. 180. – Curve caratteristiche di un transistore in relazione anche all'influenza della corrente I_{CO}: *a*) caratteristiche di trasferimento o mutua di corrente; *b*) caratteristica di collettore o di uscita; *c*) caratteristica di base o di ingresso $V_B = f(I_B)$; *d*) caratteristica di base o di ingresso $I_B = f(V_B)$, come per il caso *c*), ma di più frequente impiego.

Trovato ora il legame analitico fra I_C ed I_B in funzione anche della corrente inversa di saturazione I_{CO} (quantità che rimane praticamente costante) modifichiamo le curve precedentemente ricavate, per riportarle in modo definitivo in fig. 180.

Il comportamento di un transistore, come quello di un tubo elettronico, risulta definitivo in funzione delle sue curve caratteristiche (determinabili in laboratorio) che legano fra di loro le grandezze I_C, I_B, V_C, V_B. Tali curve sono successivamente: caratteristiche anodiche o d'uscita, caratteristiche di controllo o mutue di corrente, caratteristiche di base o d'entrata e caratteristiche di reazione o mutue di tensione. Prendiamo successivamente in esame tali caratteristiche ed i circuiti per il loro rilievo, relativamente ad un transistore di tipo NPN, con emettitore comune (come abbiamo finora considerato).

a) CARATTERISTICHE ANODICHE O D'USCITA: le caratteristiche d'uscita, le più importanti per il transistore, forniscono i valori della corrente di collettore I_C, in funzione della tensione di collettore V_C per valori costanti di corrente di base I_B. Il circuito impiegato per il loro rilievo è quello di fig. 181a, mentre esse sono riportate in b).

Queste caratteristiche sono di tipo pentodico, in quanto l'intensità

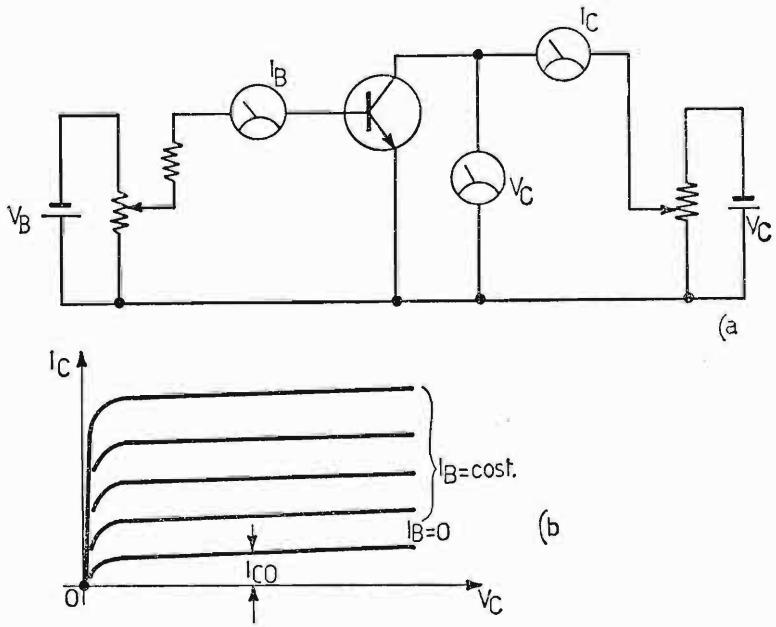


Fig. 181. – Caratteristiche anodiche o di uscita del transistore: *a*) circuito elettrico per il loro rilievo; *b*) grafico rappresentante il loro andamento ottenuto per I_B = cost.

della I_C è poco influenzata dalla variazione di V_C, ma dipende unicamente dal valore di I_B. Per corrente $I_B = 0$ scorre nel circuito di collettore e nello stesso senso della corrente principale, la corrente I_{CO}, la quale per temperatura ambiente è di piccola entità, mentre aumenta considerevolmente all'aumentare della temperatura, a causa (come già sappiamo) della maggiore rottura di legami covalenti, per agitazione termica.

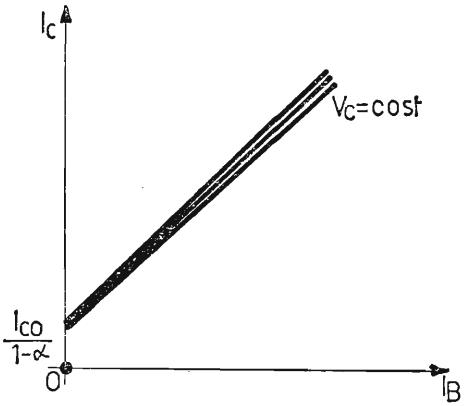


Fig. 182. - Grafico delle caratteristiche di controllo o transcaratteristiche.

b) Caratteristiche di controllo o transcaratteristiche. - Queste caratteristiche, denominate anche caratteristiche mutue di corrente (fig. 182) forniscono l'andamento della corrente di collettore I_C in funzione della corrente di base I_B per tensione di collettore V_C costante. Ci si serve del circuito di fig. 181a. Praticamente è sufficiente conoscere una sola caratteristica, in quanto la altre sono ad essa molto ravvicinate e partano praticamente tutte dallo stesso punto di ordinata, pari al valore di corrente $\frac{I_{CO}}{1 - \alpha}$ tendendo leggermente a divergere nella parte superiore (ultima parte).

c) Caratteristiche di base o di entrata. - Le caratteristiche di entrata del transistore, sono rilevabili con il circuito di fig. 183a e sono riportate in fig. 183b. Esse forniscono l'andamento della corrente di base I_B in relazione alla tensione di base V_B per tensione di collettore V_C costante. Le caratteristiche di entrata sono molto ravvicinate, come quelle di controllo considerate precedentemente al caso *b*), per cui si considera solitamente, senza apprezzabile errore, la sola caratteristica intermedia. Da notare la caratteristica tratteggiata per $V_C = 0$, che è scostata rispetto a quelle.

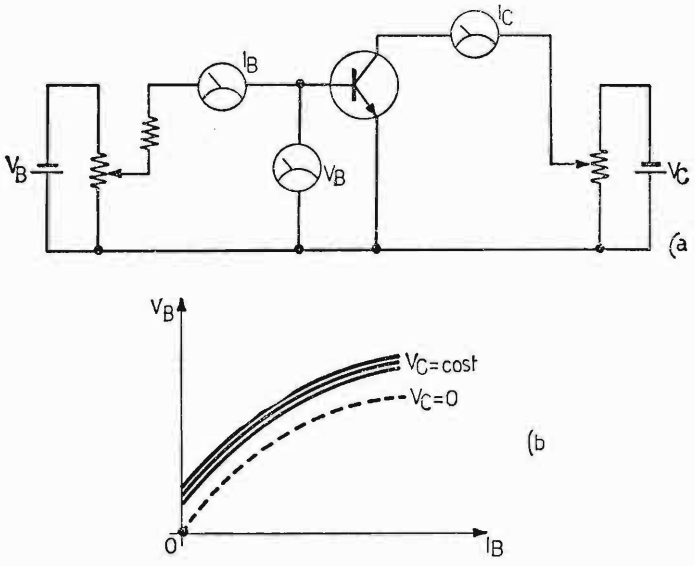


Fig. 183. – Caratteristiche di base o di entrata: *a*) circuito elettrico per il loro rilievo; *b*) grafico rappresentante il loro andamento ottenute per V_C = cost.

coincidenti per valori di V_C di normale funzionamento. Essa parte da zero e coincide con quella di fig. 169b.

d) Caratteristiche di reazione o mutue di tensione. – Le caratteristiche di reazione o mutue di tensione esprimono la tensione di base V_B in funzione della tensione di collettore V_C per valori costanti della corrente di base I_B. Esse sono riportate in fig. 184 ed il circuito da impiegare per

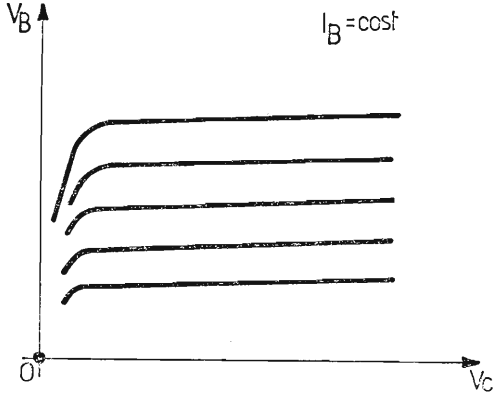


Fig. 184. – Grafico delle caratteristiche di reazione o mutue di tensione.

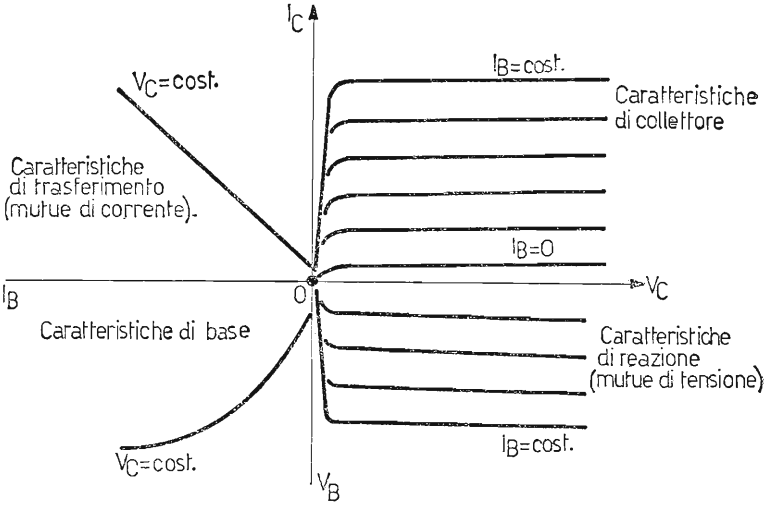


Fig. 185. – Rappresentazione associata delle quattro caratteristiche del transistore.

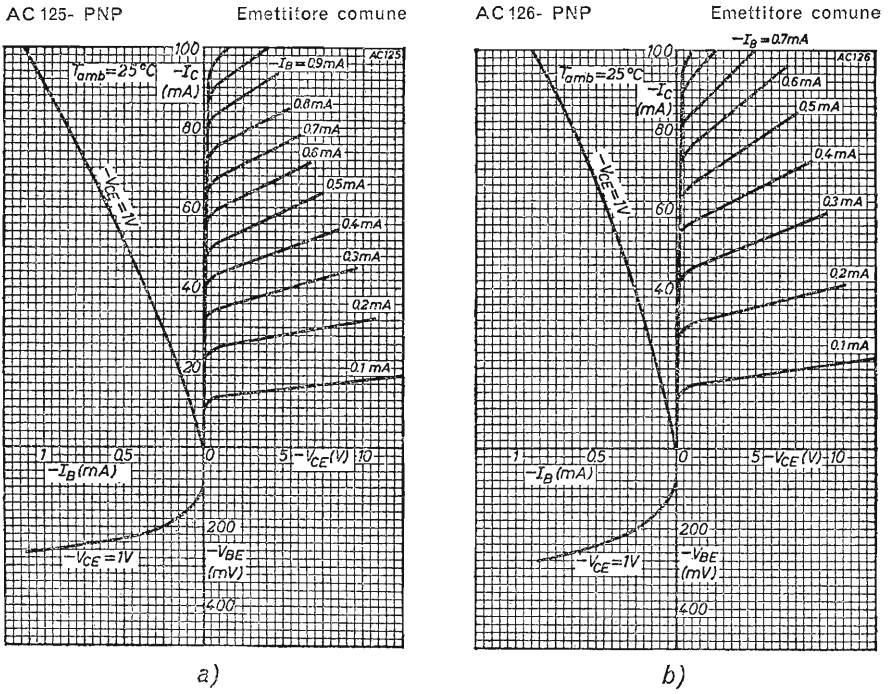


Fig. 186. – Curve caratteristiche per i transistori AC125 e AC126 studiati per impieghi generali.

il loro rilievo è quello di fig. 183a. Queste caratteristiche sono presenti solamente nel transistore. Infatti, mentre nel triodo (o pentodo) una variazione di tensione anodica non provoca una variazione di tensione di griglia, in quanto la griglia controllo non è percorsa da corrente e, quindi, è disaccoppiata dalla placca; nel transistore una variazione di tensione di collettore varia, seppure limitatamente, la corrente di collettore I_C, la quale a sua volta provoca una variazione della I_B con conseguente variazione di V_B. La fig. 185 riassume in un unico grafico (metodo usato dalla PHILIPS) le quattro curve caratteristiche del transistore di tipo NPN ad emettitore comune.

Nella figura 186 a) e b) sono riportate le curve caratteristiche di due transistori al germanio di tipo PNP rispettivamente AC125 ed AC126, le quali riconfermano il grafico di fig. 185, fornendo nel contempo il comportamento degli anzidetti transistori ottenuti a giunzione per lega ed indicati per impieghi generali.

35. Coefficienti caratteristici di un transistore.

I coefficienti caratteristici del transistore sono così definiti: resistenza differenziale interna d'uscita R_{ou}, resistenza differenziale interna di ingresso R_{oi}, coefficiente di amplificazione di corrente β, coefficiente di controreazione interna di tensione, (ossia il reciproco del guadagno di tensione) γ. Questi quattro parametri, che definiscono il comportamento del transistore nel caso considerato di emettitore comune sono ricavabili graficamente dalle caratteristiche dei casi *a*) *b*) *c*) *d*) del precedente paragrafo ed accomunate poi nella fig. 185.

Si ha successivamente:

a) Resistenza differenziale interna d'uscita. – La resistenza differenziale interna di uscita R_{ou} è ottenuta dal rapporto:

$$R_{ou} = \frac{\Delta V_C}{\Delta I_C} \qquad \text{per} \qquad I_B = cost.$$

Essa può essere ottenuta graficamente dalle caratteristiche di collettore come in figura 187. Il rapporto inverso viene denominato conduttanza differenziale interna d'uscita. Il valore della R_{ou} è discretamente alto ed oscilla dalle unità alle decine di $K\Omega$ a seconda del tipo di transistore, a cui si fa riferimento.

b) Resistenza differenziale interna di ingresso. – La resistenza differenziale interna di ingresso R_{oi} è ottenuta dal rapporto:

$$R_{oi} = \frac{\Delta V_B}{\Delta I_B} \qquad \text{per} \qquad V_C = cost.$$

Essa può essere ottenuta graficamente dalle caratteristiche di base o di ingresso, come è rappresentato in fig. 188. Il valore della R_{oi} è piuttosto basso, oscillando dalle centinaia a qualche migliaia di ohm.

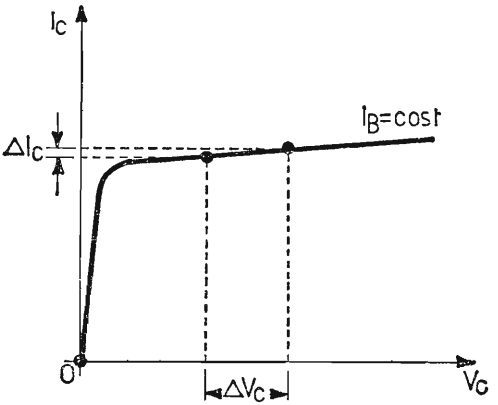


Fig. 187. – Costruzione grafica per il rilievo della resistenza differenziale interna di uscita R_{ou} dalle caratteristiche di collettore.

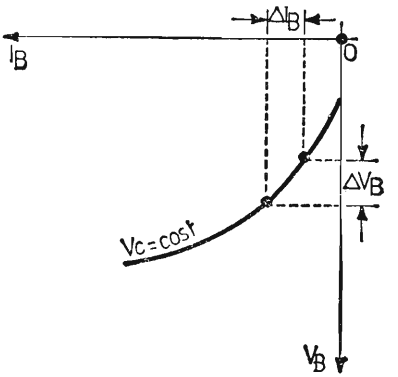


Fig. 188. – Costruzione grafica per il rilievo della resistenza differenziale interna di ingresso R_{oi} dalle caratteristiche di base.

c) Coefficiente di amplificazione di corrente. – Il coefficiente di amplificazione di corrente β è fornito dal rapporto

$$\beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \qquad \text{per} \qquad V_C = cost.$$

Esso è ottenuto graficamente dalla caratteristica mutua di corrente o di trasferimento secondo quanto indicato in fig. 189. Il coefficiente β varia mediamente da 20 a 150 unità.

d) Coefficiente di controreazione interna di tensione. – Il coefficiente di controreazione interna di tensione γ è dato dal rapporto:

$$\gamma = \frac{\Delta V_B}{\Delta V_C} \qquad \text{per} \qquad I_B = cost.$$

Esso rappresenta l'entità di reazione della tensione di collettore su quella di base, per corrente di base costante, e viene ottenuto graficamente dalle caratteristiche di reazione o mutue di tensione, secondo quanto indicato

in fig. 190. L'ordine di grandezza di γ è sui decimillesimi di unità. Possiamo definire per ultimo un altro coefficiente, ossia la pendenza S, ottenuta dal rapporto:

$$S = \frac{\Delta I_C}{\Delta V_B} \qquad \text{per} \qquad V_C = cost.$$

Tale grandezza può essere anche ricavata dal rapporto fra il coefficiente

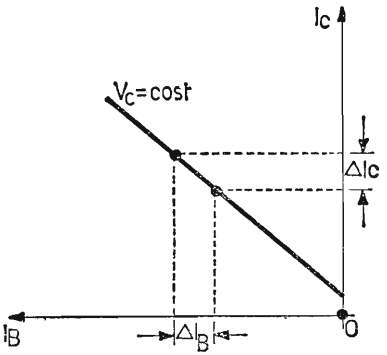


Fig. 189. – Costruzione grafica per il rilievo del coefficiente di amplificazione di corrente β dalle caratteristiche di trasferimento.

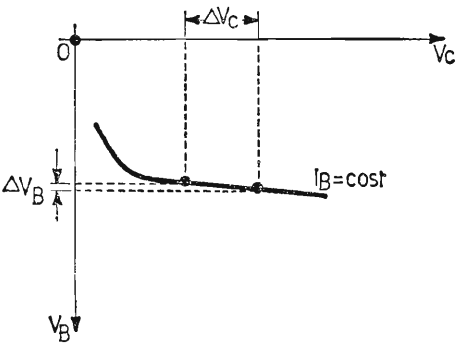


Fig. 190. – Costruzione grafica per il rilievo del coefficiente di controreazione interna di tensione γ dalle caratteristiche di reazione.

di amplificazione di corrente β e la resistenza interna di ingresso R_{oi}, secondo l'espressione:

$$S = \frac{\beta}{R_{oi}}$$

Il valore della pendenza S è dell'ordine delle decine di $\frac{m\,A}{V}$. Possiamo, allora, riassumere i parametri ricavati:

$$R_{ou} = \frac{\Delta V_C}{\Delta I_C} \quad \text{per} \quad I_B = cost. \qquad \beta = \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B} \quad \text{per} \quad V_C = cost.$$

$$R_{oi} = \frac{\Delta V_B}{\Delta I_B} \quad \text{per} \quad V_C = cost. \qquad \gamma = \frac{\Delta V_B}{\Delta V_C} \quad \text{per} \quad I_B = cost.$$

Nel secondo volume nel calcolo dei circuiti amplificatori sostituiremo ai coefficienti ricavati, altri parametri, di più facile interpretazione, ossia i parametri « *Ibridi* » h per le basse frequenze ed Y per le alte frequenze.

Possiamo per il momento anticipare che i parametri Ibridi vengono così denominati in quanto, pur essendo rappresentati dalla stessa lettera h, non hanno tutti le stesse dimensioni. I coefficienti già ricavati R_{ou}, R_{oi}, β e γ sono legati ai parametri ibridi nel seguente modo:

$$R_{oi} = h_{11}, \qquad \gamma = h_{12}, \qquad \beta = h_{21}, \qquad R_{ou} = \frac{1}{h_{22}}$$

Tali parametri ibridi sono noti anche come:

$$h_{11} = h_i, \qquad h_{12} = hr, \qquad h_{21} = h_f, \qquad h_{22} = h_o$$

dove gli indici assegnati dall'IRE hanno il seguente significato: i = ingresso o = uscita, f = trasferimento in senso diretto, r = trasferimento in senso inverso. Come vedremo nel secondo volume, anche i parametri Y hanno gli stessi indici, che li contraddistinguono. Essi rappresentano delle ammettenze per determinate condizioni di funzionamento del transistore.

TABELLE MATEMATICHE
E TRIGONOMETRICHE

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
1	1		1,0000	1,0000	3,142	0,7854	0,00000
2	4	8	1,4142	1,2599	6,283	3,1416	0,30103
3	9	27	1,7321	1,4422	9,425	7,0686	0,47712
4	16	64	2.0000	1,5874	12,566	12,5664	0,60206
5	25	125	2,2361	1,7100	15,708	19,6350	0,69897
6	36	216	2,4495	1,8171	18,850	28,2743	0,77815
7	49	343	2,6458	1,9129	21,991	38,4845	0,84510
8	64	512	2,8284	2,0000	25,133	50,2655	0,90309
9	81	729	3,0000	2,0801	28,724	63,6173	0,95424
10	100	1000	3,1623	2,1544	31,416	78,5398	1,00000
11	121	1331	3,3166	2,2240	34,558	95,0332	1,04139
12	144	1728	3,4641	2,2894	37,699	113,097	1,07918
13	169	2197	3,6056	2,3513	40,841	132,732	1,11394
14	196	2744	3.7417	2,4101	43,982	153,938	1,14613
15	225	3375	3,8730	2,4662	47,124	176,715	1,17609
16	256	4096	4,0000	2,5198	50,265	201,062	1,20412
17	289	4913	4,1231	2,5713	53,407	226,980	1,23045
18	324	5832	4,2426	2,6207	56,549	254,469	1,25527
19	361	6859	4,3589	2,6684	59,690	283,529	1,27875
20	400	8000	4,4721	2,7144	62,832	314,159	1,30103
21	441	9261	4,5826	2,7589	65,973	346,361	1,32222
22	484	10648	4,6904	2,8020	69,115	380,133	1,34242
23	529	12167	4,7958	2,8439	72,257	415,476	1,36173
24	576	13824	4,8990	2,8845	75,398	452,389	1,38021
25	625	15625	5,0000	2,9240	78,540	490,874	1,39794
26	676	17576	5,0990	2,9625	81,681	530,929	1,41497
27	729	19683	5,1962	3,0000	84,823	572,555	1,43136
28	784	21952	5,2915	3,0366	87,965	615,752	1,44716
29	841	24389	5,3852	3,0723	91,106	660,520	1,46240
30	900	27000	5,4772	3,1072	94,248	706,858	1,47712
31	961	29791	5,5678	3,1414	97,389	754,768	1,49136
32	1024	32768	5,6569	3,1748	100,531	804,248	1,50515
33	1089	35937	5,7446	3,2075	103,673	855,299	1,51851
34	1156	39304	5,8310	3,2396	106,814	907,920	1,53148
35	1225	42875	5,9161	3,2711	109,956	962,113	1,54407
36	1296	46656	6,0000	3,3019	113,097	1017,88	1,55630
37	1369	50653	6,0828	3,3322	116,239	1075,21	1,56820
38	1444	54872	6,1644	3,3620	119,381	1134,11	1,57978
39	1521	59319	6,2450	3,3912	122,522	1194,59	1,59106
40	1600	64000	6,3246	3,4200	125,66	1256,64	1,60206
41	1681	68921	6,4031	3,4482	128,81	1320,25	1,61278
42	1764	74088	6,4807	3,4760	131,95	1385,44	1,62325
43	1849	79507	6,5574	3,5034	135,09	1452,20	1,63347
44	1936	85184	6,6332	3,5303	138,23	1520,53	1,64345
45	2025	91125	6,7082	3,5569	141,37	1590,43	1,65321
46	2116	97336	6,7823	3,5830	144,51	1661,90	1,66276
47	2209	103823	6,8557	3,6088	147,65	1734,94	1,67210
48	2304	110592	6,9282	3,6342	150,80	1809,56	1,68124
49	2401	117649	7,0000	3,6593	153,94	1885,74	1,69020
50	2500	125000	7,0711	3,6840	157,08	1963,50	1,69897

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
51	2601	132651	7,1414	3,7084	160,22	2042,82	1,70757
52	2704	140608	7,2111	3,7325	163,36	2123,72	1,71600
53	2809	148877	7,2801	3,7563	166,50	2206,18	1,72428
54	2916	157464	7,3485	3,7798	169,65	2290,22	1,73239
55	3025	166375	7,4162	3,8030	172,79	2375,83	1,74036
56	3136	175616	7,4833	3,8259	175,93	2463,01	1,74819
57	3249	185193	7,5498	3,8485	179,07	2551,76	1,75587
58	3364	195112	7,6158	3,8709	182,21	2642,08	1,76343
59	3481	205379	7,6811	3,8930	185,35	2733,97	1,77085
60	3600	216000	7,7460	3,9149	188,50	2827,43	1,77815
61	3721	226981	7,8102	3,9365	191,64	2922,47	1,78533
62	3844	238328	7,8740	3,9579	194,78	3019,07	1,79239
63	3969	250047	7,9373	3,9791	197,92	3117,25	1,79934
64	4096	262144	8,0000	4,0000	201,06	3216,99	1,80618
65	4225	274625	8,0623	4,0207	204,20	3318,31	1,81291
66	4356	287496	8,1240	4,0412	207,35	3421,19	1,81954
67	4489	300763	8,1854	4,0615	210,49	3525,65	1,82607
68	4624	314432	8,2462	4,0817	213,63	3631,68	1,83251
69	4761	328509	8,3066	4,1016	216,77	3739,28	1,83885
70	4900	343000	8,3666	4,1213	219,91	3848,45	1,84510
71	5041	357911	8,4261	4,1408	223,05	3959,19	1,85125
72	5184	373248	8,4853	4,1602	226,19	4071,50	1,85733
73	5329	389017	8,5440	4,1793	229,34	4185,39	1,86332
74	5476	405224	8,6023	4,1983	232,48	4300,84	1,86923
75	5625	421875	8,6603	4,2172	235,62	4417,86	1,87506
76	5776	438976	8,7178	4,2358	238,76	4536,46	1,88081
77	5929	456533	8,7750	4,2543	241,90	4656,63	1,88649
78	6084	474552	8,8318	4,2727	245,04	4778,36	1,89209
79	6241	493039	8,8882	4,2908	248,19	4901,67	1,89763
80	6400	512000	8,9443	4,3089	251,33	5026,55	1,90309
81	6561	531441	9,0000	4,3267	254,47	5153,00	1,90849
82	6724	551368	9,0554	4,3445	257,61	5281,02	1,91381
83	6889	571787	9,1104	4,3621	260,75	5410,61	1,91908
84	7056	592704	9,1652	4,3795	263,89	5541,77	1,92428
85	7225	614125	9,2195	4,3968	267,04	5674,50	1,92942
86	7396	636056	9,2736	4,4140	270,18	5808,80	1,93450
87	7569	658503	9,3274	4,4310	273,32	5944,68	1,93952
88	7744	681472	9,3808	4,4480	276,46	6082,12	1,94448
89	7921	704969	9,4340	4,4647	279,60	6221,14	1,94939
90	8100	729000	9,4868	4,4814	282,74	6361,73	1,95424
91	8281	753571	9,5394	4,4979	285,88	6503,88	1,95904
92	8464	778688	9,5917	4,5144	289,03	6647,61	1,96379
93	8649	804357	9,6437	4,5307	292,17	6792,91	1,96848
94	8836	830584	9,6954	4,5468	295,31	6939,78	1,97313
95	9025	857375	9,7468	4,5629	298,45	7088,22	1,97772
96	9216	884736	9,7980	4,5789	301,59	7238,23	1,98227
97	9409	912673	9,8489	4,5947	304,73	7389,81	1,98677
98	9604	941192	9,8995	4,6104	307,88	7542,96	1,99123
99	9801	970299	9,9499	4,6261	311,02	7697,69	1,99564
100	10000	1000000	10,0000	4,6416	314,16	7853,98	2,00000

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
101	10201	1030301	10,0499	4,6570	317,30	8011,85	2,00432
102	10404	1061208	10,0995	4,6723	320,44	8171,28	2,00860
103	10609	1092727	10,1489	4,6875	323,58	8332,29	2,01284
104	10816	1124864	10,1980	4,7027	326,73	8494,87	2,01703
105	11025	1157625	10,2470	4,7177	329,87	8659,01	2,02119
106	11236	1191016	10,2956	4,7326	333,01	8824,73	2,02531
107	11449	1225043	10,3441	4,7475	336,15	8992,02	2,02938
108	11664	1259712	10,3923	4,7622	339,29	9160,88	2,03342
109	11881	1295029	10,4403	4,7769	342,43	9331,32	2,03743
110	12100	1331000	10,4881	4,7914	345,58	9503,32	2,04139
111	12321	1367631	10,5357	4,8059	348,72	9676,89	2,04532
112	12544	1404928	10,5830	4,8203	351,86	9852,03	2,04922
113	12769	1442897	10,6301	4,8346	355,00	10028,7	2,05308
114	12996	1481544	10,6771	4,8488	358,14	10207,0	2,05690
115	13225	1520875	10,7238	4,8629	361,28	10386,9	2,06070
116	13456	1560896	10,7703	4,8770	364,42	10568,3	2,06446
117	13689	1601613	10,8167	4,8910	367,57	10751,3	2,06819
118	13924	1643032	10,8628	4,9049	370,71	10935,9	2,07188
119	14161	1685159	10,9087	4,9187	373,85	11122,0	2,07555
120	14400	1728000	10,9545	4,9324	376,99	11309,7	2,07918
121	14641	1771561	11,0000	4,9461	380,13	11499,0	2,08279
122	14884	1815848	11,0454	4,9597	383,27	11689,9	2,08636
123	15129	1860867	11,0905	4,9732	386,42	11882,3	2,08991
124	15376	1906624	11,1355	4,9866	389,56	12076,3	2,09342
125	15625	1953125	11,1803	5,0000	392,70	12271,8	2,09691
126	15876	2000376	11,2250	5,0133	411,55	12469,0	2,10037
127	16129	2048383	11,2694	5,0265	414,69	12667,7	2,10380
128	16384	2097152	11,3137	5,0397	417,83	12868,0	2,10721
129	16641	2146689	11,3578	5,0528	420,97	13069,8	2,11059
130	16900	2197000	11,4018	5,0658	424,12	13273,2	2,11394
131	17161	2248091	11,4455	5,0788	395,84	13478,2	2,11727
132	17424	2299968	11,4891	5,0916	398,98	13684,8	2,12057
133	17689	2352637	11,5326	5,1045	402,12	13892,9	2,12385
134	17956	2406104	11,5758	5,1172	405,27	14102,6	2,12710
135	18225	2460375	11,6190	5,1299	408,41	14313,9	2,13033
136	18496	2515456	11,6619	5,1426	427,26	14526,7	2,13354
137	18769	2571353	11,7047	5,1551	430,40	14741,1	2,13672
138	19044	2628072	11,7473	5,1676	433,54	14957,1	2,13988
139	19321	2685619	11,7898	5,1801	436,68	15174,7	2,14301
140	19600	2744000	11,8322	5,1925	439,82	15393,8	2,14613
141	19881	2803221	11,8743	5,2048	442,96	15614,5	2,14922
142	20164	2863288	11,9164	5,2171	446,11	15836,8	2,15229
143	20449	2924207	11,9583	5,2293	449,25	16060,6	2,15534
144	20736	2985984	12,0000	5,2415	452,39	16286,0	2,15836
145	21025	3048625	12,0416	5,2536	455,53	16513,0	2,16137
146	21316	3112130	12,0830	5,2656	458,67	16741,5	2,16435
147	21609	3176523	12,1244	5,2776	461,81	16971,7	2,16732
148	21904	3241792	12,1655	5,2896	464,96	17203,4	2,17026
149	22201	3307949	12,2066	5,3015	468,10	17436,6	2,17319
150	22500	3375000	12,2474	5,3133	471,24	17671,5	2,17609

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
151	22801	3442951	12,2882	5,3251	474,38	17907,9	2,17898
152	23104	3511808	12,3288	5,3368	477,52	18145,8	2,18184
153	23409	3581577	12,3693	5,3485	480,66	18385,4	2,18469
154	23716	3652264	12,4097	5,3601	483,81	18626,5	2,18752
155	24025	3723875	12,4499	5,3717	486,95	18869,2	2,19033
156	24336	3796416	12,4900	5,3832	490,09	19113,4	2,19312
157	24649	3869893	12,5300	5,3947	493,23	19359,3	2,19590
158	24964	3944312	12,5698	5,4061	496,37	19606,7	2,19866
159	25281	4019679	12,6095	5,4175	499,51	19855,7	2,20140
160	25600	4096000	12,6491	5,4288	502,65	20106,2	2,20412
161	25921	4173281	12,6886	5,4411	505,80	20358,3	2,20683
162	26244	4251528	12,7279	5,4514	508,94	20612,0	2,20952
163	26569	4330747	12,7671	5,4626	512,08	20867,2	2,21219
164	26896	4410944	12,8062	5,4737	515,22	21124,1	2,21484
165	27225	4492125	12,8452	5,4848	518,36	21382,5	2,21748
166	27556	4574296	12,8841	5,4959	521,50	21642,4	2,22011
167	27889	4657463	12,9228	5,5069	524,65	21904,0	2,22272
168	28224	4741632	12,9615	5,5178	527,79	22167,1	2,22531
169	28561	4826809	13,0000	5,5288	530,93	22431,8	2,22789
170	28900	4913000	13,0384	5,5397	534,07	22698,0	2,23045
171	29241	5000211	13,0767	5,5505	537,21	22965,8	2,23300
172	29584	5088448	13,1149	5,5613	540,35	23235,2	2,23553
173	29929	5177717	13,1529	5,5721	543,50	23506,2	2,23805
174	30276	5268024	13,1909	5,5828	546,64	23778,7	2,24055
175	30625	5359375	13,2288	5,5934	549,78	24052,8	2,24304
176	30976	5451776	13,2665	5,6041	552,92	24328,5	2,24551
177	31329	5545233	13,3041	5,6147	556,06	24605,7	2,24797
178	31684	5639752	13,3417	5,6252	559,20	24884,6	2,25042
179	32041	5735339	13,3791	5,6357	562,35	25164,9	2,25285
180	32400	5832000	13,4164	5,6462	565,49	25446,9	2,25527
181	32761	5929741	13,4536	5,6567	568,63	25730,4	2,25768
182	33124	6028568	13,4907	5,6671	571,77	26015,5	2,26007
183	33489	6128487	13,5277	5,6774	574,91	26302,2	2,26245
184	33856	6229504	13,5647	5,6877	578,05	26590,4	2,26482
185	34225	6331625	13,6015	5,6980	581,19	26880,3	2,26717
186	34596	6434856	13,6382	5,7083	584,34	27171,6	2,26951
187	34969	6539203	13,6748	5,7185	587,48	27464,6	2,27184
188	35344	6644672	13,7113	5,7287	590,62	27759,1	2,27416
189	35721	6751269	13,7477	5,7388	593,76	28055,2	2,27646
190	36100	6859000	13,7840	5,7489	596,90	28352,9	2,27875
191	36481	6967871	13,8203	5,7590	600,04	28652,1	2,28103
192	36864	7077888	13,8564	5,7690	603,19	28952,9	2,28330
193	37249	7189057	13,8924	5,7790	606,33	29255,3	2,28556
194	27636	7301384	13,9284	5,7890	609,47	29559,2	2,28780
195	38025	7414875	13,9642	5,7989	612,61	29864,8	2,29003
196	38416	7529536	14,0000	5,8088	615,75	30171,9	2,29226
197	38809	7645373	14,0357	5,8186	618,89	30480,5	2,29447
198	39204	7762392	14,0712	5,8285	622,04	30790,7	2,29667
199	39601	7880599	14,1067	5,8383	625,18	31102,6	2,29885
200	40000	8000000	14,1421	5,8480	628,32	31415,9	2,30103

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
201	40401	8120601	14,1774	5,8578	631,46	31730,9	2,30300
202	40804	8242408	14,2127	5,8675	634,60	32047,4	2,30535
203	41209	8365427	14,2478	5,8771	637,74	32365,5	2,30750
204	41616	8489664	14,2829	5,8868	640,88	32685,1	2,30963
205	42025	8615125	14,3178	5,8964	644,03	33006,4	2,31175
206	42436	8741816	14,3527	5,9059	647,17	33329,2	2,31387
207	42849	8869743	14,3875	5,9155	650,31	33653,5	2,31597
208	43264	8998912	14,4222	5,9250	653,45	33979,5	2,31806
209	43681	9129329	14,4568	5,9345	656,59	34307,0	2,32015
210	44100	9261000	14,4914	5,9439	659,73	34636,1	2,32222
211	44521	9393931	14,5258	5,9533	662,88	34966,7	2,32428
212	44944	9528128	14,5602	5,9627	666,02	35298,9	2,32634
213	45369	9663597	14,5945	5,9721	669,16	35632,7	2,32838
214	45796	9800344	14,6287	5,9814	672,30	35968,1	2,33041
215	46225	9938375	14,6629	5,9907	675,44	36305,0	2,33244
216	46656	10077696	14,6969	6,0000	678,58	36643,5	2,33445
217	47089	10218313	14,7309	6,0092	681,73	36983,6	2,33646
218	47524	10360232	14,7648	6,0185	684,87	37325,3	2,33846
219	47961	10503459	14,7986	6,0277	688,01	37668,5	2,34044
220	48400	10648000	14,8324	6,0368	691,15	38013,3	2,34242
221	48841	10793861	14,8661	6,0459	694,29	38359,6	2,34439
222	49284	10941048	14,8997	6,0550	697,43	38707,6	2,34635
223	49729	11089567	14,9332	6,0641	700,58	39057,1	2,34830
224	50176	11239424	14,9666	6,0732	703,72	39408,1	2,35025
225	50625	11390625	15,0000	6,0822	706,86	39760,8	2,35218
226	51076	11543176	15,0333	6,0912	710,00	40115,0	2,35411
227	51529	11697083	15,0665	6,1002	713,14	40470,8	2,35603
228	51984	11852352	15,0997	6,1091	716,28	40828,1	2,35793
229	52441	12008989	15,1327	6,1180	719,42	41187,1	2,35984
230	52900	12167000	15,1658	6,1269	722,57	41547,6	2,36173
231	53361	12326391	15,1987	6,1358	725,71	41909,6	2,36361
232	53824	12487168	15,2315	6,1446	728,85	42273,3	2,36549
233	54289	12649337	15,2643	6,1534	731,99	42638,5	2,36736
234	54756	12812904	15,2971	6,1622	735,13	43005,3	2,36922
235	55225	12977875	15,3297	6,1710	738,27	43373,6	2,37107
236	55696	13144256	15,3623	6,1797	741,42	43743,5	2,37291
237	56169	13312053	15,3948	6,1885	744,56	44115,0	2,37475
238	56644	13481272	15,4272	6,1972	747,70	44488,1	2,37658
239	57121	13651919	15,4596	6,2058	750,84	44862,7	2,37840
240	57600	13824000	15,4919	6,2145	753,98	45238,9	2,38021
241	58081	13997521	15,5242	6,2231	757,12	45616,7	2,38202
242	58564	14172488	15,5563	6,2317	760,27	45996,1	2,38882
243	59049	14348907	15,5885	6,2403	763,41	46377,0	2,38561
244	59536	14526784	15,6205	6,2488	766,55	46759,5	2,38739
245	60025	14706125	15,6525	6,2573	769,69	47143,5	2,38917
246	60516	14886936	15,6844	6,2658	772,83	47529,2	2,39094
247	61009	15069223	15,7162	6,2743	775,97	47916,4	2,39270
248	61504	15252992	15,7480	6,2828	779,11	48305,1	2,39445
249	62001	15438249	15,7797	6,2912	782,26	48695,5	2,39620
250	62500	15625000	15,8114	6,2996	785,40	49087,4	2,39794

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
251	63001	15813251	15,8430	6,3080	788,54	49480,9	2,39967
252	63504	16003008	15,8745	6,3164	791,68	49875,9	2,40140
253	64009	16194277	15,9060	6,3247	794,82	50272,6	2,40312
254	64516	16387064	15,9374	6,3330	797,96	50670,7	2,40483
255	62025	16581375	15,9687	6,3413	801,11	51070,5	2,40654
256	65536	16777216	16,0000	6,3496	804,25	51471,9	2,40824
257	66049	16974593	16,0312	6,3579	807,39	51874,8	2,40993
258	66564	17173512	16,0624	6,3661	810,53	52279,2	2,41162
259	67081	17373979	16,0935	6,3743	813,67	52685,3	2,41330
260	67600	17576000	16,1245	6,3825	816,81	53092,9	2,41497
261	68121	17779581	16,1555	6,3907	819,96	53502,1	2,41664
262	68644	17984728	16,1864	6,3988	823,10	53912,9	2,41830
263	69169	18191447	16,2173	6,4070	826,24	54325,2	2,41996
264	69696	18399744	16,2481	6,4151	829,38	54739,1	2,42160
265	70225	18609625	16,2788	6,4232	832,52	55154,6	2,42325
266	70756	18821096	16,3095	6,4312	835,66	55571,6	2,42488
267	71289	19034163	16,3401	6,4393	838,81	55990,2	2,42651
268	71824	19248832	16,3707	6,4473	841,95	56410,4	2,42813
269	72361	19465109	16,4012	6,4553	845,09	56832,2	2,42975
270	72900	19683000	16,4317	6,4633	848,23	57255,5	2,43136
271	73441	19902511	16,4621	6,4713	851,37	57680,4	2,43297
272	73984	20123648	16,4924	6,4792	854,51	58106,9	2,43457
273	74529	20346417	16,5227	6,4872	857,65	58534,9	2,43616
274	75076	20570824	16,5529	6,4951	860,80	58964,6	2,43775
275	75625	20796875	16,5831	6,5030	863,94	59395,7	2,43933
276	76176	21024576	16,6132	6,5108	867,08	59828,5	2,44091
277	76729	21253933	16,6433	6,5187	870,22	60262,8	2,44248
278	77284	21484952	16,6733	6,5265	873,36	60698,7	2,44404
279	77841	21717639	16,7033	6,5343	876,50	61136,2	2,44560
280	78400	21952000	16,7332	6,5421	879,65	61575,2	2,44716
281	78961	22188041	16,7631	6,5499	882,79	62015,8	2,44871
282	79524	22425768	16,7929	6,5577	885,93	62458,0	2,45025
283	80089	22665187	16,8226	6,5654	889,07	62901,8	2,45179
284	80656	22906304	16,8523	6,5731	892,21	63347,1	2,45332
285	81225	23149125	16,8819	6,5808	895,35	63794,0	2,45484
286	81796	23393656	16,9115	6,5885	898,50	64242,4	2,45637
287	82369	23639903	16,9411	6,5962	901,64	64692,5	2,45788
288	82944	23887872	16,9706	6,6039	904,78	65144,1	2,45939
289	83521	24137569	17,0000	6,6115	907,92	65597,2	2,46090
290	84100	24389000	17,0294	6,6191	911,06	66052,0	2,46240
291	84681	24642171	17,0587	6,6267	914,20	66508,3	2,46389
292	85264	24897088	17,0880	6,6343	917,35	66966,2	2,46538
293	85849	25153757	17,1172	6,6419	920,49	67425,6	2,46687
294	86436	25412184	17,1464	6,6494	923,63	67886,7	2,46835
295	87025	25672375	17,1756	6,6569	926,77	68349,3	2,46982
296	87616	25934336	17,2047	6,6644	929,91	68813,4	2,47129
297	88209	26198073	17 2337	6,6719	933,05	69279,2	2,47276
298	88804	26463592	17,2627	6,6794	936,19	69746,5	2,47422
299	89401	26730899	17,2916	6,6869	939,34	70215,4	2,47567
300	90000	27000000	17,3205	6,6943	942,48	70685,8	2,47712

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
301	90601	27270901	17,3494	6,7018	945,62	71157,9	2,47857
302	91204	27543608	17,3781	6,7092	948,76	71631,5	2,48001
303	91809	27818127	17,4069	6,7166	951,90	72106,6	2,48144
304	92416	28094464	17,4356	6,7240	955,04	72583,4	2,48287
305	93025	28372625	17,4642	6,7313	958,19	73061,7	2,48430
306	93636	28652616	17,4929	6,7387	961,33	73541,5	2,48572
307	94249	28934443	17,5214	6,7460	964,47	74023,0	2,48714
308	94864	29218112	17,5499	6,7533	967,61	74506,0	2,48855
309	95481	29503629	17,5784	6,7606	970,75	74990,6	2,48996
310	96100	29791000	17,6068	6,7679	973,89	75476,8	2,49136
311	96721	30080231	17,6352	6,7752	977,04	75964,5	2,49276
312	97344	30371328	17,6635	6,7824	980,18	76453,8	2,49415
313	97969	30664297	17,6918	6,7897	983,32	76944,7	2,49554
314	98596	30959144	17,7200	6,7969	986,46	77437,1	2,49693
315	99225	31255875	17,7482	6,8041	989,60	77931,1	2,49831
316	99856	31554496	17,7764	6,8113	992,74	78426,7	2,49969
317	100489	31855013	17,8045	6,8185	995,88	78923,9	2,50106
318	101124	32157432	17,8326	6,8256	999,03	79422,6	2,50243
319	101761	32461759	17,8606	6,8328	1002,2	79922,9	2,50379
320	102400	32768000	17,8885	6,8399	1005,3	80424,8	2,50515
321	103041	33076161	17,9165	6,8470	1008,5	80928,2	2,50651
322	103684	33386248	17,9444	6,8541	1011,6	81433,2	2,50786
323	104329	33698267	17,9722	6,8612	1014,7	81939,8	2,50920
324	104976	34012224	18,0000	6,8683	1017,9	82448,0	2,51055
325	105625	34328125	18,0278	6,8753	1021,0	82957,7	2,51188
326	106276	34645976	18,0555	6,8824	1024,2	83469,0	2,51322
327	106929	34965783	18,0831	6,8894	1027,3	83981,8	2,51455
328	107584	35287552	18,1108	6,8964	1030,4	84496,3	2,51587
329	108241	35611289	18,1384	6,9034	1033,6	85012,3	2,51720
330	108900	35937000	18,1659	6,9104	1036,7	85529,9	2,51851
331	109561	36264691	18,1934	6,9174	1039,9	86049,0	2,51983
332	110224	36594368	18,2209	6,9244	1043,0	86569,7	2,52114
333	110889	36926037	18,2483	6,9313	1046,2	87092,0	2,52244
334	111556	37259704	18,2757	6,9382	1049,3	87615,9	2,52375
335	112225	37595375	18,3030	6,9451	1052,4	88141,3	2,52504
336	112896	37933053	18,3303	6,9521	1055,6	88668,3	2,52634
337	113569	38272753	18,3576	6,9589	1058,7	89196,9	2,52763
338	114244	38614472	18,3848	6,9658	1061,9	89727,0	2,52892
339	114921	38958219	18,4120	6,9727	1065,0	90258,7	2,53020
340	115600	39304000	18,4391	6,9795	1068,1	90792,0	2,53148
341	116291	39651821	18,4662	6,9864	1071,3	91326,9	2,53275
342	116964	40001688	18,4932	6,9932	1074,4	91863,3	2,53403
343	117649	40353607	18,5203	7,0000	1077,6	92401,3	2,53529
344	118336	40707584	18,5472	7,0068	1080,7	92940,9	2,53656
345	119025	41063625	18,5742	7,0136	1083,8	93482,0	2,53782
346	119716	41421736	18,6011	7,0203	1087,0	94024,7	2,53908
347	120409	41781923	18,6279	7,0271	1090,1	94569,0	2,54033
348	121104	42144192	18,6548	7,0338	1093,3	95114,9	2,54158
349	121801	42508549	18,6815	7,0406	1096,4	95662,3	2,54283
350	122500	42875000	18,7083	7,0473	1099,6	96211,3	2,54407

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
351	123201	43243551	18,7350	7,0540	1102,7	96761,8	2,54531
352	123904	43614208	18,7617	7,0607	1105,8	97314,0	2,54654
353	124609	43986977	18,7883	7,0674	1109,0	97867,7	2,54777
354	125316	44361864	18,8149	7,0740	1112,1	98423,0	2,54900
355	126025	44738875	18,8414	7,0807	1115,3	98979,8	2,55023
356	126736	45118016	18,8680	7,0873	1118,4	99538,2	2,55145
357	127449	45499293	18,8944	7,0940	1121,5	100098	2,55267
358	128164	45882712	18,9209	7,1006	1124,7	100660	2,55388
359	128881	46268279	18,9473	7,1072	1127,8	101223	2,55509
360	129600	46656000	18,9737	7,1138	1131,0	101788	2,55630
361	130321	47045881	19,0000	7,1204	1134,1	102354	2,55751
362	131044	47437928	19,0263	7,1269	1137,3	102922	2,55871
363	131769	47832147	19,0526	7,1335	1140,4	103491	2,55991
364	132496	48228544	19,0788	7,1400	1143,5	104062	2,56110
365	133225	48627125	19,1050	7,1466	1146,7	104635	2,56229
366	133956	49027896	19,1311	7,1531	1149,8	105209	2,56348
367	134689	49430863	19,1572	7,1596	1153,0	105785	2,56467
368	135424	49836032	19,1833	7,1661	1156,1	106362	2,56585
369	136161	50243409	19,2094	7,1726	1159,2	106941	2,56703
370	136900	50653000	19,2354	7,1791	1162,4	107521	2,56820
371	137641	51064811	19,2614	7,1855	1165,5	108103	2,56937
372	138384	51478848	19,2873	7,1920	1168,7	108687	2,57054
373	139129	51895117	19,3132	7,1984	1171,8	109272	2,57171
374	139876	52313624	19,3391	7,2048	1175,0	109858	2,57287
375	140625	52734375	19,3649	7,2112	1178,1	110447	2,57403
376	141376	53157376	19,3907	7,2177	1181,2	111036	2,57519
377	142129	53582633	19,4165	7,2240	1184,4	111628	2,57634
378	142884	54010152	19,4422	7,2304	1187,5	112221	2,57749
379	143641	54439939	19,4679	7,2368	1190,7	112815	2,57864
380	144400	54872000	19,4936	7,2432	1193,8	113411	2,57978
381	145161	55306341	19,5192	7,2495	1196,9	114009	2,58092
382	145924	55742968	19,5448	7,2558	1200,1	114608	2,58206
383	146689	56181887	19,5704	7,2622	1203,2	115209	2,58320
384	147456	56623104	19,5959	7,2685	1206,4	115812	2,58433
385	148225	57066625	19,6214	7,2748	1209,5	116416	2,58546
386	148996	57512456	19,6469	7,2811	1212,7	117021	2,58659
387	149769	57960603	19,6723	7,2874	1215,8	117628	2,58771
388	150544	58411072	19,6977	7,2936	1218,9	118237	2,58883
389	151321	58863869	19,7231	7,2999	1222,1	118847	2,58995
390	152100	59319000	19,7484	7,3061	1225,2	119459	2,59106
391	152881	59776471	19,7737	7,3124	1228,4	120072	2,59218
392	153664	60236288	19,7990	7,3186	1231,5	120687	2,59329
393	154449	60698457	19,8242	7,3248	1234,6	121304	2,59439
394	155236	61162984	19,8494	7,3310	1237,8	121922	2,59550
395	156025	61629875	19,8746	7,3372	1240,9	122542	2,59660
396	156816	62099136	19,8997	7,3434	1244,1	123163	2,59770
397	157609	62570773	19,9249	7,3496	1247,2	123786	2,59879
398	158404	63044792	19,9499	7,3558	1250,4	124410	2,59988
399	159201	63521199	19,9750	7,3619	1253,5	125036	2,60097
400	160000	64000000	20.0000	7,3681	1256,6	125664	2,60206

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
401	160801	64481201	20,0250	7,3742	1259,8	126293	2,60314
402	161604	64964808	20,0499	7,3803	1262,9	126923	2,60423
403	162409	65450827	20,0749	7,3864	1266,1	127556	2,60531
404	163216	65939264	20,0998	7,3925	1269,2	128190	2,60638
405	164025	66430125	20,1246	7,3986	1272,3	128825	2,60746
406	164836	66923416	20,1494	7,4047	1275,5	129462	2,60853
407	165649	67419143	20,1742	7,4108	1278,6	130100	2,60959
408	166464	67917312	20,1990	7,4169	1281,8	130741	2,61066
409	167281	68417929	20,2237	7,4229	1284,9	131382	2,61172
410	168100	68921000	20,2485	7,4290	1288,1	132025	2,61278
411	168921	69426531	20,2731	7,4350	1291,2	132670	2,61384
412	169744	69934528	20,2978	7,4410	1294,3	133317	2,61490
413	170569	70444997	20,3224	7,4470	1297,5	133965	2,61595
414	171396	70957944	20,3470	7,4530	1300,6	134614	2,61700
415	172225	71473375	20,3715	7,4590	1303,8	135265	2,61805
416	173056	71991296	20,3961	7,4650	1306,9	135918	2,61909
417	173889	72511713	20,4206	7,4710	1310,0	136572	2,62014
418	174724	73034632	20,4450	7,4770	1313,2	137228	2,62118
419	175561	73560059	20,4695	7,4829	1316,3	137885	2,62221
420	176400	74088000	20,4939	7,4889	1319,5	138544	2,62325
421	177241	74618461	20,5183	7,4948	1322,6	139205	2,62428
422	178084	75151448	20,5426	7,5007	1325,8	139867	2,62531
423	178929	75686967	20,5670	7,5067	1328,9	140531	2,62634
424	179776	76225024	20,5913	7,5126	1332,0	141196	2,62737
425	180625	76765625	20,6155	7,5185	1335,2	141863	2,62839
426	181476	77308776	20,6398	7,5244	1338,3	142531	2,62941
427	182329	77854483	20,6640	7,5302	1341,5	143201	2,63043
428	183184	78402752	20,6882	7,5361	1344,6	143872	2,63144
429	184041	78953589	20,7123	7,5420	1347,7	144545	2,63246
430	184900	79507000	20,7364	7,5478	1350,9	145220	2,63347
431	185761	80062991	20,7605	7,5537	1354,0	145896	2,63448
432	186624	80621568	20,7846	7,5595	1357,2	146574	2,63548
433	187489	81182737	20,8087	7,5654	1360,3	147254	2,63649
434	188356	81746504	20,8327	7,5712	1363,5	147934	2,63749
435	189225	82312875	20,8567	7,5770	1366,6	148617	2,63849
436	190096	82881856	20,8806	7,5828	1369,7	149301	2,63949
437	190969	83453453	20,9045	7,5886	1372,9	149987	2,64048
438	191844	84027672	20,9284	7,5944	1376,0	150674	2,64147
439	192721	84604519	20,9523	7,6001	1379,2	151363	2,64246
440	193600	85184000	20,9762	7,6059	1382,3	152053	2,64345
441	194481	85766121	21,0000	7,6117	1385,4	152745	2,64444
442	195364	86350888	21,0238	7,6174	1388,6	153439	2,64542
443	196249	86938307	21,0476	7,6232	1391,7	154134	2,64640
444	197136	87528384	21,0713	7,6289	1394,9	154830	2,64738
445	198025	88121125	21,0950	7,6346	1398,0	155528	2,64836
446	198916	88716536	21,1187	7,6403	1401,2	156228	2,64933
447	199809	89314623	21,1424	7,6460	1404,3	156930	2,65031
448	200704	89915392	21,1660	7,6517	1407,4	157633	2,65128
449	201601	90518849	21,1896	7,6574	1410,6	158337	2,65225
450	202500	91125000	21,2132	7,6631	1413,7	159043	2,65321

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
451	203401	91733851	21,2368	7,6688	1416,9	159751	2,65418
452	204304	93345408	21,2603	7,6744	1420,0	160460	2,65514
453	205209	92959677	21,2838	7,6801	1423,1	161171	2,65610
454	206116	93576664	21,3073	7,6857	1426,3	161883	2,65706
455	207025	94196375	21,3307	7,6914	1429,4	162597	2,65801
456	207936	94818816	21,3542	7,6970	1432,6	163313	2,65896
457	208849	95443993	21,3776	7,7026	1435,7	164030	2,65992
458	209764	96071912	21,4009	7,7082	1438,8	164748	2,66087
459	210681	96702579	21,4243	7,7138	1442,0	165468	2,66181
460	211600	97336000	21,4476	7,7194	1445,1	166190	2,66276
461	212521	97972181	21,4709	7,7250	1448,3	166914	2,66370
462	213444	98611128	21,4942	7,7306	1451,4	167639	2,66464
463	214369	99252847	21,5174	7,7362	1454,6	168365	2,66558
464	215296	99897344	21,5407	7,7418	1457,7	169093	2,66652
465	216225	100544625	21,5639	7,7473	1460,8	169823	2,66745
466	217156	101194696	21,5870	7,7529	1464,0	170554	2,66839
467	218089	101847563	21,6102	7,7584	1467,1	171287	2,66932
468	219024	102503232	21,6333	7,7639	1470,3	172021	2,67025
469	219961	103161709	21,6564	7,7695	1473,4	172757	2,67117
470	220900	103823000	21,6795	7,7750	1476,5	173494	2,67210
471	221841	104487111	21,7025	7,7805	1479,7	174234	2,67302
472	222784	105154048	21,7256	7,7860	1482,8	174974	2,67394
473	223729	105823817	21,7486	7,7915	1486,0	175716	2,67486
474	224676	106496424	21,7715	7,7970	1489,1	176460	2,67578
475	225625	107171875	21,7945	7,8025	1492,3	177205	2,67669
476	226576	107850176	21,8174	7,8079	1495,4	177952	2,67761
477	227529	108531333	21,8403	7,8134	1498,5	178701	2,67852
478	228484	109215352	21,8632	7,8188	1501,7	179451	2,67943
479	229441	109902239	21,8861	7,8243	1504,8	180203	2,68034
480	230400	110592000	21,9089	7,8297	1508,0	180956	2,68124
481	231361	111284641	21,9317	7,8352	1511,1	181711	2,68215
482	232324	111980168	21,9545	7,8406	1514,2	182467	2,68305
483	233289	112678587	21,9773	7,8460	1517,4	183225	2,68395
484	234256	113799904	22,0000	7,8514	1520,5	183984	2,68485
485	235225	114084125	22,0227	7,8568	1523,7	184745	2,68574
486	236196	114791256	22,0454	7,8622	1526,8	185508	2,68664
487	237169	115013303	22,0681	7,8676	1530,0	186272	2,68753
488	238144	116214272	22,0907	7,8730	1533,1	187038	2,68842
489	239121	116930169	22,1133	7,8784	1536,2	187805	2,68931
490	240100	117649000	22,1359	7,8837	1539,4	188574	2,69020
491	241081	118370771	22,1585	7,8891	1542,5	189345	2,69108
492	242064	119095488	22,1811	7,8944	1545,7	190117	2,69197
493	243049	119823157	22,2036	7,8998	1548,8	190890	2,69285
494	244036	120553784	22,2261	7,9051	1551,9	191665	2,69373
495	245025	121287375	22,2486	7,9105	1555,1	192442	2,69461
496	246016	122023936	22,2711	7,9158	1558,2	193221	2,69548
497	247009	122763473	22,2935	7,9211	1561,4	194000	2,69636
498	248004	123505992	22,3159	7,9264	1564,5	194782	2,69723
499	249001	124251499	22,3383	7,9317	1567,7	195565	2,69810
500	250000	125000000	22,3607	7,9370	1570,8	196350	2,69897

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
501	251001	125751501	22,3820	7,9423	1573,9	197136	2,69984
502	252004	126506008	22,4054	7,9476	1577,1	197923	2,70070
503	253009	127263527	22,4277	7,9528	1580,2	198713	2,70157
504	254016	128024064	22,4499	7,9581	1583,4	199504	2,70243
505	255025	128787625	22,4722	7,9634	1586,5	200296	2,70329
506	256036	129554216	22,4944	7,9686	1589,6	201090	2,70415
507	257049	130323843	22,5167	7,9739	1592,8	201886	2,70501
508	258064	131096512	22,5389	7,9791	1595,9	202683	2,70586
509	259081	131872229	22,5610	7,9843	1599,1	203482	2,70672
510	260100	132651000	22,5832	7,9896	1602,2	204282	2,70757
511	261121	133432831	22,6053	7,9948	1605,4	205084	2,70842
512	262144	134217728	22,6274	8,0000	1608,5	205887	2,70927
513	263169	135005697	22,6495	8,0052	1611,6	206692	2,71012
514	264196	135796744	22,6716	8,0104	1614,8	207499	2,71096
515	265225	136590875	22,6936	8,0156	1617,9	208307	2,71181
516	266256	137388096	22,7156	8,0208	1621,1	209117	2,71265
517	267289	138188413	22,7376	8,0260	1624,2	209928	2,71349
518	268324	138991832	22,7596	8,0311	1627,3	210741	2,71433
519	269361	139798359	22,7816	8,0363	1630,5	211556	2,71517
520	270400	140608000	22,8035	8,0415	1633,6	212372	2,71600
521	271441	141420761	22,8254	8,0466	1636,8	213189	2,71684
522	272484	142236648	22,8473	8,0517	1639,9	214008	2,71767
523	273529	143055667	22,8692	8,0569	1643,1	214829	2,71850
524	274576	143877824	22,8910	8,0620	1646,2	215651	2,71933
525	275625	144703125	22,9129	8,0671	1649,3	216475	2,72016
526	276676	145531576	22,9347	8,0723	1652,5	217301	2,72099
527	277729	146363183	22,9565	8,0774	1655,6	218128	2,72181
528	278784	147197952	22,9783	8,0825	1658,8	218956	2,72263
529	279841	148035889	23,0000	8,0876	1661,9	219787	2,72346
530	280900	148877000	23,0217	8,0927	1665,0	220618	2,72428
531	281961	149721291	23,0434	8,0978	1668,2	221452	2,72509
532	283024	150568768	23,0651	8,1028	1671,3	222287	2,72591
533	284089	151419437	23,0868	8,1079	1674,5	223123	2,72673
534	285156	152273304	23,1084	8,1130	1677,6	223961	2,72754
535	286225	153130375	23,1301	8,1180	1680,8	224801	2,72835
536	287296	153990656	23,1517	8,1231	1683,9	225642	2,72916
537	288369	154854153	23,1733	8,1281	1687,0	226484	2,72997
538	289444	155720872	23,1948	8,1332	1690,2	227329	2,73078
539	290521	156590819	23,2164	8,1382	1693,3	228175	2,73159
540	291600	157464000	23,2379	8,1433	1696,5	229022	2,73239
541	292681	158340421	23,2594	8,1483	1699,6	229871	2,73320
542	293764	159220088	23,2809	8,1533	1702,7	230722	2,73400
543	294849	160103007	23,3024	8,1583	1705,9	231574	2,73480
544	295936	160989184	23,3238	8,1633	1709,0	232428	2,73560
545	297025	161878625	23,3452	8,1683	1712,2	233283	2,73640
546	298116	162771336	23,3666	8,1733	1715,3	234140	2,73719
547	299209	163667323	23,3880	8,1783	1718,5	234998	2,73799
548	300304	164566592	23,4094	8,1833	1721,6	235858	2,73878
549	301401	165469149	23,4307	8,1882	1724,7	236720	2,73957
550	302500	166375000	23,4521	8,1932	1727,9	237583	2,74036

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
551	303601	167284151	23,4734	8,1982	1731,0	238448	2,74115
552	304704	168196608	23,4947	8,2031	1734,2	239314	2,74194
553	305809	169112377	23,5160	8,2081	1737,3	240182	2,74273
554	306916	170031464	23,5372	8,2130	1740,4	241051	2,74351
555	308025	170953875	23,5584	8,2180	1743,6	241922	2,74429
556	309136	171879616	23,5797	8,2229	1746,7	242795	2,74507
557	310249	172808693	23,6008	8,2278	1749,9	243669	2,74586
558	311364	173741112	23,6220	8,2327	1753,0	244545	2,74663
559	312481	174676879	23,6432	8,2377	1756,2	245422	2,74741
560	313600	175616000	23,6643	8,2426	1759,3	246301	2,74819
561	314721	176558481	23,6854	8,2475	1762,4	247181	2,74896
562	315844	177504328	23,7065	8,2524	1765,6	248063	2,74974
563	316969	178453547	23,7276	8,2573	1768,7	248947	2,75051
564	318096	179406144	23,7487	8,2621	1771,9	249832	2,75128
565	319225	180362125	23,7697	8,2670	1775,0	250719	2,75205
566	320356	181321496	23,7908	8,2719	1778,1	251607	2,75282
567	321489	182284263	23,8118	8,2768	1781,3	252497	2,75358
568	322624	183250432	23,8328	8,2816	1784,4	253388	2,75435
569	323761	184220009	23,8537	8,2865	1787,6	254281	2,75511
570	324900	185193000	23,8747	8,2913	1790,7	255176	2,75587
571	326041	186169411	23,8956	8,2962	1793,8	256072	2,75664
572	327184	187149248	23,9165	8,3010	1797,0	256970	2,75740
573	328329	188132517	23,9374	8,3059	1800,1	257869	2,75815
574	329476	189119224	23,9583	8,3107	1803,3	258770	2,75891
575	330625	190109375	23,9792	8,3155	1806,4	259672	2,75967
576	331776	191102976	24,0000	8,3203	1809,6	260576	2,76042
577	332929	192100033	24,0208	8,3251	1812,7	261482	2,76118
578	334084	193100552	24,0416	8,3300	1815,8	262389	2,76193
579	335241	194104539	24,0624	8,3348	1819,0	263298	2,76268
580	336400	195112000	24,0832	8,3396	1822,1	264208	2,76343
581	337561	196122941	24,1039	8,3443	1825,3	265120	2,76418
582	338724	197137368	24,1247	8,3491	1828,4	266033	2,76492
583	339889	198155287	24,1454	8,3539	1831,6	266948	2,76567
584	341056	199176704	24,1661	8,3587	1834,7	267865	2,76641
585	342225	200201625	24,1863	8,3634	1837,8	268783	2,76716
586	343396	201230056	24,2074	8,3682	1841,0	269703	2,76790
587	344569	202262003	24,2281	8,3730	1844,1	270624	2,76864
588	345744	203297472	24,2487	8,3777	1847,3	271547	2,76938
589	346921	204336469	24,2693	8,3825	1850,4	272471	2,77012
590	348100	205379000	24,2899	8,3872	1853,5	273397	2,77085
591	349281	206425071	24,3105	8,3919	1856,7	274325	2,77159
592	350464	207474688	24,3311	8,3967	1859,8	275254	2,77232
593	351649	208527857	24,3516	8,4014	1863,0	276184	2,77305
594	352836	209584584	24,3721	8,4061	1866,1	277117	2,77379
595	354025	210644875	24,3926	8,4108	1869,2	278051	2,77452
596	355216	211708736	24,4131	8,4155	1872,4	278986	2,77525
597	356409	212776173	24,4336	8,4202	1875,5	279923	2,77597
598	357604	213847192	24,4540	8,4249	1878,7	280862	2,77670
599	358801	214921799	24,4745	8,4296	1881,8	281802	2,77743
600	360000	216000000	24,4949	8,4343	1885,0	282743	2,77815

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
601	361201	217081801	24,5153	8,4390	1888,1	283687	2,77887
602	362404	218167208	24,5357	8,4437	1891,2	284631	2,77960
603	363609	219256227	24,5561	8,4484	1894,4	285578	2,78032
604	364816	220348864	24,5764	8,4530	1897,5	286526	2,78104
605	366025	221445125	24,5967	8,4577	1900,7	287475	2,78176
606	367236	222545016	24,6171	8,4623	1903,8	288426	2,78247
607	368449	223648543	24,6374	8,4670	1906,9	289379	2,78319
608	369664	224755712	24,6577	8,4716	1910,1	290333	2,78390
609	370881	225866529	24,6779	8,4763	1913,2	291289	2,78462
610	372100	226981000	24,6982	8,4809	1916,4	292247	2,78533
611	373321	228099131	24,7184	8,4856	1919,5	293206	2,78604
612	374544	229220928	24,7386	8,4902	1922,7	294166	2,78675
613	375769	230346397	24,7588	8,4948	1925,8	295128	2,78746
614	376996	231475544	24,7790	8,4994	1928,9	296092	2,78817
615	378225	232608375	24,7992	8,5040	1932,1	297057	2,78888
616	379456	233744896	24,8193	8,5086	1935,2	298024	2,78958
617	380689	234885113	24,8395	8,5132	1938,4	298992	2,79029
618	381924	236029032	24,8596	8,5178	1941,5	299962	2,79099
619	383161	237176659	24,8797	8,5224	1944,6	300934	2,79169
620	384400	238328000	24,8998	8,5270	1947,8	301907	2,79239
621	385641	239483061	24,9199	8,5316	1950,9	302882	2,79309
622	386884	240641848	24,9399	8,5362	1954,1	303858	2,79379
623	388129	241804367	24,9600	8,5408	1957,2	304836	2,79449
624	389376	242970624	24,9800	8,5453	1960,4	305815	2,79518
625	390625	244140625	25,0000	8,5499	1963,5	306796	2,79588
626	391876	245314376	25,0200	8,5544	1966,6	307779	2,79657
627	393129	246491883	25,0400	8,5590	1969,8	308763	2,79727
628	394384	247673152	25,0599	8,5635	1972,9	309748	2,79796
629	395641	248858189	25,0799	8,5681	1976,1	310736	2,79865
630	396900	250047000	25,0998	8,5726	1979,2	311725	2,79934
631	398161	251239591	25,1197	8,5772	1982,3	312715	2,80003
632	399424	252435968	25,1396	8,5817	1985,5	313707	2,80072
633	400689	253636137	25,1595	8,5862	1988,6	314700	2,80140
634	401956	254840104	25,1794	8,5907	1991,8	315696	2,80209
635	403225	256047875	25,1992	8,5952	1994,9	316692	2,80277
636	404496	257259456	25,2190	8,5997	1998,1	317690	2,80346
637	405769	258474853	25,2389	8,6043	2001,2	318690	2,80414
638	407044	259694072	25,2587	8,6088	2004,3	319692	2,80482
639	408321	260917119	25,2784	8,6132	2007,5	320695	2,80550
640	409600	262144000	25,2982	8,6177	2010,6	321699	2,80618
641	410881	263374721	25,3180	8,6222	2013,8	322705	2,80686
642	412164	264609288	25,3377	8,6267	2016,9	323713	2,80754
643	413449	265847707	25,3574	8,6312	2020,0	324722	2,80821
644	414736	267089984	25,3772	8,6357	2023,2	325733	2,80889
645	416025	268336125	25,3969	8,6401	2026,3	326745	2,80956
646	417316	269586136	25,4165	8,6446	2029,5	327759	2,81023
647	418609	270840023	25,4362	8,6490	2032,6	328775	2,81090
648	419904	272097792	25,4558	8,6535	2035,8	329792	2,81158
649	421201	273359449	25,4755	8,6579	2038,9	330810	2,81224
650	422500	274625000	25,4951	8,6624	2042,0	331831	2,81291

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
651	423801	275894451	25,5147	8,6668	2045,2	332853	2,81358
652	425104	277167808	25,5343	8,6713	2048,3	333876	2,81425
653	426409	278445077	25,5539	8,6757	2051,5	334901	2,81491
654	427716	279726264	25,5734	8,6801	2054,6	335927	2,81558
655	429025	281011375	25,5930	8,6845	2057,7	336955	2,81624
656	430336	282300416	25,6125	8,6890	2060,9	337985	2,81690
657	431649	283593393	25,6320	8,6934	2064,0	339016	2,81757
658	432964	284890312	25,6515	8,6978	2067,2	340049	2,81823
659	434281	286191179	25,6710	8,7022	2070,3	341084	2,81889
660	435600	287496000	25,6905	8,7066	2073,5	342119	2,81954
661	436921	288804781	25,7099	8,7110	2076,6	343157	2,82020
662	438244	290117528	25,7294	8,7154	2079,7	344196	2,82086
663	439569	291434247	25,7488	8,7198	2082,9	345237	2,82151
664	440896	292754944	25,7682	8,7241	2086,0	346279	2,82217
665	442225	294079625	25,7876	8,7285	2089,2	347323	2,82282
666	443556	295408296	25,8070	8,7329	2092,3	348368	2,82347
667	444889	296740963	25,8263	8,7373	2095,4	349415	2,82413
668	446224	298077632	25,8457	8,7416	2098,6	350464	2,82478
669	447561	299418309	25,8650	8,7460	2101,7	351514	2,82543
670	448900	300763000	25,8844	8,7503	2104,9	352565	2,82607
671	450241	302111711	25,9037	8,7547	2108,0	353618	2,82672
672	451584	303464448	25,9250	8,7590	2111,2	354673	2,82737
673	452929	304821217	25,9422	8,7634	2114,3	355730	2,82802
674	454276	306182024	25,9615	8,7677	2117,4	356788	2,82866
675	455625	307546875	25 9808	8,7721	2120,6	357847	2,82930
676	456976	308915776	26,0000	8,7764	2123,7	358908	2,82995
677	458329	310288733	26,0192	8,7807	2126,9	359971	2,83059
678	459684	311665752	26,0384	8,7850	2130,0	361035	2,83123
679	461041	313046839	26,0576	8,7893	2133,1	362101	2,83187
680	462400	314432000	26,0768	8,7937	2136,3	363168	2,83251
681	463761	315821241	26,0960	8,7980	2139,4	364237	2,83315
682	465124	317214568	26,1151	8,8023	2142,6	365308	2,83378
683	466489	318611987	26,1343	8,8066	2145,7	366380	2,83442
684	467856	320013504	26,1534	8,8109	2148,8	367453	2,83506
685	469225	321419125	26,1725	8,8152	2152,0	368528	2,83569
686	470596	322828856	26,1916	8,8194	2155,1	369605	2,83632
687	471969	324242703	26,2107	8,8237	2158,3	370684	2,83696
688	473344	325660672	26,2298	8,8280	2161,4	371764	2,83759
689	474721	327082769	26,2488	8,8323	2164,6	372845	2,83822
690	476100	328509000	26,2679	8,8366	2167,7	373928	2,83885
691	477481	329939371	26,2869	8,8408	2170,8	375013	2,83948
692	478864	331373888	26,3059	8,8451	2174,0	376099	2,84011
693	480249	332812557	26,3249	8,8493	2177,1	377187	2,84073
694	481636	334255384	26,3439	8,8536	2180,3	378276	2,84136
695	483025	335702375	26,3629	8,8578	2183,4	379367	2,84198
696	484416	337153536	26,3818	8,8621	2186,5	380459	2,84261
697	485809	338608873	26,4008	8,8663	2189,7	381553	2,84323
698	487204	340068392	26,4197	8,8706	2192,8	382649	2,84386
699	488601	341532099	26,4386	8,8748	2196,0	383746	2,84448
700	490000	343000000	26,4575	8,8790	2199,1	384845	2,84510

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
701	491401	344472101	26,4764	8,8833	2202,3	385945	2,84572
702	492804	345948408	26,4953	8,8875	2205,4	387047	2,84634
703	494209	347428927	26,5141	8,8917	2208,5	388151	2,84696
704	495616	348913664	26,5330	8,8959	2211,7	389256	2,84757
705	497025	350402625	26,5518	8,9001	2214,8	390363	2,84819
706	498436	351895816	26,5707	8,9043	2218,0	391471	2,84880
707	499849	353393243	26,5895	8,9085	2221,1	382580	2,84942
708	501264	354894912	26,6083	8,9127	2224,2	393692	2,85003
709	502681	356400829	26,6271	8,9169	2227,4	394805	2,85065
710	504100	357911000	26,6458	8,9211	2230,5	395919	2,85126
711	505521	359425431	26,6646	8,9253	2233,7	397035	2,85187
712	506944	360944128	26,6833	8,9295	2236,8	398153	2,85248
713	508369	362467097	26,7021	8,9337	2240,0	399272	2,85309
714	509796	363994344	26,7208	8,9378	2243,1	400393	2,85370
715	511225	365525875	26,7395	8,9420	2246,2	401515	2,85431
716	512656	367061696	26,7582	8,9462	2249,4	402639	2,85491
717	514089	368601813	26,7769	8,9503	2252,5	403765	2,85552
718	515524	370146232	26,7955	8,9545	2255,7	404892	2,85612
719	516961	371694959	26,8142	8,9587	2258,8	406020	2,85673
720	518400	373248000	26,8328	8,9628	2261,9	407150	2,85733
721	519841	374805361	26,8514	8,9670	2265,1	408282	2,85794
722	521284	376367048	26,8701	8,9711	2268,2	409415	2,85854
723	522729	377933067	26,8887	8,9752	2271,4	410550	2,85914
724	524176	379503424	26,9072	8,9794	2274,5	411687	2,85974
725	525625	381078125	26,9258	8,9835	2277,7	412825	2,86034
726	527076	382657176	26,9444	8,9876	2280,8	413965	2,86094
727	528529	384240583	26,9629	8,9918	2283,9	415106	2,86153
728	529984	385828352	26,9815	8,9959	2287,1	416248	2,86213
729	531441	387420489	27,0000	9,0000	2290,2	417393	2,86273
730	532900	389017000	27,0185	9,0041	2293,4	418539	2,86332
731	534361	390617891	27,0370	9,0082	2296,5	419686	2,86392
732	535824	392223168	27,0555	9,0123	2299,6	420835	2,86451
733	537289	393832837	27,0740	9,0164	2302,8	421986	2,86510
734	538756	395446904	27,0924	9,0205	2305,9	423138	2,86570
735	540225	397065375	27,1109	9,0246	2309,1	424293	2,86629
736	541696	398688256	27,1293	9,0287	2312,2	425447	2,86688
737	543169	400315553	27,1477	9,0328	2315,4	426604	2,86747
738	544644	401947272	27,1662	9,0369	2318,5	427762	2,86806
739	546121	403583419	27,1846	9,0410	2321,6	428922	2,86864
740	547600	405224000	27,2029	9,0450	2324,8	430084	2,86923
741	549081	406869021	27,2213	9,0491	2327,9	431247	2,86982
742	550564	408518488	27,2397	9,0532	2331,1	432412	2,87040
743	552049	410172407	27,2580	9,0572	2334,2	433578	2,87099
744	553536	411830784	27,2764	9,0613	2337,3	434746	2,87157
745	555025	413493625	27,2947	9,0654	2340,5	435916	2,87216
746	556516	415160936	27,3130	9,0694	2343,6	437087	2,87274
747	558009	416832723	27,3313	9,0735	2346,8	438259	2,87332
748	559504	418508992	27,3496	9,0775	2349,9	439433	2,87390
749	561001	420189749	27,3679	9,0816	2353,1	440609	2,87448
750	562500	421875000	27,3861	9,0856	2356,2	441786	2,87506

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
751	564001	423564751	27,4044	9,0896	2359,3	442965	2,87564
752	565504	425259008	27,4226	9,0937	2362,5	444146	2,87622
753	567009	426957777	27,4408	9,0977	2365,6	445328	2,87679
754	568516	428661064	27,4591	9,1017	2368,8	446511	2,87737
755	570025	430368875	27,4773	9,1057	2371,9	447697	2,87795
756	571536	432081216	27,4955	9,1098	2375,0	448883	2,87852
757	573049	433798093	27 5136	9,1138	2378,2	450072	2,87910
758	574564	435519512	27,5318	9,1178	2381,3	451262	2,87967
759	576081	437245479	27,5500	9,1218	2384,5	452453	2,88024
760	577600	438976000	27,5681	9,1258	2387,6	453646	2,88081
761	579121	440711081	27,5862	9,1298	2390,8	454841	2,88138
762	580644	442450728	27,6043	9,1338	2393,9	456037	2,88195
763	582169	444194947	27,6225	9,1378	2397,0	457234	2,88252
764	583696	445943744	27,6405	9,1418	2400,2	458434	2,88309
765	585225	447697125	27,6586	9,1458	2403,3	459635	2,88366
766	586576	449455096	27,6767	9,1498	2406,5	460837	2,88423
767	588289	451217663	27,6948	9,1537	2409,6	462041	2,88480
768	589824	452984832	27,7128	9,1577	2412,7	463247	2,88536
769	591361	454756609	27,7308	9,1617	2415,9	464454	2,88593
770	592900	456533000	27,7489	9,1657	2419,0	465663	2,88649
771	594441	458314011	27,7669	9,1696	2422,2	466873	2,88705
772	595984	460099648	27,7849	9,1736	2425,3	468085	2,88962
773	597529	461889917	27,8029	9,1775	2428,5	469298	2,88818
774	599076	463684824	27,8209	9,1815	2431,6	470513	2,88874
775	600625	465484375	27,8388	9,1855	2434,7	471730	2,88930
776	602176	467288576	27,8568	9,1894	2437,9	472948	2,88986
777	603729	469097433	27,8747	9,1933	2441,0	474168	2,89042
778	605284	470910952	27,8927	9,1973	2444,2	475389	2,89098
779	606841	472729139	27,9106	9,2012	2447,3	476612	2,89154
780	608400	474552000	27,9285	9,2052	2450,4	477836	2,89209
781	609961	476379541	27,9464	9,2091	2453,6	479062	2,89265
782	611524	478211768	27,9643	9,2130	2456,7	480290	2,89321
783	613089	480048687	27,9821	9,2170	2459,9	481519	2,89376
784	614656	481890304	28,0000	9,2209	2463,0	482750	2,89432
785	616225	483736625	28,0179	9,2248	2466,2	483982	2,89487
786	617796	485587656	28,0357	9,2287	2469,3	485216	2,89542
787	619369	487443403	28,0535	9,2326	2472,4	486451	2,89597
788	620944	489303872	28,0713	9,2365	2475,6	487688	2,89653
789	622521	491169069	28,0891	9,2404	2478,7	488927	2,89708
790	624100	493039000	28,1069	9,2443	2481,9	490167	2,89763
791	625681	494913671	28,1247	9,2482	2485,0	491409	2,89818
792	627264	496793088	28,1425	9,2521	2488,1	492652	2,89873
793	628849	498677257	28,1603	9,2560	2491,3	493897	2,89927
794	630436	500566184	28,1780	9,2599	2494,4	495143	2,89982
795	632025	502459875	28,1957	9,2638	2497,6	496391	2,90037
796	633616	504358336	28,2135	9,2677	2500,7	497641	2,90091
797	635209	506261573	28,2312	9,2716	2503,8	498892	2,90146
798	636804	508169592	28,2489	9,2754	2507,0	500145	2,90200
799	638401	510082399	28,2666	9,2793	2510,1	501399	2,90255
800	640000	512000000	28,2843	9,2832	2513,3	502655	2,90309

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
801	641601	513922401	28,3019	9,2870	2516,4	503912	2,90363
802	643204	515849608	28,3196	9,2909	2519,6	505171	2,90417
803	644809	517781627	28,3373	9,2948	2522,7	506432	2,90472
804	646416	519718464	28,3549	9,2986	2525,8	507694	2,90526
805	648025	521660125	28,3725	9,3025	2529,0	508958	2,90580
806	649636	523606616	28,3901	9,3063	2532,1	510223	2,90634
807	651249	525557943	28,4077	9,3102	2535,3	511490	2,90687
808	652864	527514112	28,4253	9,3140	2538,4	512758	2,90741
809	654481	529475129	28,4429	9,3179	2541,5	514028	2,90795
810	656100	531441000	28,4605	9,3217	2544,7	515300	2,90849
811	657721	533411731	28,4781	9,3255	2547,8	516573	2,90902
812	659344	535387328	28,4956	9,3294	2551,0	517848	2,90956
813	660969	537367797	28,5132	9,3332	2554,1	519124	2,91009
814	662596	539353144	28,5307	9,3370	2557,3	520402	2,91062
815	664225	541343375	28,5482	9,3408	2560,4	521681	2,91116
816	665856	543338496	28,5657	9,3447	2563,5	522962	2,91169
817	667489	545338513	28,5832	9,3485	2566,7	524245	2,91222
818	669124	547343432	28,6007	9,3523	2569,8	525529	2,91275
819	670761	549353259	28,6182	9,3561	2573,0	526814	2,91328
820	672400	551368000	28,6356	9,3599	2576,1	528102	2,91381
821	674041	553387661	28,6531	9,3637	2579,2	529391	2,91434
822	675684	555412248	28,6705	9,3675	2582,4	530681	2,91487
823	677329	557441767	28,6880	9,3713	2585,5	531973	2,91540
824	678976	559476224	28,7054	9,3751	2588,7	533267	2,91593
825	680625	561515625	28,7228	9,3789	2591,8	534562	2,91645
826	682276	563559976	28,7402	9,3827	2595,0	535858	2,91698
827	683929	565609283	28,7576	9,3865	2598,1	537157	2,91751
828	685584	567663552	28,7750	9,3902	2601,2	538456	2,91803
829	687241	569722789	28,7924	9,3940	2604,4	539758	2,91855
830	688900	571787000	28,8097	9,3978	2607,5	541061	2,91908
831	690561	573856191	28,8271	9,4016	2610,7	542365	2,91960
832	692224	575930368	28,8444	9,4053	2613,8	543671	2,92012
833	693889	578009537	28,8617	9,4091	2616,9	544979	2,92065
834	695556	580093704	28,8791	9,4129	2620,1	546288	2,92117
835	697225	582182875	28,8964	9,4166	2623,2	547599	2,92169
836	698896	584277056	28,9137	9,4204	2626,4	548912	2,92221
837	700569	586376253	28,9310	9,4241	2629,5	550226	2,92273
838	702244	588480472	28,9482	9,4279	2632,7	551541	2,92324
839	703921	590589719	28,9655	9,4316	2635,8	552858	2,92376
840	705600	592704000	28,9828	9,4354	2638,9	554177	2,92428
841	707281	594823321	29,0000	9,4391	2642,1	555497	2,92480
842	708964	596947688	29,0172	9,4429	2645,2	556819	2,92531
843	710649	599077107	29,0345	9,4466	2648,4	558142	2,92583
844	712336	601211584	29,0517	9,4541	2651,5	559467	2,92686
845	714025	603351125	29,0689	9,4503	2654,6	560794	2,92634
846	715716	605495736	29,0861	9,4578	2657,8	562122	2,92737
847	717409	607645423	29,1033	9,4615	2660,9	563452	2,92788
848	719104	609800192	29,1204	9,4652	2664,1	564783	2,92840
849	720801	611960049	29,1376	9,4690	2667,2	566116	2,92891
850	722500	614125000	29,1548	9,4727	2670,4	567450	2,92942

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
851	724201	616295051	29,1719	9,4764	2673,5	568786	2,92993
852	725904	618470208	29,1890	9,4801	2676,6	570124	2,93044
853	727609	620650477	29,2062	9,4838	2679,8	571463	2,93095
854	729316	622835864	29,2233	9,4875	2682,9	572803	2,93146
855	731025	625026375	29,2404	9,4912	2686,1	574146	2,93197
856	732736	627222016	29,2575	9,4949	2689,2	575490	2,93247
857	734449	629422793	29,2746	9,4986	2692,3	576835	2,92298
858	736164	631628712	29,2916	9,5023	2695,5	578182	2,93349
859	737881	633839779	29,3087	9,5060	2698,6	579530	2,93399
860	739600	636056000	29,3258	9,5097	2701,8	580880	2,93450
861	741321	638277381	29,3428	9,5134	2704,9	582232	2,93500
862	743044	640503928	29,3598	9,5171	2708,1	583585	2,93551
863	744769	642735647	29,3769	9,5207	2711,2	584940	2,93601
864	746496	644972544	29,3939	9,5244	2714,3	586297	2,93651
865	748225	647214625	29,4109	9,5281	2717,5	587655	2,93702
866	749956	649461896	29,4279	9,5317	2720,6	589014	2,93752
867	751689	651714363	29,4449	9,5354	2723,8	590375	2,93802
868	753424	653972032	29,4618	9,5391	2726,9	591738	2,93852
869	755161	656234909	29,4788	9,5427	2730,0	593102	2,93902
870	756900	658503000	29,4958	9,5464	2733,2	594468	2,93952
871	758641	660776311	29,5127	9,5501	2736,3	595835	2,94002
872	760384	663054848	29,5296	9,5537	2739,5	597204	2,94052
873	762129	665338617	29,5466	9,5574	2742,6	598575	2,94101
874	763876	667627624	29,5635	9,5610	2745,8	599947	2,94151
875	765625	669921875	29,5804	9,5647	2748,9	601320	2,94201
876	767376	672221376	29,5973	9,5683	2752,0	602696	2,94250
877	769129	674526133	29,6142	9,5719	2755,2	604073	2,94300
878	770884	676836152	29,6311	9,5757	2758,3	605451	2,94349
879	772641	679151439	29,6479	9,5792	2761,5	606831	2,94399
880	774400	681472000	29,6648	9,5828	2764,6	608212	2,94448
881	776161	683797841	29,6816	9,5865	2767,7	609595	2,94498
882	777924	686128968	29,6985	9,5901	2770,9	610980	2,94547
883	779689	688465387	29,7153	9,5937	2774,0	612366	2,94596
884	781456	690807104	29,7321	9,5973	2777,2	613754	2,94645
885	783225	693154125	29,7489	9,6010	2780,3	615143	2,94694
886	784996	695506456	29,7658	9,6046	2783,5	616534	2,94743
887	786769	697864103	29,7825	9,6082	2786,6	617927	2,94792
888	788544	700227072	29,7993	9,6118	2789,7	619321	2,94841
889	790321	702595369	29,8161	9,6154	2792,9	620717	2,94890
890	792100	704969000	29,8329	9,6190	2796,0	622114	2,94939
891	793881	707347971	29,8496	9,6226	2799,2	623513	2,94988
892	795664	709732288	29,8664	9,6262	2802,3	624913	2,95036
893	797449	712121957	29,8831	9,6298	2805,4	626315	2,95085
894	799236	714516984	29,8998	9,6334	2808,6	627718	2,95134
895	801025	716917375	29,9166	9,6370	2811,7	629124	2,95182
896	802816	719323136	29,9333	9,6406	2814,9	630530	2,95231
897	804609	721734273	29,9500	9,6442	2818,0	631938	2,95279
898	806404	724150792	29,9666	9,6477	2821,2	633348	2,95328
899	808201	726572699	29,9833	9,6513	2824,3	634760	2,95376
900	810000	729000000	30,0000	9,6549	2827,4	636173	2,95424

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	πn	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
901	811801	731432701	30,0167	9,6585	2830,6	637587	2,95472
902	813604	733870808	30,0333	9,6620	2833,7	639003	2,95521
903	815409	736314327	30,0500	9,6656	2836,9	640421	2,95569
904	817216	738763264	30,0666	9,6691	2840,0	641840	2,95617
905	819025	741217625	30,0832	9,6727	2843,1	643261	2,95665
906	820836	743677416	30,0998	9,6763	2846,3	644683	2,95713
907	822649	746142643	30,1164	9,6799	2849,4	646107	2,95761
908	824464	748613312	30,1330	9,6834	2852,6	647533	2,95809
909	826281	751089429	30,1496	9,6870	2855,7	648960	2,95856
910	828100	753571000	30,1662	9,6905	2858,8	650388	2,95904
911	829921	756058031	30,1828	9,6941	2862,0	651818	2,95952
912	831744	758550528	30,1993	9,6976	2865,1	653250	2,95999
613	833569	761048497	30,2159	9,7012	2868,3	654684	2,96047
914	835396	763551944	30,2324	9,7047	2861,4	656118	2,96095
915	837225	766060875	30,2490	9,7082	2874,6	657555	2,96142
916	839056	768575296	30,2655	9,7118	2877,7	658993	2,96190
917	840889	771095213	30,2820	9,7153	2880,8	660433	2,96237
918	842724	773620632	30,2985	9,7188	2884,0	661874	2,96284
919	844561	776151559	30,3150	9,7224	2887,1	663317	2,96332
920	846400	778688000	30,3315	9,7259	2890,3	664761	2,96379
921	848241	781229961	30,3480	9,7294	2893,4	666207	2,96426
922	850084	783777448	30,3645	9,7329	2896,5	667654	2,96473
923	851929	786330467	30,3809	9,7364	2899,7	669103	2,96520
924	853776	788889024	30,3974	9,7400	2902,8	670554	2,96567
925	855625	791453125	30,4138	9,7435	2906,0	672006	2,96614
926	857476	794022776	30,4302	9,7470	2909,1	673460	2,96661
927	859329	796597983	30,4467	9,7505	2912,3	674915	2,96708
928	861184	799178752	30,4631	9,7540	2915,4	676372	2,96755
929	863041	801765089	30,4795	9,7575	2918,5	677831	2,96802
930	864900	804357000	30,4959	9,7610	2921,7	679291	2,96848
931	866761	806954491	30,5132	9,7645	2924,8	680752	2,96895
932	868624	809557568	30,5287	9,7680	2928,0	682216	2,96942
933	870489	812166237	30,5450	9,7715	2931,1	683680	2,96988
934	872356	814780504	30,5614	9,7750	2934,2	685147	2,97035
935	874225	817400375	30,5778	9,7785	2937,4	686615	2,97081
936	876096	820025856	30,5941	9,7819	2940,5	688084	2,97128
937	877969	822656953	30,6105	9,7854	2943,7	689555	2,97174
938	879844	825293672	30,6268	9,7889	2946,8	691028	2,97220
939	881721	827936019	30,6431	9,7924	2950,0	692502	2,97267
940	883600	830584000	30,6594	9,7959	2953,1	693978	2,97313
941	885481	833237621	30,6757	9,7993	2956,2	695455	2,97359
942	887364	835896888	30,6920	9,8028	2959,4	696934	2,97405
943	889249	838561807	30,7083	9,8063	2962,5	698415	2,97451
944	891136	841232384	30,7246	9,8097	2965,7	699897	2,97497
945	893025	843908625	30,7409	9,8132	2968,8	701380	2,97543
946	894916	846590536	30,7571	9,8167	2971,9	702865	2,97589
947	896809	849278123	30,7734	9,8201	2975,1	704352	2,97635
948	898704	851971392	30,7896	9,8236	2978,2	705840	2,97681
949	900601	854670349	30,8058	9,8270	2981,4	707330	2,97727
950	902500	857375000	30,8221	9,8305	2984,5	708822	2,97772

n	n^2	n^3	$\sqrt{n}$	$\sqrt[3]{n}$	π n	$\frac{\pi n^2}{4}$	log n
951	904401	860085351	30,8383	9,8339	2987,7	710315	2,97818
952	906304	862801408	30,8545	9,8374	2990,8	711809	2,97864
953	908209	865523177	30,8707	9,8408	2993,9	713306	2,97909
954	910116	868250664	30,8869	9,8443	2997,1	714803	2,97955
955	912025	870983875	30,9031	9,8477	3000,2	716303	2,98000
956	913936	873722816	30,9192	9,8511	3003,4	717804	2,98046
957	915849	876467493	30,9354	9,8546	3006,5	719306	2,98091
958	917764	879217912	30,9516	9,8580	3009,6	720810	2,98137
959	919681	881974079	30,9677	9,8614	3012,8	722316	2,98182
960	921600	884736000	30,9839	9,8648	3015,9	723823	2,98227
961	923521	887503681	31,0000	9,8683	3019,1	725332	2,98272
962	925444	890277128	31,0161	9,8717	3022,2	726842	2,98318
963	927369	893056347	31,0322	9,8751	3025,4	728354	2,98363
964	929296	895841344	31,0483	9,8785	3028,5	729867	2,98408
965	931225	898632125	31,0644	9,8819	3031,6	731382	2,98453
966	933156	901428696	31,0805	9,8854	3034,8	732899	2,98498
967	935089	904231063	31,0966	9,8888	3037,9	734417	2,98543
968	937024	907039232	31,1127	9,8922	3041,1	735937	2,98588
969	938961	909853209	31,1288	9,8956	3044,2	737458	2,98632
970	940900	912673000	31,1448	9,8990	3047,3	738981	2,98677
971	942841	915498611	31,1609	9,9024	3050,5	740506	2,98722
972	944784	918330048	31,1769	9,9058	3053,6	742032	2,98767
973	946729	921167317	31,1929	9,9092	3056,8	743559	2,98811
974	948676	924010424	31,2090	9,9126	3059,9	745088	2,98856
975	950625	926859375	31,2250	9,9160	3063,1	746619	2,98900
976	952576	929714176	31,2410	9,9194	3066,2	748151	2,98945
977	954529	932574833	31,2570	9,9227	3069,3	749685	2,98989
978	956484	935441352	31,2730	9,9261	3072,5	751221	2,99034
979	958441	938313739	31,2890	9,9295	3075,6	752758	2,99078
980	960400	941192000	31,3050	9,9329	3078,8	754296	2,99123
981	962361	944076141	31,3209	9,9363	3081,9	755837	2,99167
982	964324	946966168	31,3369	9,9396	3085,0	757378	2,99211
983	966289	949862087	31,3528	9,9430	3088,2	758922	2,99255
984	968256	952763904	31,3688	9,9464	3091,3	760466	2,99300
985	970225	955671625	31,3847	9,9497	3094,5	762013	2,99344
986	912196	958585256	31,4006	9,9531	3097,6	763561	2,99388
987	974169	961504803	31,4166	9,9565	3100,8	765111	2,99432
988	976144	964430272	31,4325	9,9598	3103,9	766662	2,99476
989	978121	967361669	31,4484	9,9632	3107,0	768214	2,99520
990	980100	970299000	31,4643	9,9666	3110,2	769769	2,99564
991	982081	973242271	31,4802	9,9699	3113,3	771325	2,99607
992	984064	976191488	31,4960	9,9733	3116,5	772882	2,99651
993	986049	979146657	31,5119	9,9766	3119,6	774441	2,99695
994	988036	982107784	31,5278	9,9800	3122,7	776002	2,99739
995	990025	985074875	31,5436	9,9833	3125,9	777564	2,99782
996	992016	988047936	31,5595	9,9866	3129,0	779128	2,99826
997	994009	991026973	31,5753	9,9900	3132,2	780693	2,99870
998	996004	994011992	31,5911	9,9933	3135,3	782260	2,99913
999	998001	997002999	31,6070	9,9967	3138,5	783828	2,99957

Seno

gradi	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
0	0	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	**89**
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	**88**
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	**87**
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0610	0,0640	0,0669	0,0698	**86**
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	**85**
5	0,0872	0,0901	0,0929	0,0958	0,0987	0,1016	0,1045	**84**
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	**83**
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	**82**
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	**81**
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1650	0,1679	0,1708	0,1736	**80**
10	0,1736	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	**79**
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	**78**
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	**77**
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2334	0,2363	0,2301	0,2419	**76**
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	**75**
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	**74**
16	0,2765	0,2756	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	**73**
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3062	0,3090	**72**
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	**71**
19	0,3256	0,3282	0,3311	0,3338	0,3365	0,3393	0,3420	**70**
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	**69**
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3746	**68**
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	**67**
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3987	0,4014	0,4041	0,4067	**66**
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	**65**
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	**64**
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	**63**
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4617	0,4643	0,4669	0,4695	**62**
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	**61**
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	**60**
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	**59**
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	**58**
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	**57**
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	**56**
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	**55**
35	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	**54**
36	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	**53**
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	**52**
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6293	**51**
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	**50**
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6494	0,6517	0,6539	0,6561	**49**
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	**48**
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	**47**
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	**46**
44	0,6947	0,6967	0,6988	0,7009	0,7030	0,7050	0,7071	**45**
	60′	50′	40′	30′	20′	10′	0′	gradi

Coseno

Seno

gradi	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′	
45	0,7071	0,7092	0,7112	0,7133	0,7153	0,7173	0,7193	**44**
46	0,7193	0,7214	0,7234	0,7254	0,7274	0,7294	0,7314	**43**
47	0,7314	0,7333	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	**42**
48	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7258	0,7547	**41**
49	0,7547	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	**40**
50	0,7660	0,7679	0,7698	0,7716	0,7735	0,7753	0,7771	**39**
51	0,7771	0,7790	0,7808	0,7826	0,7844	0,7862	0,7880	**38**
52	0,7880	0,7898	0,7916	0,7934	0,7951	0,7969	0,7986	**37**
53	0,7986	0,8004	0,8021	0,8039	0,8056	0,8073	0,8090	**36**
54	0,8090	0,8107	0,8124	0,8141	0,8158	0,8175	0,8192	**35**
55	0,8192	0,8208	0,8225	0,8241	0,8258	0,8274	0,8290	**34**
56	0,8290	0,8307	0,8323	0,8339	0,8355	0,8371	0,8387	**33**
57	0,8387	0,8403	0,8418	0,8434	0,8450	0,8465	0,8481	**32**
58	0,8481	0,8496	0,8511	0,8526	0,8542	0,8557	0,8572	**31**
59	0,8572	0,8587	0,8602	0,8616	0,8631	0,8646	0,8660	**30**
60	0,8660	0,8675	0,8689	0,8704	0,8718	0,8732	0,8746	**29**
61	0,8746	0,8760	0,8774	0,8788	0,8802	0,8816	0,8829	**28**
62	0,8829	0,8843	0,8857	0,8870	0,8884	0,8897	0,8910	**27**
63	0,8910	0,8923	0,8936	0,8949	0,8962	0,8975	0,8988	**26**
64	0,8988	0,9001	0,9013	0,9026	0,9038	0,9051	0,9063	**25**
65	0,9063	0,9075	0,9088	0,9100	0,9112	0,9124	0,9135	**24**
66	0,9135	0,9147	0,9159	0,9171	0,9182	0,9194	0,9205	**23**
67	0,9205	0,9216	0,9228	0,9239	0,9250	0,9261	0,9272	**22**
68	0,9272	0,9283	0,9293	0,9304	0,9315	0,9325	0,9336	**21**
69	0,9336	0,9346	0,9356	0,9367	0,9377	0,9387	0,9397	**20**
70	0,9397	0,9407	0,9417	0,9426	0,9436	0,9446	0,9455	**19**
71	0,9455	0,9465	0,9474	0,9483	0,9492	0,9502	0,9511	**18**
72	0,9511	0,9520	0,9528	0,9537	0,9546	0,9554	0,9563	**17**
73	0,9563	0,9572	0,9580	0,9588	0,9596	0,9605	0,9613	**16**
74	0,9613	0,9621	0,9628	0,9636	0,9644	0,9652	0,9659	**15**
75	0,9659	0,9667	0,9674	0,9681	0,9689	0,9696	0,9703	**14**
76	0,9703	0,9710	0,9717	0,9724	0,9730	0,9737	0,9744	**13**
77	0,9744	0,9750	0,9757	0,9763	0,9769	0,9775	0,9781	**12**
78	0,9781	0,9787	0,9793	0,9799	0,9805	0,9811	0,9816	**11**
79	0,9816	0,9822	0,9827	0,9833	0,9838	0,9843	0,9848	**10**
80	0,9848	0,9853	0,9858	0,9863	0,9868	0,9872	0,9877	**9**
81	0,9877	0,9881	0,9886	0,9890	0,9894	0,9899	0,9903	**8**
82	0,9903	0,9907	0,9911	0,9914	0,9918	0,9922	0,9925	**7**
83	0,9925	0,9929	0,9932	0,9936	0,9939	0,9942	0,9945	**6**
84	0,9945	0,9948	0,9951	0,9954	0,9957	0,9959	0,9962	**5**
85	0,9962	0,9964	0,9967	0,9969	0,9971	0,9974	0,9976	**4**
86	0,9976	0,9978	0,9980	0,9981	0,9983	0,9985	0,9986	**3**
87	0,9986	0,9988	0,9989	0,9990	0,9992	0,9993	0,9994	**2**
88	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	**1**
89	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	**0**
	60′	**50′**	**40′**	**30′**	**20′**	**10′**	**0′**	gradi

Coseno

Tangente

gradi	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′
0	0	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051
6	0,1051	0,1080	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2247	0,2278	0,2309
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2679
15	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867
16	0,2867	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3025	0,3057
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4006	0,4040
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4210	0,4245
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4417	0,4452
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317
28	0,5317	0,5354	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745
34	0,6745	0,6787	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1

Tangente

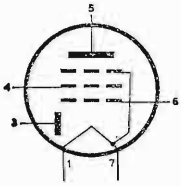
gradi	0′	10′	20′	30′	40′	50′	60′
45	1	1,0058	1,0117	1,0176	1,0236	1,0295	1,0355
46	1,0355	1,0416	1,0477	1,0538	1,0599	1,0661	1,0724
47	1,0724	1,0786	1,0850	1,0913	1,0977	1,1041	1,1106
48	1,1106	1,1171	1,1237	1,1303	1,1369	1,1436	1,1504
49	1,1504	1,1571	1,1640	1,1708	1,1778	1,1847	1,1918
50	1,1918	1,1988	1,2059	1,2131	1,2203	1,2276	1,2349
51	1,2349	1,2423	1,2497	1,2572	1,2647	1,2723	1,2799
52	1,2799	1,2876	1,2954	1,3032	1,3111	1,3190	1,3270
53	1,3270	1,3351	1,3432	1,3514	1,3597	1,3680	1,3764
54	1,3764	1,3848	1,3934	1,4019	1,4106	1,4193	1,4281
55	1,4281	1,4370	1,4460	1,4550	1,4641	1,4733	1,4826
56	1,4826	1,4919	1,5013	1,5108	1,5204	1,5301	1,5399
57	1,5399	1,5497	1,5597	1,5697	1,5798	1,5900	1,6003
58	1,6003	1,6107	1,6212	1,6319	1,6426	1,6534	1,6643
59	1,6643	1,6753	1,6864	1,6977	1,7090	1,7205	1,7321
60	1,7321	1,7437	1,7556	1,7675	1,7796	1,7917	1,8040
61	1,8040	1,8165	1,8291	1,8418	1,8546	1,8676	1,8807
62	1,8807	1,8940	1,9074	1,9210	1,9347	1,9486	1,9626
63	1,9626	1,9768	1,9912	2,0057	2,0204	2,0353	2,0503
64	2,0503	2,0655	2,0809	2,0965	2,1123	2,1283	2,1445
65	2,1445	2,1609	2,1775	2,1943	2,2113	2,2286	2,2460
66	2,2460	2,2637	2,2817	2,2998	2,3183	2,3369	2,3559
67	2,3559	2,3750	2,3945	2,4142	2,4342	2,4545	2,4751
68	2,4751	2,4960	2,5172	2,5386	2,5605	2,5826	2,6051
69	2,6051	2,6279	2,6511	2,6746	2,6985	2,7228	2,7475
70	2,7475	2,7725	2,7980	2,8239	2,8502	2,8770	2,9042
71	2,9042	2,9319	2,9600	2,9887	3,0178	3,0475	3,0777
72	3,0777	3,1084	3,1397	3,1716	3,2041	3,2371	3,2709
73	3,2709	3,3052	3,3402	3,3759	3,4124	3,4495	3,4874
74	3,4874	3,5261	3,5656	3,6059	3,6471	3,6891	3,7321
75	3,7321	3,7760	3,8308	3,8667	3,9136	3,9617	4,0108
76	4,0108	4,0611	4,1126	4,1653	4,2193	4,2747	4,3315
77	4,3315	4,3897	4,4494	4,5107	4,5736	4,6382	4,7046
78	4,7046	4,7729	4,8430	4,9152	4,9894	5,0658	5,1446
79	5,1446	5,2257	5,3093	5,3955	5,4845	5,5764	5,6713
80	5,6713	5,7694	5,8708	5,9758	6,0844	6,1970	6,3138
81	6,3138	6,4348	6,5606	6,6912	6,8269	6,9682	7,1154
82	7,1154	7,2687	7,4287	7,5958	7,7704	7,9530	8,1443
83	8,1443	8,3450	8,5555	8,7769	9,0098	9,2553	9,5144
84	9,5144	9,7882	10,0780	10,3854	10,7119	11,0594	11,4301
85	11,4301	11,8262	12,2505	12,7062	13,1969	13,7267	14,3007
86	14,3007	14,9244	15,6048	16,3499	17,1693	18,0750	19,0811
87	19,0811	20,2056	21,4704	22,9038	24,5418	26,4316	28,6363
88	28,6363	31,2416	34,3678	38,1885	42,9641	49,1039	57,2900
89	57,2900	68,7501	85,9398	114,5886	171,8854	343,7737	

PRONTUARIO DELLE VALVOLE

Tavola delle abbreviazioni usate nel prontuario delle valvole.

Simbolo	Descrizione
V_a	Tensione anodica
V_b	Tensione di alimentazione anodica
V_d	Tensione anodica di un diodo rivelatore
V_f	Tensione di accensione
V_{g1} *int.*	Tensione di interdizione griglia controllo
V_{g1}	Tensione di griglia controllo
V_{g2}	Tensione di griglia schermo
V_{g3}	Tensione di griglia sopressore
V_{kf}	Tensione massima fra catodo e filamento
V_p	Tensione massima ad un elettrodo
I_a	Corrente anodica
I_f	Corrente di filamento
I_{g1}	Corrente di griglia controllo
I_{g2}	Corrente di griglia schermo
I_k	Corrente catodica
A	Amplificazione o guadagno di uno stadio
μ	Coefficiente di amplificazione
g_{mc}	Transconduttanza di conversione
g_m	Transconduttanza o pendenza mutua
r_a	Resistenza anodica
R_c	Resistenza di carico anodico
R_{g1}	Resistenza di griglia controllo
R_{g2}	Resistenza di griglia schermo
R_k	Resistenza catodica
W_d	Potenza dissipata
W_o	Potenza di alimentazione anodica
W_u	Potenza utile alternativa
η	Rendimento

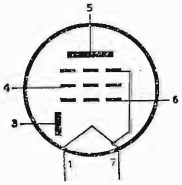
DAF91	$V_f = 1{,}4$ Volt $I_f = 50\ mA$	$V_b = 67{,}5$ Volt $Ra = 1\ M\Omega$ $Rg_1 = 1\ M\Omega$	$Rg_2 = 3\ M\Omega$ $I_k = 75\ \mu A$



Diodo pentodo per *BF*

Zoccolo miniatura

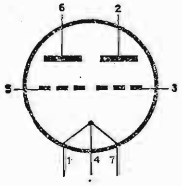
DAF96	$V_f = 1{,}4$ Volt $I_f = 25\ mA$	$V_b = 64$ Volt $Ra = 1\ M\Omega$ $Rg_1 = 2{,}2\ M\Omega$ $Rg_2 = 2{,}7\ M\Omega$	$Ia = 42\ \mu A$ $Ig_2 = 13\ \mu A$



Diodo pentodo per *BF*

Zoccolo miniatura

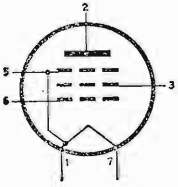
DCC90	$V_f = 1{,}4$ Volt $I_f = 0{,}22\ A$	$Va = 90$ Volt $Vg_1 = -2{,}5$ Volt $Ia = 3{,}7\ mA$	$gm = 1{,}8\ mA/V$ $\mu = 15$ $r_a = 8{,}3\ K\Omega$



Doppio triodo per *AF*

Zoccolo miniatura

DF91	Vedi il tipo 1T4



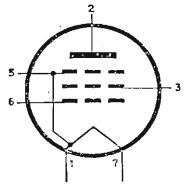
Zoccolo miniatura

DF96

$V_f = 1{,}4$ Volt
$I_f = 25\ mA$

$Va = 64$ Volt
$Vg_2 = 64$ Volt
$Vg_1 = 0$ Volt
$Ia = 1{,}65\ mA$
$Ig_2 = 0{,}55\ mA$

$gm = 0{,}85\ mA/V$
$r_a = 0{,}7\ M\Omega$

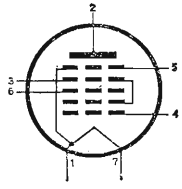


Zoccolo miniatura

Pentodo per *AF* e *MF*

DK91

Vedi il tipo 1*R*5



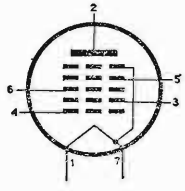
Zoccolo miniatura

DK96

$V_f = 1{,}4$ Volt
$I_f = 25\ mA$

$Va = 64$ Volt
$Vg_2 = 35$ Volt
$Vg_3 = 0$ Volt
$Vg_4 = 64$ Volt

$Ia = 0{,}55\ mA$
$Ig_2 = 1{,}6\ mA$
$Ig_4 = 0{,}12\ mA$
$r_a = 0{,}75\ M\Omega$

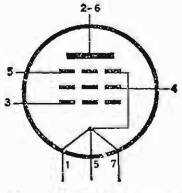


Zoccolo miniatura

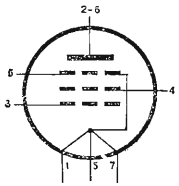
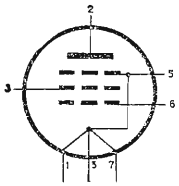
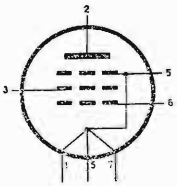
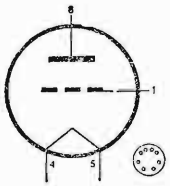
Eptodo convertitore

DL91

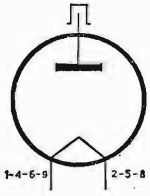
Vedi il tipo 1*S*4



Zoccolo miniatura

DL92	Vedi il tipo 3*S*4				
 Zoccolo miniatura					
DL94	V_f = 1,4 Volt I_f = 50 *mA*	*Va* = 90 Volt Vg_2 = 90 Volt Vg_1 = — 4,2 Volt *Ia* = 8 *mA* Ig_2 = 1,7 *mA*	*gm* = 2 *mA/V* r_a = 120 *KΩ* R_c = 10 *KΩ* *Wo* = 0,1 Watt		
 Zoccolo miniatura	Pentodo di potenza per *BF*				
DL96	V_f = 1,4 Volt I_f = 50 *mA*	*Va* = 64 Volt Vg_2 = 64 Volt Vg_1 = — 3,3 Volt *Ia* = 3,5 *mA* Ig_2 = 0,65 *mA*	*gm* = 1,3 *mA/V* r_a = 170 *KΩ* *Rc* = 15 *KΩ* *Wo* = 0,1 Watt		
 Zoccolo miniatura	Pentodo di potenza per *BF*				
DM70	V_f = 1,4 Volt I_f = 25 *mA*	V_b = 67,5 Volt V_a = 60 Volt Vg_1 = 0 Volt *Ia* = 105 *μA*			
	Indicatore di sintonia				

DY80 Vedi il tipo 1*X*2

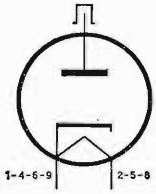


Zoccolo noval

DY86

$V_f = 1{,}4$ Volt
$I_f = 0{,}55$ *A*

$V_b = 18$ *K*Volt
$Ia = 0{,}15$ *mA*

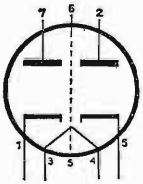


Diodo per *EAT*

Zoccolo noval

EAA91

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*



Doppio diodo rivelatore

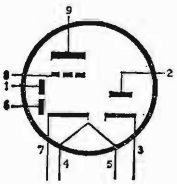
Zoccolo miniatura

EABC80

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}45$ *A*

$V_b = 250$ *Volt*
$Ia = 0{,}76$ *mA*
$Rc = 220$ *K*Ω

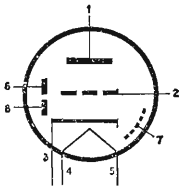
$Rg_1 = 10$ *M*Ω
$A = 54$



Triplo diodo-triodo; rivelatore AM discriminatore FM; amplificatore BF

Zoccolo noval

EBC81



Zoccolo noval

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}23$ *A*

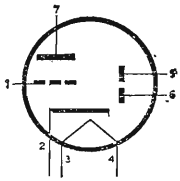
Doppio diodo-triodo; rivelatore AM, amplificatore BF

$Vb = 250$ *Volt*
$Ia = 0{,}7$ *mA*
$R_c = 220$ *KΩ*
$R_k = 1{,}8$ *KΩ* (*OΩ*)
$Rg_1 = 1$ *MΩ* (22 *MΩ*)

$A = 51$

EBC90

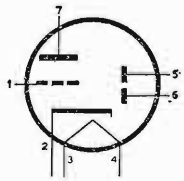
Vedi il tipo 6AT6



Zoccolo miniatura

EBC91

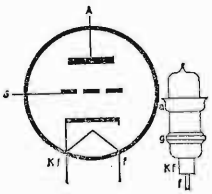
Vedi il tipo 6AV6



Zoccolo miniatura

EC55

$V_f = 6{,}3 \pm 5\%$ *Volt*
$I_f = 0{,}4$ *A*



Triodo per ultra frequenze
(fino $\lambda = 10$ cm)

$Va = 250$ *Volt*
$Vg_1 = -3{,}5$ *Volt*
$Ia = 20$ *mA*

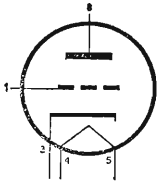
$gm = 6$ *mA/V*
$\mu = 30$

EC81

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}2$ *A*

$Va = 220$ *Volt*
$Ia = 27{,}7$ *mA*
$Ig = 2{,}3$ *mA*

$W_{al} = 6{,}1$ *Watt*
$W_u = 1{,}1$ *Watt*



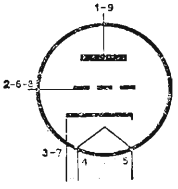
Zoccolo noval

Triodo per UHF

EC86

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}2$ *A*

Vedi il tipo PC86

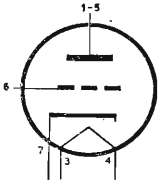


Zoccolo noval

triodo per UHF

EC90

Vedi il tipo 6C4



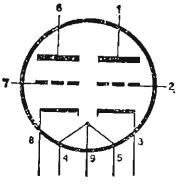
Zoccolo miniatura

ECC81

$V_f = 6{,}3\ (12{,}6)$ *Volt*
$I_f = 0{,}3\ (0{,}15)$ *A*

$V_a = 100$ *Volt*
$Vg_1 = -1$ *Volt*
$Ia = 3$ *mA*

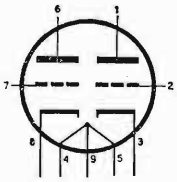
$gm = 3{,}75$ *mA/V*
$\mu = 62$
$r_a = 16{,}5$ *KΩ*



Zoccolo noval

Doppio triodo
per AF

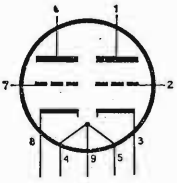
ECC82	$V_f = 6{,}3\ (12{,}6)\ Volt$ $I_f = 0{,}3\ (0{,}15)\ A$	Va Ia Rc R_k	$= 250\ Volt$ $= 1{,}63\ mA$ $= 100\ K\Omega$ $= 2{,}2\ K\Omega$	A gm μ r_a	$= 14$ $= 3{,}1\ mA/V$ $= 19{,}5$ $= 6{,}25\ K\Omega$



Doppio triodo per BF

Zoccolo noval

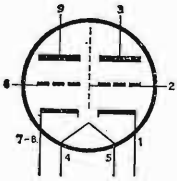
ECC83	$V_f = 6{,}3\ (12{,}6)\ Volt$ $I_f = 0{,}3\ (0{,}15)\ A$	V_b Ia R_c R_k	$= 250\ Volt$ $= 0{,}86\ mA$ $= 100\ K\Omega$ $= 1{,}5\ K\Omega$	A gm μ r_a	$= 54{,}5$ $= 1{,}25\ mA/V$ $= 100$ $= 80\ K\Omega$



Doppio triodo per BF

Zoccolo noval

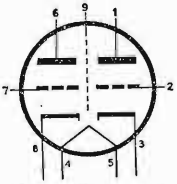
ECC84	$V_f = 6{,}3\ Volt$ $I_f = 0{,}33\ A$	Va Ia Vg_1	$= 90\ Volt$ $= 12\ mA$ $= -\ 1{,}5\ Volt$	gm μ r_a	$= 6\ mA/V$ $= 24$ $= 4\ K\Omega$



Doppio triodo per AF

Zoccolo noval

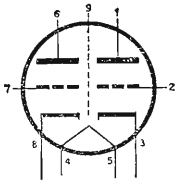
ECC85	$V_f = 6{,}3\ Volt$ $I_f = 0{,}435\ A$	V_b Ia Va R_c Vg_1	$= 250\ Volt$ $= 10\ mA$ $= 230\ Volt$ $= 1{,}8\ K\Omega$ $= -\ 2\ Volt$	R_k r_a μ gm	$= 2\ K\Omega$ $= 9{,}7\ K\Omega$ $= 57$ $= 5{,}9\ mA/V$



Doppio triodo per *AF*

Zoccolo noval

ECC88



Zoccolo noval

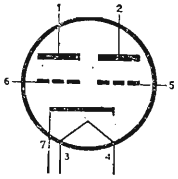
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}365$ *A*

Doppio triodo in AF per circuito cascode

$Va = 90$ *Volt*
$Ia = 15$ *mA*
$Vg_1 = -1{,}3$ *Volt*

$gm = 12{,}5$ *mA/V*
$\mu = 33$

ECC91



Zoccolo miniatura

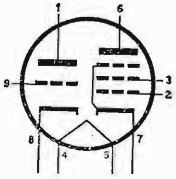
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}45$ *A*

Doppio triodo ampl. AF e oscillatore

$Va = 100$ *Volt*
$Ia = 8{,}5$ *mA*

$gm = 5{,}3$ *mA/V*
$\mu = 38$
$R_k = 100\ \Omega$
$r_a = 7{,}1\ K\Omega$

ECF80



Zoccolo noval

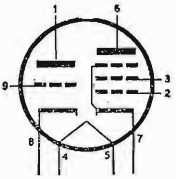
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}43$ *A*

Triodo pentodo convertitore di frequenza

Triodo
$Va = 100$ *Volt*
$Ia = 14$ *mA*
$Vg = -2$ *Volt*
$gm = 5$ *mA/V*
$\mu = 20$
$r_a = 4\ K\Omega$

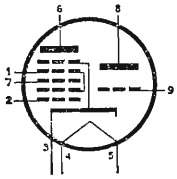
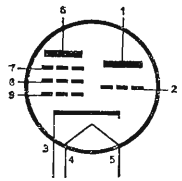
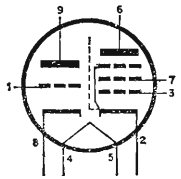
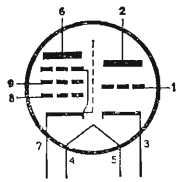
Pentodo
$Va = 170$ *Volt*;
$Ia = 6{,}5$ *mA*
$Vg_2 = 170$ *Volt*;
$Ig_2 = 2$ *mA*
$Ig_1 = 20\ \mu A$
$R_k = 330\ \Omega$
$Rg_1 = 0{,}1\ M\Omega$
$gmc = 2{,}2$ *mA/V*
$r_a = 800\ K\Omega$
$gm = 6{,}2$ *mA/V*

ECF82

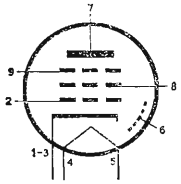


Zoccolo noval

Vedi il tipo 6U8

ECH81	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Triodo $V_b = 250$ *V* $Ia = 4{,}5$ *mA* $Rc = 33$ *KΩ* $Rg_1 = 47$ *KΩ* $Ig_1 = 0{,}2$ *mA* $\mu = 22$ $gm = 3{,}7$ *mA/V*	Eptodo $Va = 250$ *V* $Ia = 3{,}25$ *mA* $Vg_1 = -2$ *V* $Rg_2 = 22$ *KΩ* $Ig_2 = 6{,}7$ *mA* $Vg_2 = 103$ *V* $gm_c = 0{,}775$ *mA/* $r_a = 1$ *MΩ*
 Zoccolo noval	Triodo - eptodo convertitore di frequenza		
ECL80	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Triodo $Vb = 170$ *V* $Vg = -3{,}5$ *V* $Ia = 1$ *mA* $Rc = 100$ *KΩ* $A = 10$ $\mu = 20$ $gm = 1{,}9$ *mA/V*	Pentodo $Va = 170$ *V* (20 *V* $Ia = 15$ *mA* (2 *m* $Vg_3 = 0$ *V* (0 *V*) $Vg_2 = 170$ *V* (12 *V* $Vg_1 = -6{,}7$ *V* (0 $Ig_2 = 2{,}8$ *mA* $gm = 3{,}2$ *mA/V* $r_a = 150$ *KΩ* $Rc = 11$ *KΩ*
 Zoccolo noval	Triodo - pentodo di potenza per BF (separatore di sincronismi)		
ECL82	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}78$ *A*	Triodo $V_b = 170$ *V* $Vg = 0$ *V* $Ia = 0{,}43$ *mA* $Rc = 220$ *KΩ* $R_k = 2{,}7$ *KΩ* A $= 51$ $\mu = 70$ $gm = 2{,}5$ *mA/V*	Pentodo $Va = 200$ *V* $Ia = 35$ *mA* $Vg_2 = 200$ *V* $Ig_2 = 7$ *mA* $Vg_1 = -16$ *V* $Rc = 5$ *KΩ* $r_a = 20$ *KΩ* $gm = 6{,}5$ *mA/V* $Wu = 3{,}5$ *W*
 Zoccolo noval	Triodo - pentodo di potenza per BF		
ECL84	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}72$ *A*	Triodo $Va = 200$ *V* $Ia = 3$ *mA* $Vg = -1{,}7$ *V* $\mu = 65$ $gm = 4$ *mA/V*	Pentodo $Va = 200$ *V* $Ia = 18$ *mA* $Vg_2 = 200$ *V* $Ig_2 = 3{,}1$ *mA* $Rc = 3$ *KΩ* $gm = 9{,}7$ *mA/V* $r_a = 100$ *KΩ*
 Zoccolo noval	Triodo - pentodo separatore o amplifitore di sincronismi e finale video		

EF80



Zoccolo noval

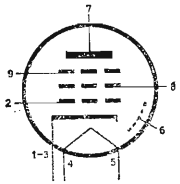
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Pentodo amplificatore per AF e MF

$Va = 250$ *Volt*
$Ia = 10$ *mA*
$Vg_3 = 0$ *Volt*
$Vg_2 = 250$ *Volt*
$Vg_1 = -3{,}5$ *Volt*

$Ig_2 = 2{,}8$ *A*
$r_a = 650$ *KΩ*
$gm = 6{,}8$ *mA/V*

EF85



Zoccolo noval

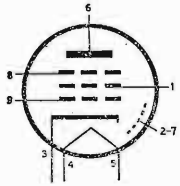
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Pentodo per AF a pendenza variabile

$V_a = 250$ *V*
$I_a = 10$ *mA*
$V_{g3} = 0$ *Volt*
$V_{g2} = 100$ *Volt*
$I_{g2} = 2{,}5$ *mA*
$V_{g1} = -2$ *Volt*

$R_{g2} = 60$ *KΩ*
$r_a = 0{,}6$ *MΩ*
$g_m = 6$ *mA/V*

EF86



Zoccolo noval

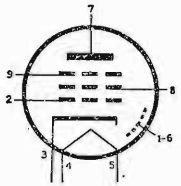
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}2$ *A*

Pentodo per BF

$V_b = 250$ *Volt*
$R_c = 220$ *KΩ*
$R_{g2} = 1$ *MΩ*
$R_k = 2{,}2$ *KΩ*
$I_k = 0{,}9$ *mA*

$A = 180$
$g_m = 2$ *mA/V*
$r_a = 2{,}5$ *MΩ*

EF89



Zoccolo noval

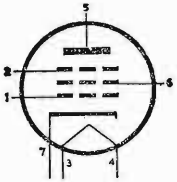
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}2$ *A*

Pentodo per AF a pendenza variabile

$V_b = 250$ *Volt*
$I_a = 9$ *mA*
$I_{g2} = 3$ *mA*
$R_{g2} = 51$ *KΩ*
$V_{g1} = -1{,}95$ *Volt*

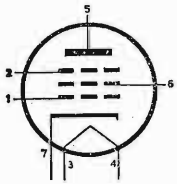
$R_k = 160$ Ω
$g_m = 3{,}5$ *mA/V*
$r_a = 0{,}9$ *MΩ*

EF93 — Vedi il tipo 6BA6



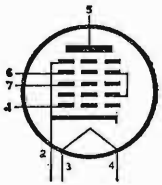
Zoccolo miniatura

EF94 — Vedi il tipo 6AU6



Zoccolo miniatura

EK90 — Vedi il tipo 6BE6



Zoccolo miniatura

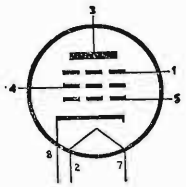
EL34

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f \cong 1{,}5$ *A*

Pentodo di potenza BF

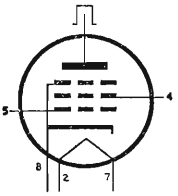
Classe A

Vb	$= 265$ *Volt*	R_{g2}	$= 2$ *KΩ*
V_a	$= 250$ *Volt*	R_c	$= 3$ *KΩ*
I_a	$= 70$ *mA*	g_m	$= 9$ *mA/V*
I_{g2}	$= 10$ *mA*		
V_{g1}	$= -14{,}5$ *Volt*		



Zoccolo octal

EL36



Zoccolo octal

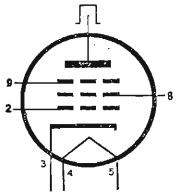
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 1{,}25$ *A*

Pentodo finale deflessione orizzontale

Amplificatori di classe B

V_a	= 300 *Volt*	R_c	= 3,5KΩ
V_{g2}	= 150 *Volt*	g_m	= 14 *mA/V*
I_a	= 100 *mA*		
I_{g2}	= 19 *mA*		
Vg_1	= — 29 *Volt*		

EL81



Zoccolo noval

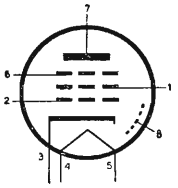
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 1{,}05$ *A*

Pentodo finale deflessione orizzontale

Dati caratteristici

V_a	= 250 *Volt*	R_c	= 2,5 KΩ
V_{g3}	= 0 *Volt*	R_{g2}	= 1 KΩ
V_{g2}	= 250 *Volt*	g_m	= 10 *mA/V*
V_{g1}	= — 31,5 *Volt*	r_a	= 15 KΩ
I_a	= 87 *mA*		
I_{g2}	= 1,5 *mA*		

EL83



Zoccolo noval

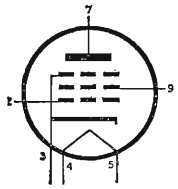
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}71$ *A*

Pentodo finale video

Dati caratteristici

V_a	= 170 *Volt*	r_a	= 130 KΩ
V_{g3}	= 0 *Volt*		
V_{g2}	= 170 *Volt*		
V_{g1}	= — 2,3 *Volt*		
g_m	= 10,5 *mA/V*		

EL84



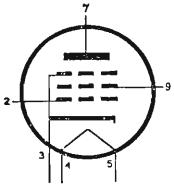
Zoccolo noval

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}76$ *A*

Pentodo di potenza per BF

V_a	= 250 *Volt*	R_c	= 5,2 KΩ
V_{g2}	= 250 *Volt*	g_m	= 11,3 *mA/V*
V_{g1}	= — 7,3 *Volt*	r_a	= 38 KΩ
I_a	= 48 *mA*		
I_{g2}	= 5,5 *mA*		

EL86



Zoccolo noval

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}76$ *A*

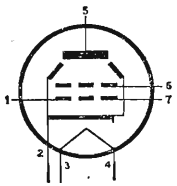
Pentodo di potenza per BF

$V_a = 170$ *Volt*
$V_{g2} = 170$ *Volt*
$V_{g1} = -12{,}5$ *Volt*
$I_a = 70$ *mA*
$I_{g2} = 5$ *mA*

$R_c = 2{,}4$ *KΩ*
$g_m = 10$ *mA/V*
$r_a = 23$ *KΩ*

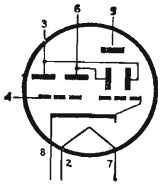
EL90

Vedi il tipo 6AQ5



Zoccolo miniatura

EM34



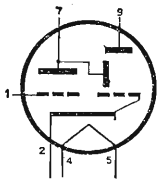
Zoccolo octal

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}2$ *A*

Indicatore sintonia

$V_b = 200$ *Volt*
$R_{a1} = R_{a2} = 1M\Omega$

EM80



Zoccolo noval

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

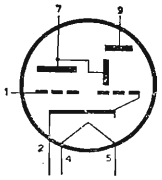
Indicatore di sintonia

$V_b = 250$ *Volt*
$R_c = 0{,}5$ *MΩ*
$R_g = 3$ *MΩ*

EM81

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

$V_b = 250$ *Volt*
$R_c = 0{,}5$ *MΩ*
$R_g = 3$ *MΩ*



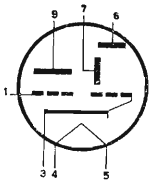
Zoccolo noval

Indicatore di sintonia

EM84

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}21$ *A*

$V_b = 250$ *V*
$R_c = 470$ *KΩ*
$R_g = 3$ *MΩ*



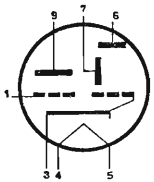
Zoccolo noval

Indicatore di sintonia

EM87

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

V_b 250 *Volt*
$R_c = 100$ *KΩ*
$R_g = 3$ *MΩ*



Zoccolo noval

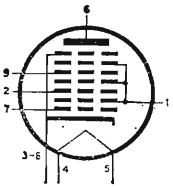
Indicatore di sintonia

EQ80

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}2$ *A*

$V_b = 250$ *Volt*
$V_{g2} = V_{g4} = V_{g6} = 20$ *Volt*
$V_{g3} = -4$ *Volt*
$V_{g5} = -4$ *Volt*
$I_a = 0{,}28$ *mA*

$I_{g2} = I_{g4} = I_{g6} = 15$ *mA*
$I_{g3} = 0{,}09$ *mA*
$I_{g5} = 0{,}03$ *mA*
$R_c = 470$ *KΩ*
$r_a = 5$ *MΩ*

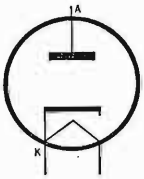


Zoccolo noval

Ennodo per rivelatore FM

EY51

$V_f = 6{,}3$ *Volt* $V_a = 15$ *KV*
$I_f = 90$ *mA* $I_a = 0{,}3$ *mA*

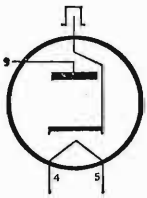


Zoccolo noval

Diodo per EAT

EY81

$V_f = 6{,}3$ *Volt* $V_a = 500$ *Volt*
$I_f = 0{,}81$ *A* $I_a = 120$ *mA*

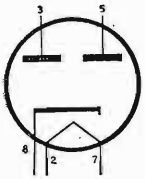


Zoccolo noval

Diodo raddrizzatore

EZ35

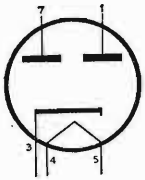
Vedi il tipo 6X5



Zoccolo octal

EZ80

$V_f = 6{,}3$ *Volt* $V_a = 250$ *Volt*
$I_f = 0{,}6$ *A* $I_k = 90$ *mA*



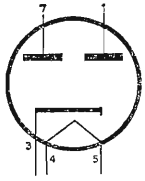
Zoccolo noval

Doppio diodo raddrizzatore a riscaldamento indiretto

EZ81

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 1$ *A*

$V_a = 250$ *Volt*
$I_k = 150$ *mA*

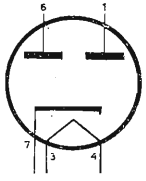


Zoccolo noval

Doppio diodo raddrizzatore a riscaldamento indiretto

EZ90

Vedi il tipo 6X4

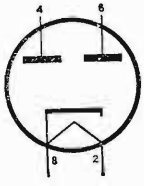


Zoccolo miniatura

GZ34

$V_f = 5$ *Volt*
$I_f = 1{,}9$ *A*

$V_a = 350$ *Volt*
$I_k = 250$ *mA*



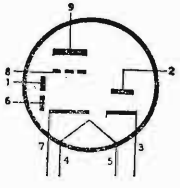
Zoccolo octal

Doppio diodo raddrizzatore a riscaldamento indiretto

PABC80

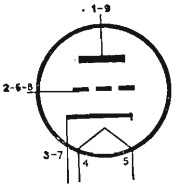
$V_f = 9{,}5$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Vedi il tipo EABC80



Zoccolo noval

PC86



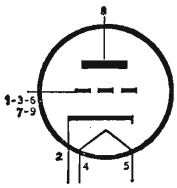
Zoccolo noval

$V_f = 3{,}6$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Triodo per UHF

$V_a = 175$ *Volt*
$V_g = -1{,}5$ *Volt*
$I_a = 12$ *mA*
$gm = 14$ *mA/V*
$\mu = 70$

PC88



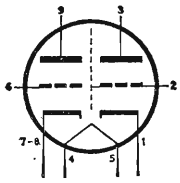
Zoccolo noval

$V_f = 7$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Doppio triodo per AF

$Va = 160$ *Volt*
$Ia = 12{,}5$ *mA*
$gm = 13{,}5$ *mA/V*
$\mu = 65$

PCC84



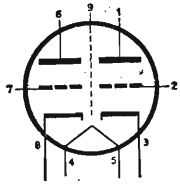
Zoccolo noval

$V_f = 7$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Doppio triodo per AF (cascode)

$Va = 90$ *Volt*
$V_g = -1{,}5$ *Volt*
$Ia = 12$ *mA*
$gm = 6$ *mA/V*
$\mu = 24$

PCC85



Zoccolo noval

$V_f = 9$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Doppio triodo per AF (convertitore)

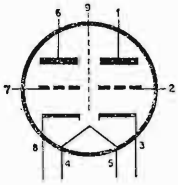
$Va = 170$ *Volt*
$Vg = -1{,}5$ *Volt*
$Ia = 10$ *mA*
$gm = 6{,}2$ *mA/V*
$\mu = 50$

PCC88

$V_f = 7$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

$Va = 90$ *Volt*
$Vg = -1{,}3$ *Volt*
$Ia = 15$ *mA*

$gm = 12{,}5$ *mA/V*
$\mu = 33$



Doppio triodo per AF (cascode)

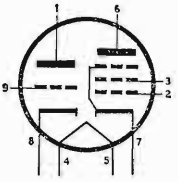
Zoccolo noval

PCF80

$V_f = 9$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Pentodo
$Va = 170$ *Volt*
$Vg_2 = 170$ *Volt*
$Vg_1 = -2$ *Volt*
$Ia = 10$ *mA*
$Ig_2 = 2{,}8$ *mA*
$gm = 6{,}2$ *mA/V*

Triodo
$Va = 100$ *Volt*
$Vg = -2$ *Volt*
$Ia = 14$ *mA*
$gm = 5$ *mA/V*
$\mu = 20$



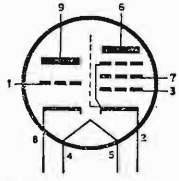
Triodo-pentodo convertitore di frequenza

Zoccolo noval

PCL82

$V_f = 16$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Vedi il tipo ECL82

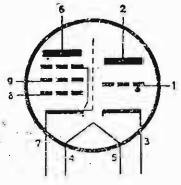


Zoccolo noval

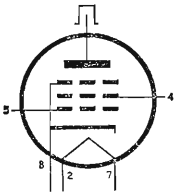
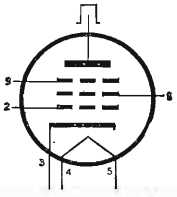
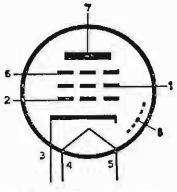
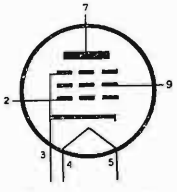
PCL84

$V_f = 15$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Vedi il tipo ECL84



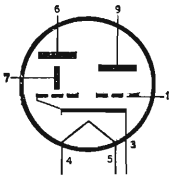
Zoccolo noval

PL36  Zoccolo octal	$V_f = 25$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A* Pentodo finale deflessione orizzontale	$V_a = 250$ *Volt* $V_{ap} = 7$ *KV* $-V_{ap} = 115$ *KV* $V_{g2} = 200$ *Volt* $-V_{g1p} = 1000$ *Volt* $I_k = 200$ *mA*
PL81 PL82  Zoccolo noval	$V_f = 21{,}5$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Vedi il tipo EL81
PL83  Zoccolo noval	$V_f = 15$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Vedi il tipo EL83
PL84  Zoccolo noval	$V_f = 15$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A* Pendolo finale per BF	$V_a = 170$ *Volt* $V_{g2} = 170$ *Volt* $V_{g1} = -12{,}5$ *Volt* $R_c = 2{,}4$ *KΩ* $I_a = 70$ *mA* $I_{g2} = 22$ *mA* $W_u = 5{,}6$ *W* $g_m = 10$ *mA/V* $r_a = 23$ *KΩ*

PM84

$V_f = 4{,}2$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

$V_b = 170$ *Volt*
$R_a = 470$ *KΩ*
$R_g = 3$ *MΩ*



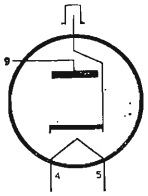
Zoccolo noval

Indicatore di sintonia

PY81

$V_f = 17$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Vedi il tipo EY81

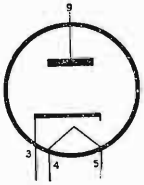


Zoccolo noval

PY82

$V_f = 19$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

$V_a = 250$ *Volt*
$I_a = 180$ *mA*

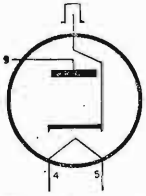


Zoccolo noval

Diodo raddrizzatore

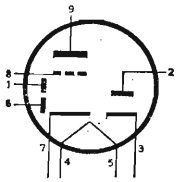
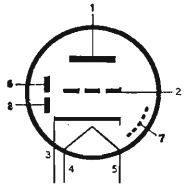
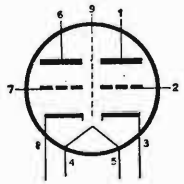
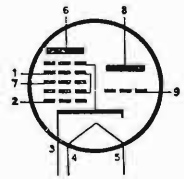
PY88

$V_f = 26$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*



Zoccolo noval

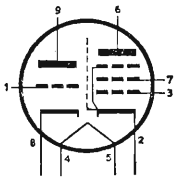
Diodo raddrizzatore

UABC80	$V_f = 28$ *Volt* $I_f = 0{,}1$ *A*	$V_b = 170$ *Volt* $R_c = 220$ *KΩ* $R_{g1} = 10$ *MΩ* $I_a = 0{,}46$ *mA*	$A = 51$
 Zoccolo noval	Triplo diodo - triodo - Rivelatore AM. Discriminatore FM. Amplificatore BF		
UBC81	$V_f = 14$ *Volt* $I_f = 0{,}1$ *A*	$V_b = 170$ *Volt* $R_c = 220$ *KΩ* $R_g = 22$ *MΩ* $I_a = 0{,}21$ *mA*	$A = 41$
 Zoccolo noval	Doppio diodo - triodo - Rivelatore AM. Amplificatore BF.		
UCC85	$V_f = 26$ *Volt* $I_f = 0{,}1$ *A*	$V_b = 170$ *Volt* $R_c = 1{,}5$ *KΩ* $V_a = 155$ *Volt* $V_g = -1{,}4$ *Volt* $I_a = 8{,}7$ *mA*	$g_m = 6$ *mA/V* $r_a = 8{,}4$ *KΩ* $\mu = 50$
 Zoccolo noval	Doppio triodo per AF		
UCH81	$V_f = 19$ *Volt* $I_f = 0{,}1$ *A*	Triodo $V_b = 170$ *V* $R_c = 15$ *KΩ* $R_{g1} = 47$ *KΩ* $I_{g1} = 200$ *μA* $I_a = 4{,}5$ *mA*	$g_m = 3{,}7$ *mA/V* $\mu = 22$
 Zoccolo noval	Triodo-Eptodo Convertitore di frequenza	Eptodo $V_b = 170$ *Volt* $R_{g2} = 10$ *KΩ* $R_K = 150$ *Ω* $V_{g1} = -2{,}2$ *Volt* $V_{g2} = 102$ *Volt*	$I_a = 3{,}2$ *mA* $I_{g2} = 6{,}8$ *mA* $g_{mc} = 0{,}75$ *mA/V* $r_a = 0{,}9$ *MΩ*

UCL82

$V_f = 50$ *Volt*
$I_f = 0{,}1$ *A*

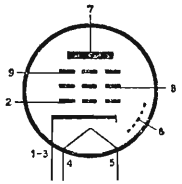
Vedi il tipo ECL82



Zoccolo noval

UF80

$V_f = 19$ *Volt*
$I_f = 0{,}1$ *A*



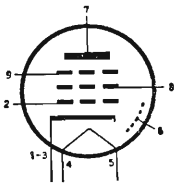
Zoccolo noval

Pentodo amplificatore per AF e MF

V_a	$= 170$ *Volt*	g_m	$= 7{,}4$ *mA/V*
V_{g3}	$= 0$ *Volt*	r_a	$= 400$ *KΩ*
V_{g2}	$= 170$ *Volt*		
V_{g1}	$= -2$ *Volt*		
I_a	$= 10$ *mA*		
I_{g2}	$= 2{,}5$ *mA*		

UF85

$V_f = 19$ *Volt*
$I_f = 0{,}1$ *A*



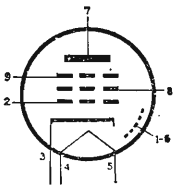
Zoccolo noval

Pentodo per AF a pendenza variabile

V_a	$= V_b = 170$ *V*		
V_{g3}	$= 0$ *Volt*	I_a	$= 9{,}7$ *mA*
V_{g2}	$= 100$ *Volt*	I_{g2}	$= 2{,}6$ *mA*
V_{g1}	$= -2$ *Volt*	gm	$= 5{,}9$ *mA/V*
R_{g2}	$= 27$ *KΩ*	r_a	$= 300$ *KΩ*

UF89

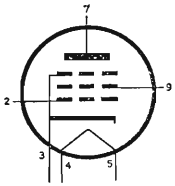
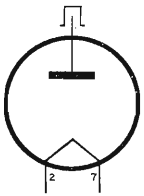
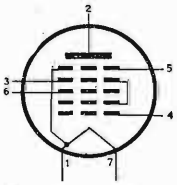
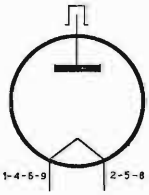
$V_f = 12{,}6$ *Volt*
$I_f = 0{,}1$ *A*

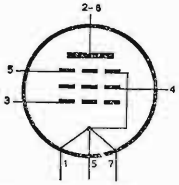
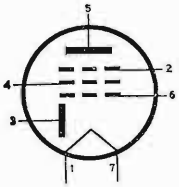
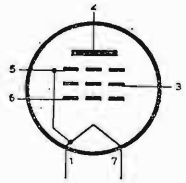
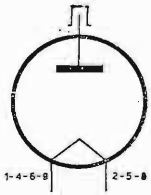


Zoccolo noval

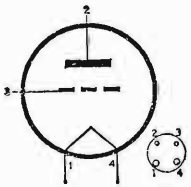
Pentodo per AF a pendenza variabile

V_a	$= V_b = 170$ V	r_a	$= 450$ *KΩ*
V_{g3}	$= 0$ *Volt*	gm	$= 3{,}8$ *mA/V*
R_{g2}	$= 15$ *KΩ*		
V_{g1}	$= -1{,}95$ *Volt*		
I_a	$= 11$ *mA*		
I_{g2}	$= 3{,}9$ *mA*		

UL84	$V_f = 45$ *Volt* $I_f = 0{,}1$ *A*	Vedi il tipo PL84	
 Zoccolo noval	Pentodo finale per BF		
1B3	$V_f = 1{,}25$ *Volt* $I_f = 0{,}2$ *A*	$V_a = 21000$ *Volt* $I_a = 0{,}5$ *mA*	
 Zoccolo octal	Diodo raddrizzatore per EAT		
1R5	$V_f = 1{,}4$ *Volt* $I_f = 0{,}05$ *A*	$V_a = 90$ *Volt* $V_{g2-4} = 67{,}5$ *Volt* $V_{g3} = 0$ *Volt* $I_a = 1{,}5$ *mA* $I_{g2-4} = 3{,}5$ *mA*	$r_a = 0{,}4$ *MΩ* $g_{mc} = 0{,}28$ *mA/V*
 Zoccolo miniatura	Eptodo convertitore di frequenza		
1R6	$V_f = 1{,}25$ *Volt* $I_f = 0{,}2$ *A*	$V_{inv \cdot p} = 22$ *KV*	$I_{ap} = 45$ *mA* $I_a = 0{,}5$ *mA*
 Zoccolo noval	Raddrizzatrice per EAT		

1S4	$V_f = 1{,}4$ *Volt* $I_f = 0{,}05$ *A*	$V_a = 90$ *Volt* $V_{g2} = 90$ *Volt* $V_{g1} = -7$ *Volt* $I_a = 2{,}7$ *mA* $I_{g2} = 0{,}5$ *mA*	$g_m = 7{,}2$ *mA/V* $R_c = 0{,}5$ *MΩ*
 Zoccolo miniatura	Pentodo amplificatore BF e rivelatore		
1S5	$V_f = 1{,}4$ *Volt* $I_f = 0{,}05$ *A*	$V_b = 67{,}5$ *Volt* $V_{g2} = 67{,}5$ *Volt* $V_{g1} = 0$ *Volt* $I_a = 1{,}6$ *mA* $I_{g2} = 0{,}4$ *mA*	$g_m = 0{,}625$ *mA/V* $R_c = 0{,}6$ *MΩ*
 Zoccolo miniatura	Diodo - Pentodo - Rivelatore - amplificatore di BF		
1T4	$V_f = 1{,}4$ *Volt* $I_f = 0{,}05$ *mA*	$V_a = 67{,}5$ *Volt* $V_{g2} = 67{,}5$ *Volt* $V_{g1} = 0$ *Volt* $I_a = 3{,}4$ *mA* $I_{g2} = 1{,}5$ *mA*	$r_a = 0{,}25$ *MΩ* $g_m = 0{,}875$ *mA/V*
 Zoccolo miniatura	Pentodo per AF		
1X2	$V_f = 1{,}25$ *Volt* $I_f = 0{,}2$ *A*	$V_a = 18000$ *Volt* $I_a = 0{,}5$ *mA*	
 Zoccolo noval	Diodo raddrizzatore per EAT		

2A3



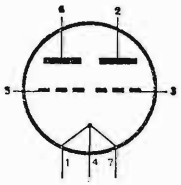
$V_f = 2{,}5$ *Volt*
$I_f = 2{,}5$ *A*

Triodo amplificatore di potenza per BF

V_a	$= 250$ *Volt*	g_m	$= 5{,}25$ *mA/V*
V_{g1}	$= -45$ *Volt*	r_a	$= 800\ \Omega$
I_a	$= 60$ *mA*	μ	$= 4{,}2$
R_c	$= 2500\ \Omega$		
W_u	$= 3{,}5$ *W*		

3A5

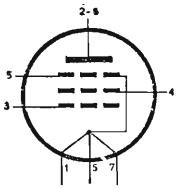
Vedi il tipo DCC90



Zoccolo miniatura

3S4

$V_f = 1{,}4$ *Volt*
$I_f = 0{,}1$ *A*
$V_f = 2{,}8$ *Volt*
$I_f = 0{,}05$ *A*



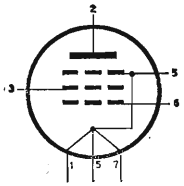
Zoccolo miniatura

Pentodo di potenza per BF

V_a	$= 67{,}5$ *Volt*	W_u	$= 0{,}18$ *W*
V_{g2}	$= 67{,}5$ *Volt*	r_a	$= 100$ *KΩ*
V_{g1}	$= -7$ *Volt*	g_m	$= 1{,}55$ *mA/V*
I_a	$= 7{,}2$ *mA*	R_c	$= 5$ *KΩ*
I_{g2}	$= 1{,}5$ *mA*		

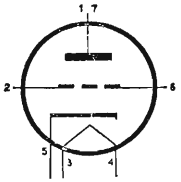
3V4

Vedi il tipo DL94



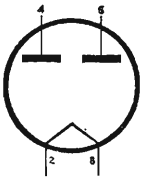
Zoccolo miniatura

4T1	$V_f = 4{,}7$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	come il tipo 6T1



Zoccolo miniatura

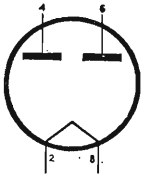
5U4	$V_f = 5$ *Volt* $I_f = 3$ *A*	$V_a = 450$ *Volt* $I_k = 250$ *mA*



Doppio diodo raddrizzatore

Zoccolo octal

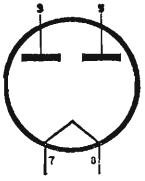
5Y3	$V_f = 5$ *Volt* $I_f = 2$ *A*	$V_a = 350$ *Volt* $I_k = 100$ *mA*



Doppio diodo raddrizzatore

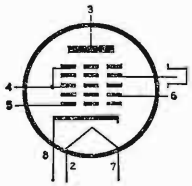
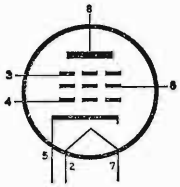
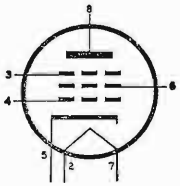
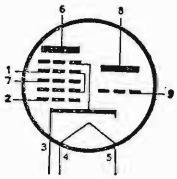
Zoccolo octal

5X4	$V_f = 5$ *Volt* $I_f = 3$ *A*	$V_a = 450$ *Volt* $I_k = 250$ *mA*

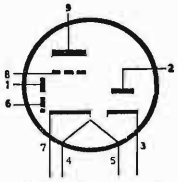


Doppio diodo raddrizzatore

Zoccolo octal

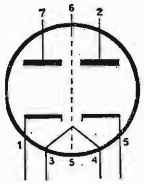
6A8	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g3-5} = 100$ *Volt* $V_{g2} = 100$ *Volt* $V_{g1} = -3$ *Volt* $I_a = 3{,}5$ *mA* $I_{g3-5} = 2{,}7$ *mA* $I_{g2} = 4$ *mA* $I_{g1} = 0{,}4$ *mA*	$R_{g1} = 50$ *KΩ* $r_a = 360$ *KΩ* $g_{mc} = 0{,}55$ *mA/V*
 Zoccolo octal	Eptodo convertitore di frequenza		
6AC7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}45$ *A*	$V_a = 300$ Volt $V_{g2} = 150$ *Volt* $I_a = 10$ *mA* $I_{g2} = 2{,}5$ *mA* $R_k = 160$ Ω	$r_a = 1$ *MΩ* $g_m = 9$ *mA/V*
 Zoccolo octal	Pentodo per AF		
6AJ7	Vedi il tipo 6AC7		
 Zoccolo octal			
6AJ8	Vedi il tipo ECH81		
 Zoccolo noval			

6AK8 Vedi il tipo EABC80



Zoccolo noval

6AL5 Vedi il tipo EAA91

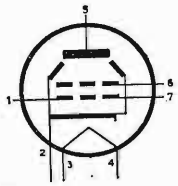


Zoccolo miniatura

6AQ5

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}45$ *A*

V_a	= 250 *Volt*	r_a	= 5,2 *KΩ*
V_{g2}	= 250 *Volt*	g_m	= 4,1 *mA/V*
V_{g1}	= — 12,5 *Volt*	W_u	= 4,5 *Watt*
I_a	= 45 *mA*		
I_{g2}	= 4,5 *mA*		



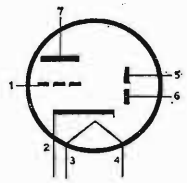
Tetrodo a fascio - Amplificatore di potenza in BF

Zoccolo miniatura

6AT6

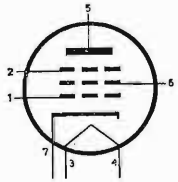
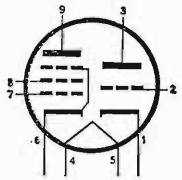
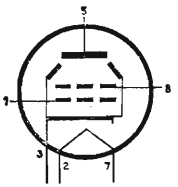
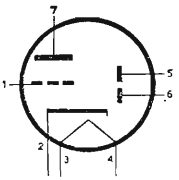
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

V_a	= 100 *Volt*	r_a	= 54*KΩ*
V_{g1}	= — 1 *Volt*	g_m	= 1,3 *mA*/V
I_a	= 0,8 *mA*	μ	= 70



Doppio diodo - Triodo rivelatore amplificatore BF

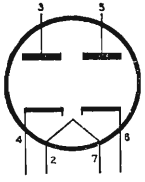
Zoccolo miniatura

6AU6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 150$ *Volt* $I_a = 10{,}6$ *mA* $I_{g2} = 4{,}3$ *mA*	$r_a = 1$ *MΩ* $g_m = 5{,}2$ *mA/V*
 Zoccolo miniatura	Pentodo amplificatore a RF e FI		
6AU8	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}6$ A	Triodo $V_a = 150$ *Volt* $I_a = 8{,}5$ *m*A $R_k = 150$ Ω Pentodo $V_a = 200$ *Volt* $V_{g2} = 125$ *Volt* $R_k = 82$ Ω $I_a = 15$ *m*A $I_{g2} = 3{,}4$ *mA*	$g_m = 4{,}9$ *mA/V* $\mu = 40$ $r_a = 8{,}2$ *KΩ* $r_a = 150$ *KΩ* $g_m = 7$ *m*A/V
 Zoccolo noval	Triodo - pentodo		
6AV5	$V_f = 6{,}3$ Volt $I_f = 1{,}2$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 150$ *Volt* $V_{g1} = -22{,}5$ *Volt* $I_a = 55$ *mA* $I_{g2} = 2{,}1$ *mA*	$r_a = 20$ *KΩ* $g_m = 5{,}5$*mA/V*
 Zoccolo octal	Tetrodo a fascio		
6AV6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_b = 250$ *Volt* $V_{g1} = -2$ *Volt* $I_a = 1{,}2$ *mA*	$r_a = 62{,}5$ *KΩ* $g_m = 1{,}6$ *mA/V* $\mu = 100$
 Zoccolo miniatura	Doppi diodo - triodo rivelatore e amplificatore di BF		

6AW5

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}6$ *A*

$V_a = 325$ *Volt*
$I_k = 70$ *mA*



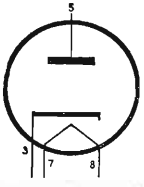
Zoccolo octal

Doppio diodo raddrizzatore

6AX4

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 1{,}2$ *A*

$V_{a\,max} = 900$ *Volt*
$V_{max-inv} = 4400$ *Volt*
$I_{a\,max} = 750$ *mA*



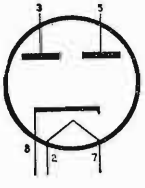
Zoccolo octal

Diodo smorzatore per deflessione orizzontale in TV

6AX5

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 1{,}2$ *A*

$V_a = 350$ *Volt*
$I_k = 125$ *mA*



Zoccolo octal

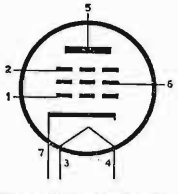
Doppio diodo raddrizzatore

6BA6

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

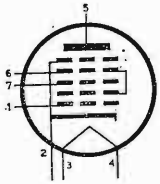
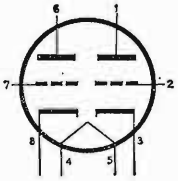
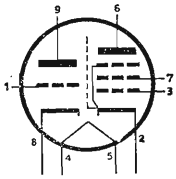
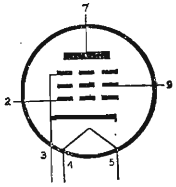
$V_a = 250$ *Volt*
$V_{g2} = 100$ *Volt*
$I_a = 11$ *mA*
$I_{g2} = 4{,}2$ *mA*
$R_k = 68\ \Omega$

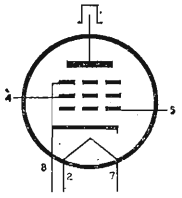
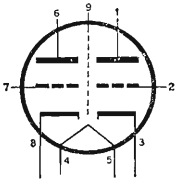
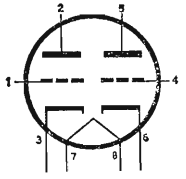
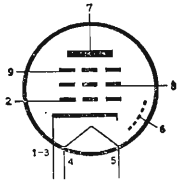
$r_a = 1\ M\Omega$
$g_m = 4{,}4\ mA/V$



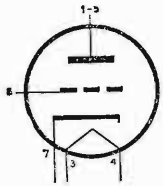
Zoccolo miniatura

Pentodo amplificatore per AF e MF

6BE6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2-4} = 100$ *Volt* $V_{g3} = -1{,}5$ *Volt* $Rg_1 = 20$ *KΩ* $I_{g1} = 0{,}5$ *mA* $I_a = 2{,}9$ *mA*	$I_{g2-4} = 6{,}8$ *mA* $r_a = 1$ *MΩ* $g_m = 0{,}475$ *mA/V*	
 Zoccolo miniatura	Eptodo convertitore di frequenza			
6BK7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}45$ *A*	$V_a = 150$ *Volt* $I_a = 18$ *mA* $R_k = 56$ Ω	$r_a = 4{,}6$ *KΩ* $g_m = 9{,}3$ *mA/V* $\mu = 43$	
 Zoccolo noval	Doppio triodo per AF			
6BM8	Vedi il tipo ECL82			
 Zoccolo noval				
6BQ5	Vedi il tipo EL84			
 Zoccolo noval				

6BQ6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 1{,}2$ *A*	V_a V_{g2} V_{g1} I_a I_{g2}	$= 250$ *Volt* $= 150$ *Volt* $= -22{,}5$ *Volt* $= 55$ *mA* $= 2{,}1$ *mA*	r_a g_m	$= 20$ *KΩ* $= 5{,}5$ *mA/V*
 Zoccolo octal	Tetrodo a fascio amplificatore - deflessione orizzontale in TV				
6BQ7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 1{,}5$ *A*	V_a I_a R_k	$= 150$ *Volt* $= 9$ *mA* $= 220$ Ω	r_a g_m μ	$= 5{,}8$ *KΩ* $= 6$ *mA/V* $= 35$
 Zoccolo noval	Doppio triodo per AF				
6BX7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 1{,}5$ *A*	V_a I_a R_k	$= 250$ *Volt* $= 42$ *mA* $= 390$ Ω	r_a g_m μ	$= 1{,}3$ *KΩ* $= 7{,}6$ *mA/V* $= 10$
 Zoccolo octal	Doppio triodo				
6BJ7	Vedi il tipo EF85				
 Zoccolo noval					

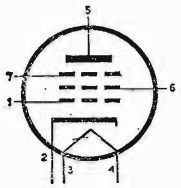
6C4	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	V_a	$= 250$ *Volt*	r_a	$= 7700\ \Omega$
		V_g	$= -8{,}5$ *Volt*	g_m	$= 2{,}2$ *mA/V*
		I_a	$= 10{,}5$ *Volt*	μ	$= 17$



Zoccolo miniatura

Triodo per AF

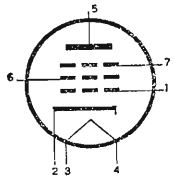
6CB6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	V_a	$= 200$ *Volt*	R_k	$= 180\ \Omega$
		V_{g2}	$= 150$ *Volt*	r_a	$= 600\ K\Omega$
		I_a	$= 9{,}5$ *mA*	g_m	$= 6{,}2$ *mA/V*
		I_{g2}	$= 2{,}8$ *mA*		



Zoccolo miniatura

Pentodo per AF

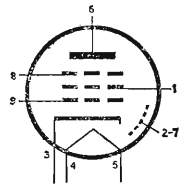
6CF6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	V_a	$= 125$ *Volt*	R_k	$= 56\ \Omega$
		V_{g2}	$= 125$ *Volt*	r_a	$= 300\ K\Omega$
		V_{g1}	$= -3$ *Volt*	g_m	$= 7{,}8$ *mA/V*
		I_a	$= 12{,}5$ *mA*		
		I_{g2}	$= 3{,}7$ *mA*		



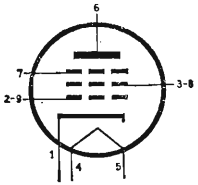
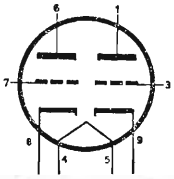
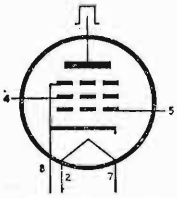
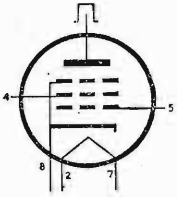
Zoccolo miniatura

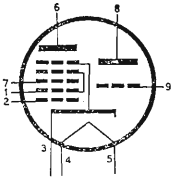
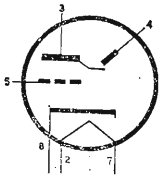
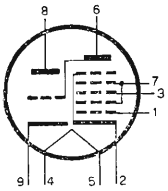
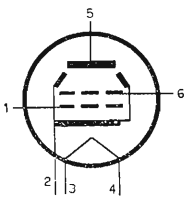
Pentodo per *RF*

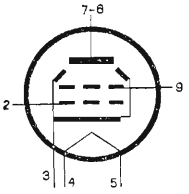
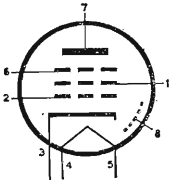
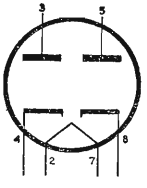
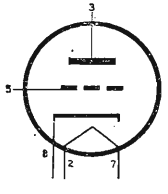
6CF8 — Vedi il tipo EF86

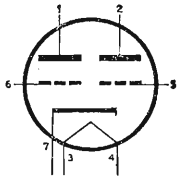
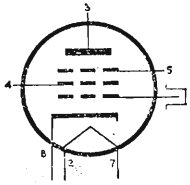
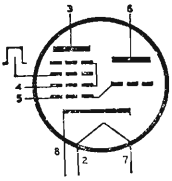
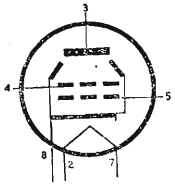


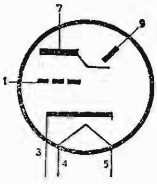
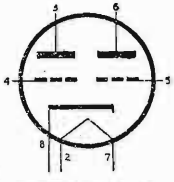
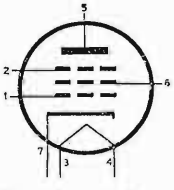
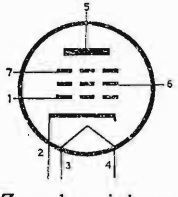
Zoccolo noval

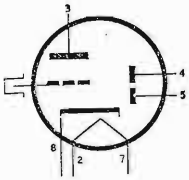
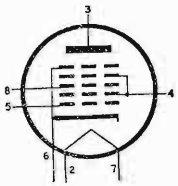
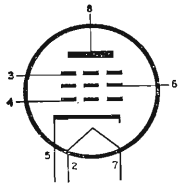
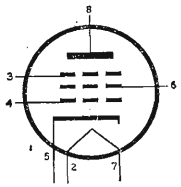
6CL6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}65$ *A*	V_a V_{g2} V_{g1} I_a I_{g2}	$= 250$ *Volt* $= 150$ *Volt* $= -3$ *Volt* $= 30$ *mA* $= 7$ *mA*	R_c W_u r_a g_m	$= 7500\ \Omega$ $= 2{,}8$ *W* $= 150\ K\Omega$ $= 11$ *mA/V*
 Zoccolo noval	Pentodo di potenza per BF				
6CS7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}6$ *A*	V_a V_{g1} I_a	$= 250$ *Volt* $= -10{,}5$ *Volt* $= 19$ *mA*	r_a g_m μ	$= 3450\ \Omega$ $= 4{,}5$ *mA/V* $= 15{,}5$
 Zoccolo noval	Doppio triodo				
6CU6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 1{,}2$ *A*	V_a V_{g2} V_{g1} I_a I_{g2}	$= 250$ *Volt* $= 150$ *Volt* $= -22{,}5$ *Volt* $= 65$ *mA* $= 2{,}1$ *mA*	r_a g_m	$= 18\ K\Omega$ $= 6$ *mA/V*
 Zoccolo octal	Tetrodo a fascio amplificatore di BF, adatto per deflessione orizzontale in TV				
6DQ6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 1{,}2$ *A*	V_a V_{g2} V_{g1} I_{g2} I_a	$= 250$ *Volt* $= 150$ *Volt* $= -22{,}5$ *Volt* $= 2{,}4$ *mA* $= 75$ *mA*	r_a g_m	$= 20\ K\Omega$ $= 6{,}6$ *mA/V*
 Zoccolo octal	Pentodo a fascio per deflessione orizzontale in TV				

6E4	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Triodo $V_a = 200$ *Volt* $I_a = 5{,}4$ *mA*	$R_c = 15$ *KΩ* $g_m = 0{,}58$ *mA/V*	
 Zoccolo noval	Convertitore - oscillatore - amplificatore AM e FM	Eptodo $V_a = 200$ *Volt* $V_{g2-4} = 120$ *Volt* $V_{g1} = -2{,}6$ *Volt* $I_a = 3{,}7$ *mA*	$R_k = 150$ Ω $r_a = 1$ *MΩ* $g_{mc} = 0{,}7$ *mA/V*	
6E5	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $R_c = 1$ *MΩ* $I_a = 0{,}24$ *mA*		
 Zoccolo octal	Indicatore di accordo			
6ET1	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}8$ *A*	Triodo $V_a = 100$ *Volt* $V_g = -2$ *Volt* $I_a = 7$ *mA*	$g_m = 5$ *mA/V* $r_a = 10$ *KΩ*	
 Zoccolo noval	Triodo - eptodo, separatore di sincronismi	Eptodo $V_a = 100$ *Volt* $V_{g2-4} = 30$ *Volt* $V_{g1} = -1$ *Volt* $V_{g3} = 0$ *Volt*	$I_a = 0{,}75$ *mA* $I_{g2-4} = 1{,}1$ *mA* $g_m = 0{,}95$ *mA/V* $r_a = 1$ *MΩ*	
6F40	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}8$ *A*	$V_a = 110$ *Volt* $V_{g2} = 110$ *Volt* $V_{g1} = -7{,}5$ *Volt*	$I_a = 40$ *mA* $I_{g2} = 5$ *mA* $g_m = 5{,}8$ *mA/V* $r_a = 13$ *KΩ* $R_c = 2{,}5$ *KΩ* $W_a = 4{,}5$ *W* $W_u = 1{,}5$ *W* $d = 10$ %	
 Zoccolo miniatura	Tetrodo a fascio amplificatore di uscita classe A			

6F60	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}8$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 210$ *Volt* $V_{g1} = -23$ *Volt*	$I_a = 50$ *mA* $I_{g2} = 6$ *mA* $g_m = 5$ *mA/V* $r_a = 17$ *KΩ* $R_c = 5{,}5$ *KΩ* $W_a = 12$ *W* $W_u = 3{,}5$ *W* $d = 10\,\%$
 Zoccolo noval	Tetrodo a fascio - amplificatrice di uscita - classe A		
6F80	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}7$ *A*	$V_a = 180$ *Volt* $V_{g2} = 180$ *Volt* $V_{g1} = -2{,}9$ *Volt*	$I_a = 36$ *mA* $I_{g2} = 4{,}6$ *mA* $g_m = 10$ *mA/V* $r_a = 0{,}1$ *MΩ* $W_a = 9$ *W*
 Zoccolo noval	Pentodo - finale video		
6H6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Per ogni diodo $V_a = 150$ *Volt*	$I_a = 8$ *mA*
 Zoccolo octal	Doppio diodo rivelatore		
6J5	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_b = 250$ *Volt* $V_{g1} = -8$ *Volt*	$I_a = 9$ *mA* $r_a = 7{,}7$ *KΩ* $g_m = 2{,}6$ *mA/V* $\mu = 20$
 Zoccolo octal	Triodo per BF		

6J6	Vedi il tipo ECC91				
 Zoccolo miniatura					
6K7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 125$ *Volt* $V_{g1} = -3$ *Volt* $I_a = 10{,}5$ *mA* $I_{g2} = 2{,}6$ *mA*	$R_c = 600$ *KΩ* $g_m = 16{,}5$ *mA/V*		
 Zoccolo octal	Pentodo per AF				
6K8	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_{ae} = 250$ *Volt* $V_{g2-4} = 100$ *Volt* $V_{g3} = -3$ *Volt* $I_{ae} = 2{,}5$ *mA* $I_{g2-4} = 0{,}6$ *mA*	$V_{at} = 100$ *Volt* $I_{at} = 3{,}8$ *mA* $I_{gt} = 0{,}15$ *mA* $R_c = 600$ *KΩ* $g_m = 3{,}5$ *mA/V*		
 Zoccolo octal	Convertitore di frequenza				
6L6	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}9$ *A*	Classe A $V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 250$ *Volt* $V_{g1} = -14$ *Volt* $I_a = 72$ *mA* $I_{g2} = 5$ *mA*	$g_m = 6$ *mA/V* $R_c = 215$ *KΩ*		
 Zoccolo octal	Tetrodo a fascio amplificatore di potenza				

6M1	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_b = 250$ *Volt* $R_{at} = 0{,}47$ *MΩ* $V_{gt} = -1 \div -18$ *V*	$I_{at} = 0{,}5 \div 0{,}05$ *mA* $I_1 = 3$ *mA* $\alpha = 5 + 50°$
 Zoccolo noval	Indicatore di sintonia		
6N7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}8$ *A*	Classe A in parallello $V_a = 394$ *Volt* $V_g = -5$ *Volt*	$\mu = 35$ $r_a = 11{,}3$ **DE** $g_m = 3{,}1 mA/V$
 Zoccolo octal	Doppio triodo amplificatore di potenza		
6P2	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 150$ *Volt* $V_{g3} = 0$ *Volt* $I_a = 10{,}6$ *mA* $I_{g2} = 4{,}3$ *mA*	$g_m = 5{,}2$ *mA/V* $r_a = 1$ *MΩ* $R_k = 68$ Ω $V_{g\,int} = 6{,}5$ *V*
 Zoccolo miniatura	Pentodo amplificatore AF e MF		
6P4	$V_f = 6{,}3$ Volt $V_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 200$ *Volt* $V_{g2} = 150$ *Volt* $V_{g3} = 0$ *Volt* $I_a = 9{,}5$ *mA* $I_{g2} = 2{,}8$ *mA*	$g_m = 6{,}2$ *mA/V* $r_a = 0{,}6$ *MΩ* $R_k = 180$ Ω $V_{g1\,int} = -8$ *Volt*
 Zoccolo miniatura	Pentodo amplificatore AF e MF per TV		

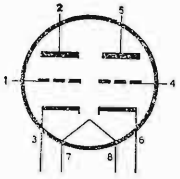
6Q7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 100$ *Volt* $V_{g1} = -1$ *Volt* $I_a = 0{,}8$ *mA*	$g_m = 1{,}2$ *mA/V* $\mu = 70$
 Zoccolo octal	Doppio diodo - triodo - amplificatore di BF e rivelatore		
6SA7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2-4} = 100$ *Volt* $V_{g3} = -2$ *Volt* $I_a = 3{,}5$ *mA*	$I_{g2-4} = 8{,}5$ *mA* $I_{g1} = 0{,}5$ *mA* $I_k = 12{,}5$ *mA* $g_m = 4{,}5$ *mA/V*
 Zoccolo octal	Eptodo convertitore		
6SJ7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$Va = 250$ *Volt* $V_{g2} = 100$ *Volt* $V_{g1} = -3$ *Volt* $I_a = 3{,}0$ *mA* $I_{g2} = 0{,}8$ *mA*	$g_m = 1{,}65$ *mA/V* $r_a = 1$ *MΩ*
 Zoccolo octal	Pentodo amplificatore di BF a μ fisso		
6SK7	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 100$ *Volt* $V_{g1} = -3$ *Volt* $I_a = 9{,}2$ *mA* $I_{g2} = 2{,}6$ *mA*	$g_m = 2$ *mA/V*
 Zoccolo octal	Pentodo amplificatore di RF e FI		

6SL7

$V_f = 6{,}5$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

$V_a = 250$ *Volt*
$V_{g1} = -2$ *Volt*
$I_a = 2{,}3$ *mA*

$g_m = 1{,}6$ *mA/V*
$\mu = 70$



Zoccolo octal

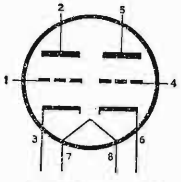
Doppio triodo - amplificatore di BF

6SN7

$V_f = 6{,}5$ *Volt*

$V_a = 90$ *Volt*
$I_a = 10$ *mA*

$g_m = 2{,}6$ *mA/V*



Zoccolo octal

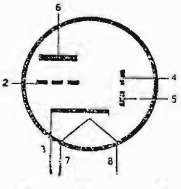
Doppio triodo - amplificatore di BF - separatore sincronismi

6SQ7

$V_f = 6{,}5$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

$V_a = 100$ *Volt*
$V_{g1} = -1$ *Volt*
$I_a = 0{,}4$ *mA*

$g_m = 0{,}9$ *mA*
$\mu = 100$



Zoccolo octal

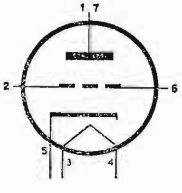
Doppio diodo - triodo - amplificatore di BF - rivelatore

6T1

$V_f = 6{,}3$ *V*
$I_f = 0{,}225$ *A*

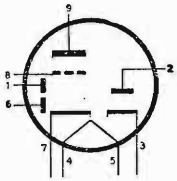
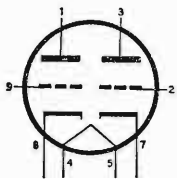
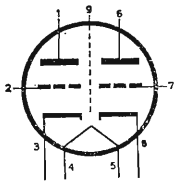
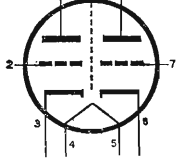
$V_a = 100$ *Volt*
$R_k = 150\ \Omega$
$I_a = 20$ *mA*

$g_m = 7{,}5$ *mA/V*
$R_1 = 2130\ \Omega$

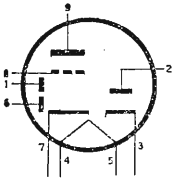


Zoccolo noval

Triodo - oscillatore UHF

6T8	Vedi il tipo EABC80		
 Zoccolo noval			
6T24	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}6$ *A*	$V_a = 150$ *Volt* $V_{g1} = -2$ *Voit* $I_a = 17$ *mA* $g_m = 7$ *mA/V*	$r_a = 4$ *KΩ* $V_{g\,int} = -14$ *Volt*
 Zoccolo noval	Doppio triodo oscillatore e *CAF* per *TV*		
6T26	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}45$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_g = -2{,}3$ *Volt* $I_a = 10$ *mA*	$g_m = 6$ *mA/V* $r_a = 9{,}5$ *KΩ*
 Zoccolo noval	Doppio triodo - Amplificatore AF - Convertitore e oscillatore FM.		
6T27	$V_t = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}4$ *A*	$V_a = 150$ *Volt* $I_a = 10$ *mA*	$g_m = 6{,}8$ *mA/V* $r_a = 5{,}6$ *KΩ* $R_k = 220$ Ω $V_{g\,int} = -11$ *Volt*
 Zoccolo noval	Doppio triodo - amplificatore cascode per TV		

6TD32



Zoccolo noval

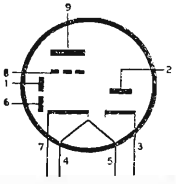
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}35$ *A*

Triodo - triplo diodo - rivelatore e amplificatore AM e FM

$V_{aT} = 250$ *Volt*
$V_g = -3$ *Volt*
$I_{a\,Dmax} = 5$ *mA*
$I_{aT} = 1$ *mA*

$g_m = 1{,}2$ *mA/V*
$r_a = 58$ *KΩ*

6TD33



Zoccolo noval

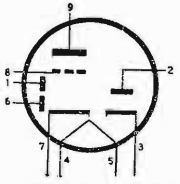
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}35$ *A*

Triodo - triplo diodo - rivelatore e amplificatore AM e FM

$V_{aT} = 250$ *Volt*
$V_g = -3$ *Volt*
$I_{aT} = 2{,}2$ *mA*
$I_{a\,Dmax} = 5$ *mA*

$g_m = 2{,}1$ *mA/V*
$r_a = 25$ *KΩ*

6TD34



Zoccolo noval

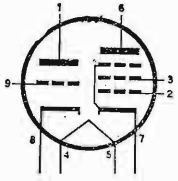
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

Triodo - triplo diodo Rivelatore e amplificatore BF per TV

$V_{aT} = 250$ *Volt*
$I_{aT} = 2{,}2$ *mA*
$V_g = -3$ *Volt*
$I_{a\,Dmax} = 5$ *mA*

$g_m = 2{,}1$ *mA/V*
$r_a = 25$ *KΩ*

6TP1



Zoccolo noval

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}45$ *A*

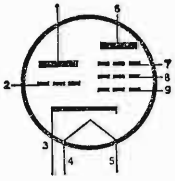
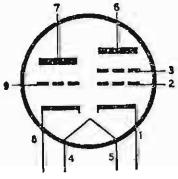
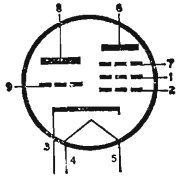
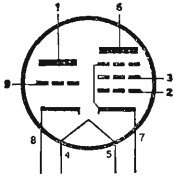
Triodo pentodo oscillatore convertitore amplificatore

Triodo
$V_a = 150$ *Volt*
$I_a = 18$ *mA*
$R_k = 56$ Ω

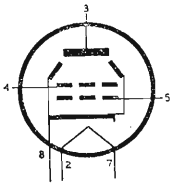
$gm = 8{,}5$ *mA/V*
$r_a = 5$ *KΩ*
$V_{gint} = = -12$ *Volt*

Pentodo
$V_a = 250$ *Volt*
$V_{g2} = 110$ *Volt*
$I_a = 10$ *mA*
$I_{g2} = 3{,}5$ *mA*

$gm = 5{,}2$ *mA/V*
$r_a = 0{,}4$ *MΩ*
$R_k = 68$ Ω
$V_{gint} = -10$ *Volt*

6TP3	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}6$ *A*	Triodo $V_a = 100$ *Volt* $I_a = 4$ *mA* $Vg = -2$ *Volt*		$gm = 2$ *mA/V* $r_a = 10$ *KΩ*	
 Zoccolo noval	Triodo pentodo oscillatore e amplificatore per TV	Pentodo $V_a = 200$ *Volt* $Vg_2 = 100$ *Volt* $Vg_1 = -3$ *Volt* $I_a = 8$ *mA* $I_{g2} = 2$ *mA*		$gm = 3{,}5$ *mA/V* $r_a = 0{,}5$ *MΩ*	
6TP4	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}45$ *A*	Triodo $V_a = 150$ *Volt* $I_a = 18$ *mA* $V_{gint} = -12$ *Volt*		$gm = 8{,}5$ *mA/V* $r_a = 5$ *KΩ* $R_k = 56$ Ω	
 Zoccolo noval	Triodo tetrodo oscillatore e amplificatore per TV	Pentodo $V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 110$ *Volt* $I_a = 10$ *mA* $R_k = 68$ Ω		$I_{g2} = 3{,}5$ *mA* $gm = 5{,}2$ *mA/V* $r_a = 0{,}4$ *MΩ* $V_{gint} = -10$ *Volt*	
6TP5	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}6$ *A*	Triodo $V_a = 100$ *Volt* $I_a = 2{,}2$ *mA* $Vg = 0$ *Volt*		$gm = 1{,}3$ *mA/V* $r_a = 50$ *KΩ*	
 Zoccolo noval	Triodo pentodo amplificatore di MF e BF	Pentodo $Va = 200$ *Volt* $V_{g2} = 100$ *Volt* $Vg = -1$ *Volt* $I_a = 9$ *mA*		$Ig_2 = 2$ *mA* $gm = 4{,}5$ *mA/V* $r_a = 0{,}4$ *MΩ*	
6U8	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}45$ *A*	Triodo $V_a = 150$ *Volt* $I_a = 18$ *mA* $R_k = 56$ Ω		$gm = 8{,}5$ *mA/V* $r_a = 5$ *KΩ* $\mu = 40$	
 Zoccolo noval	Triodo pentodo convertitore per TV nelle VHF	Pentodo $V_a = 250$ *Volt* $Vg_2 = 110$ *Volt* $Vg_1 = 0$ *Volt* $I_a = 10$ *mA*		$Ig_2 = 3{,}5$ *mA* $R_k = 68$ Ω $gm = 5{,}2$ *mA/V* $r_a = 0{,}4$ *MΩ*	

6V6



Zoccolo octal

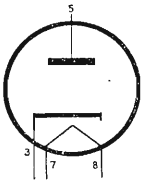
$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}45$ *A*

Tetrodo a fascio, amplificatore di potenza in BF

$V_a = 250$ *Volt*
$V_{g2} = 250$ *Volt*
$I_a = 45$ *mA*
$I_{g2} = 4{,}5$ *mA*

$V_{g1} = -12{,}5$ *Volt*
$r_a = 50$ *KΩ*
$gm = 4{,}1$ *mA/V*
$R_c = 5$ *KΩ*
$R_k = 250$ Ω

6W4



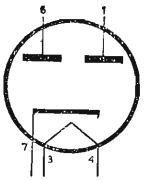
Zoccolo octal

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 1{,}2$ *A*

Diodo smorzatore (Damper) in circuiti TV

$V_a = 325$ *Volt*
$I_a = 125$ *mA*
$V_{fk} = 450$ *Volt*

6X4



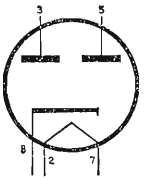
Zoccolo miniatura

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}6$ *A*

Doppio diodo raddrizzatore per due semionde

$V_a = 300$ *Volt*
$I_a = 70$ *Ma*
$V_{fk} = 450$ *Volt*

6X5

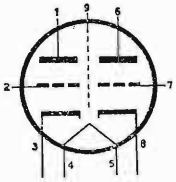
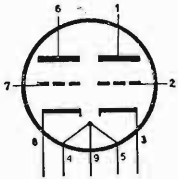
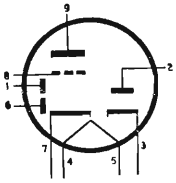
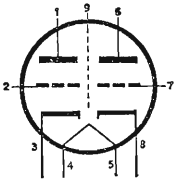


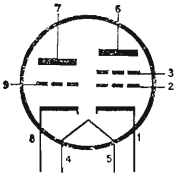
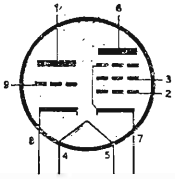
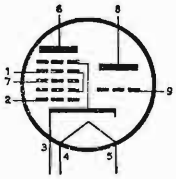
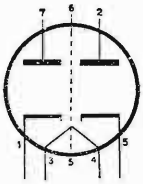
Zoccolo octal

$V_f = 6{,}3$ *Volt*
$I_f = 0{,}6$ *A*

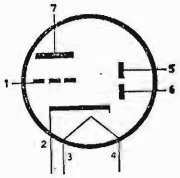
Doppio diodo raddrizzatore per due semionde

$V_a = 325$ *Volt*
$I_a = 70$ *mA*
$V_{fk} = 450$ *Volt*

8T27	$V_f = 8{,}4$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 150$ *Volt* $Vg_{int} = -10$ *Volt* $I_a = 10$ *mA*		$gm = 6{,}8$ *mA/V* $r_a = 5{,}6$ *KΩ*	
 Zoccolo noval	Doppio triodo amplificatore cascode per TV				
9BK7 A	$V_f = 9{,}45$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ A			come il tipo 6BK7 A	
 Zoccolo noval					
9T8	$V_f = 9{,}45$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ A			come il tipo 6T8	
 Zoccolo noval					
9T26	$V_f = 9{,}5$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $Vg = -2{,}3$ *Volt* $I_a = 10$ *mA*		$gm = 6$ *mA/V* $r_a = 9{,}5$ *KΩ*	
 Zoccolo noval	Doppio triodo amplificatore AF, convertitore e oscillatore FM				

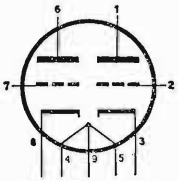
9TP4	$V_f = 9{,}4$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Triodo $V_a = 150$ *Volt* $I_a = 18$ *mA* $Vg_{int} = -12$ *Volt*	$gm = 8{,}5$ *mA/V* $r_a = 5$ *KΩ* $R_k = 56$ Ω	
 Zoccolo noval	Triodo pentodo oscillatore, convertitore, amplificatore	Pentodo $V_a = 250$ *Volt* $Vg_2 = 110$ *Volt* $Vg_{int} = -10$ *Volt*	$I_a = 10$ *mA* $Ig_2 = 3{,}5$ *mA* $gm = 5{,}2$ *mA/V* $r_a = 0{,}4$ *MΩ* $R_k = 68$ Ω	
9U8	$V_f = 9{,}45$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	come il tipo 6U8		
 Zoccolo noval				
12AJ8	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo ECH81		
 Zoccolo noval				
12AL5	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6AL5		
 Zoccolo miniatura				

12AT6	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6AT6



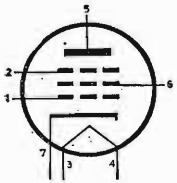
Zoccolo miniatura

12AT7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo ECC81.



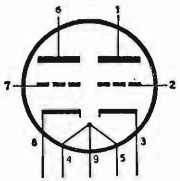
Zoccolo noval

12AU6	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6AU6



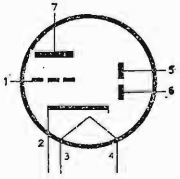
Zoccolo miniatura

12AU7	$V_t = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo ECC82



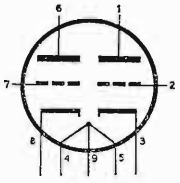
Zoccolo noval

12AV6	$V_f = 12{,}6$ *Vlt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6AV6



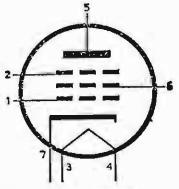
Zoccolo miniatura

12AX7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo ECC83



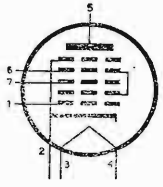
Zoccolo noval

12BA6	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6BA6

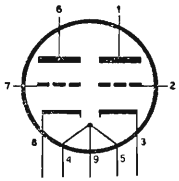
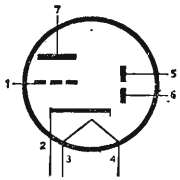
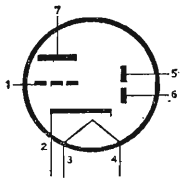
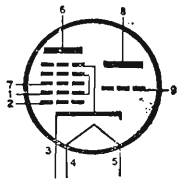


Zoccolo miniatura

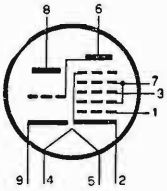
12BE6	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6BE6



Zoccolo miniatura

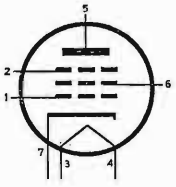
12BH7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g1} = -10{,}5$ *Volt* $I_a = 11{,}5$ *mA*	$gm = 3{,}1$ *mA/V* $ra = 5{,}3$ *KΩ* $\mu = 16{,}5$		
 Zoccolo noval	Doppio triodo amplificatore finale per deflessione verticale in TV				
12DT1	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	Triodo $V_a = 250$ *Volt* $V_g = -3$ *Volt* $I_a = 1$ *mA*	$gm = 1{,}2$ *mA/V* $r_a = 58$ *KΩ*		
 Zoccolo miniatura	Doppio diodo triodo rivelatore e amplificatore di BF	Diodo $I_{a\,max} = 1$ *mA*			
12DT2	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	Triodo $V_a = 250$ *Volt* $V_g = -2$ *Volt* $I_a = 1{,}1$ *mA*	$gm = 1{,}6$ *mA/V* $r_a = 62{,}5$ *KΩ*		
 Zoccolo miniatura	Doppio diodo triodo rivelatore e amplificatore di BF	Diodo $I_{a\,max} = 1$ *mA*			
12E4	$V = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6E4			
 Zoccolo noval					

12 ET1	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*				come il tipo 6ET1



Zoccolo noval

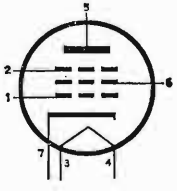
12P1	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	$V_a = 250$ *Volt* $V_{g2} = 100$ *Volt* $I_a = 11$ *mA* $I_{g2} = 4{,}2$ *mA*	$gm = 4{,}4$ *mA/V* $r_a = 1{,}1$ *MΩ* $R_k = 68$ Ω $V_{g_{int}} = -20$ *Volt*		



Zoccolo miniatura

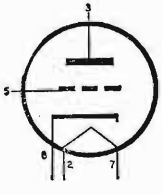
Pentodo a pendenza variabile, amplificatore AF e MF

12P2	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6P2

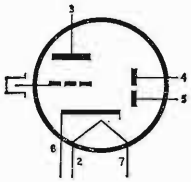
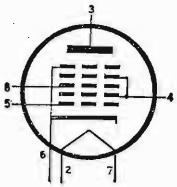
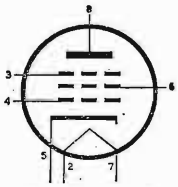
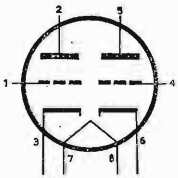


Zoccolo miniatura

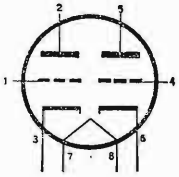
12J5	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come per il tipo 6J5



Zoccolo octal

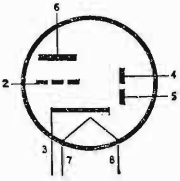
12Q7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come il tipo 6Q7
 Zoccolo octal		
12SA7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come per il tipo 6SA7
 Zoccolo octal		
12SK7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come per il tipo 6SK7
 Zoccolo octal		
12SL7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come per il tipo 6SL7
 Zoccolo octal		

12SN7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	come per il tipo 6SN7



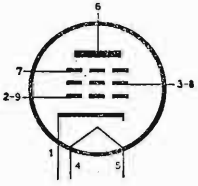
Zoccolo octal

12SQ7	$V_f = 12{,}6$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	come per il tipo 6SQ7



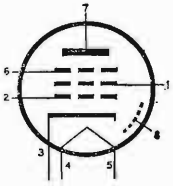
Zoccolo octal

13CL6	$V_f = 13{,}7$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	come per il tipo 6CL6

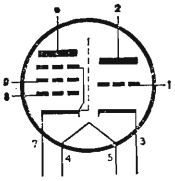
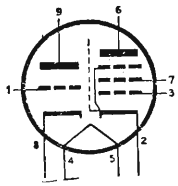
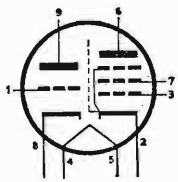
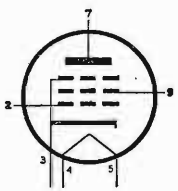


Zoccolo noval

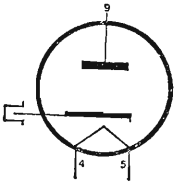
15F80	$V_f = 15$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	come per il tipo 6F80



Zoccolo noval

15TP7	$V_f = 15$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Triodo $V_a = 200$ *Volt* $Vg = -1{,}7$ *Volt* $Ia = 3$ *mA*		$gm = 4$ *mA/V* $r_a = 16$ *KΩ*	
 Zoccolo noval	Triodo pentodo amplificatore video	Pentodo $V_a = 200$ *Volt* $Vg_2 = 200$ *Volt* $Vg_1 = -2{,}9$ *Volt* $Ia = 18$ *mA*		$Ig_2 = 3{,}1$ *mA* $gm = 10{,}4$ *mA/V* $r_a = 130$ *KΩ*	
16TP6	$V_f = 16$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Triodo $V_a = 100$ *Volt* $Vg = 0$ *Volt* $I_a = 3{,}5$ *mA*		$gm = 2{,}5$ *mA/V* $r_a = 28$ *KΩ* $W_u = 1$ *Watt*	
 Zocco'o noval	Triodo pentodo oscillatore e amplificatore deflessione verticale in TV	Pentodo $V_a = 200$ *Volt* $Vg_2 = 200$ *Volt* $Vg_1 = -16$ *Volt* $I_a = 35$ *mA*		$Ig_2 = 7$ *mA* $gm = 6{,}4$ *mA/V* $r_a = 20$ *KΩ* $Rc = 5{,}6$ *KΩ* $W_u = 7$ *Watt*	
16TP8	$V_f = 16$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	Triodo - pentodo; come il tipo 16TP6 ma no adatto in circuiti di deflessione verticale TV			
 Zoccolo noval					
17F6	$V_f = 17$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	come per il tipo 6F60			
 Zoccolo noval					

17R7



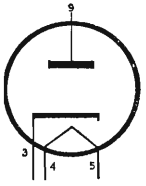
Zoccolo noval

$V_f = 17$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

$V_{a\,inv} = 4500$ *Volt*
$I_{amax} = 450$ *mA*
$I_a = 150$ *mA*

Diodo smorzatore e-levatore per TV

19R3



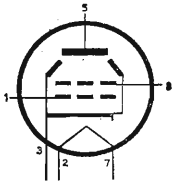
Zoccolo noval

$V_f = 19$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

$V_a = 250$ *Volt eff.*
$I_a = 180$ *mA*

Raddrizzatore mono-placca

25AV5

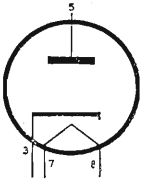


Zoccolo octal

$V_f = 25$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

come per il tipo 6AV5

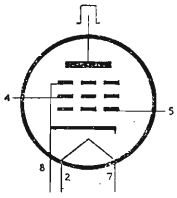
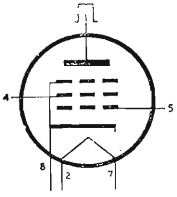
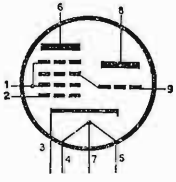
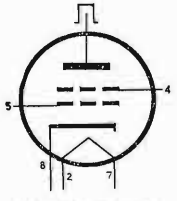
25AX4

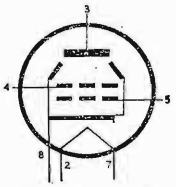
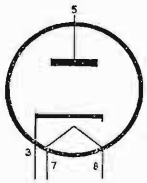
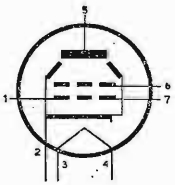
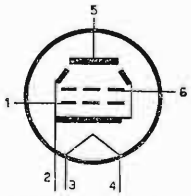


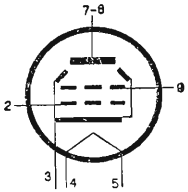
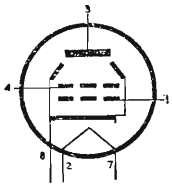
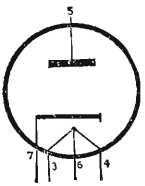
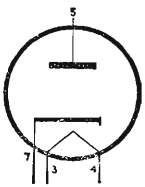
Zoccolo octal

$V_f = 25$ *Volt*
$I_f = 0{,}3$ *A*

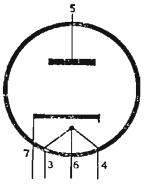
come per il tipo 6AX4

25BQ6	$V_f = 25$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*		come per il tipo 6BQ6
 Zoccolo octal			
25CU6	$V_f = 25$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*		come per il tipo 6CU6
 Zoccolo octal			
25E2	$V_f = 25$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	Triodo $V_a = 180$ *Volt* $I_a = 6{,}5$ *mA*	$gm = 0{,}5$ *mA/V* $R_{g1-g2} = 47$ *KΩ*
 Zoccolo noval	Triodo eptodo convertitore	Pentodo $V_a = 180$ *Volt* $V_{g2-g4} = 115$ *Volt* $R_{g2-g4} = 6{,}8$ *KΩ* $V_{g1} = -2$ *Volt*	$I_a = 4$ *mA* $I_{g2-g4} = 9{,}5$ *mA* $gm = 0{,}9$ *mA/V* $r_a = 0{,}9$ *MΩ*
25F7	$V_f = 25$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*	$V_a = 100$ *Volt* $V_{g2} = 100$ *Volt* $V_{g1} = -7{,}7$ *Volt* $I_a = 100$ *mA*	$I_{g2} = 7$ *mA* $gm = 14$ *mA/V* $r_a = 5{,}3$ *KΩ* $W_u = 10$ *Watt*
 Zoccolo octal	Tetrodo amplificatore per deflessione orizzontale in TV		

25L6	$V_f = 25$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*			come per il tipo 6V6	
 Zoccolo octal					
25W4	$V_f = 25$ *Volt* $I_f = 0{,}3$ *A*			come per il tipo 6W4	
 Zoccolo octal					
35B5	$V_f = 35$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	$V_a = 110$ *Volt* $Vg_2 = 110$ *Volt* $Vg_1 = -7{,}5$ *Volt* $I_a = 40$ *mA* $Ig_2 = 3$ *mA*		$gm = 5{,}8$ *mA/V* $Rc = 2{,}5$ *KΩ* $Wu = 1{,}5$ *Watt* $D = 10\ \%$	
 Zoccolo miniatura	Tetrodo a fascio, amplificatore di potenza in BF				
35F4	$V_f = 35$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*			come per il tipo 6F40	
 Zoccolo miniatura					

35F6	$V_f = 35$ *Volt* $I_f = 0{,}15$		come per il tipo 6F60
 Zoccolo noval			
35L6	$V_f = 35$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	$Va = 200$ *Volt* $Vg_2 = 10$ *Volt* $Vg_1 = -8$ *Volt* $I_a = 41$ *mA* $Ig_2 = 2$ *mA*	$gm = 5{,}9$ *mA/V* $r_a = 40$ *KΩ* $Rc = 4{,}5$ *KΩ* $Wu = 3{,}3$ *Watt* $D = 10\,\%$
 Zoccolo miniatura	Tetrodo a fascio amplificatore di potenza in BF		
35R1	$V_f = 35$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	$V_a = 125$ *Volt eff.* $Ia = 100$ *mA*	
 Zoccolo miniatura	Raddrizzatore monoplacca per alimentazione radioricevitori		
35R2	$V_f = 35$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	$V_a = 125$ *Volt eff.* $I_a = 100$ *mA*	
 Zoccolo miniatura	Raddrizzatore monoplacca per alimentazione radioricevitori		

35W4



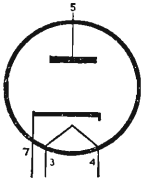
Zoccolo miniatura

$V_f = 35$ *Volt*
$I_f = 0{,}15$ *A*

Raddrizzatore monoplacca per alimentazione radioricevitori

$V_a = 117$ *Volt max.*
$I_a = 100$ *mA max.*
$V_{f-k} = 330$ *Volt max.*

35X4



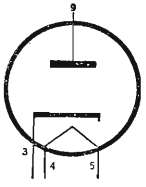
Zoccolo miniatura

$V_f = 35$ *Volt*
$I_f = 0{,}15$ *A*

Raddrizzatore monoplacca per alimentazione radioricevitori

$V_a = 235$ *Volt max.*
$I_a = 100$ *mA max.*
$V_{f-k} = 450$ *Volt max.*

38R3

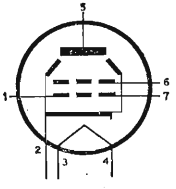


Zoccolo noval

$V_f = 38$ *Volt*
$I_f = 0{,}15$ *A*

come per il tipo 19R

50B5



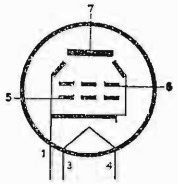
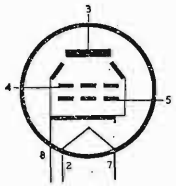
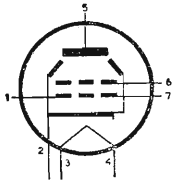
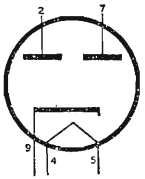
Zoccolo miniatura

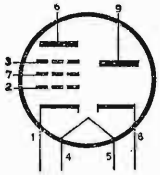
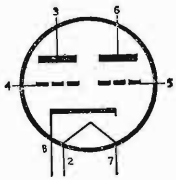
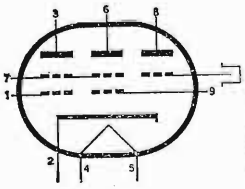
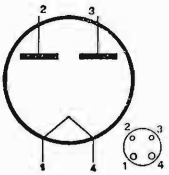
$V_f = 50$ *Volt*
$I_f = 0{,}15$ *A*

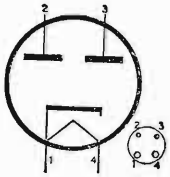
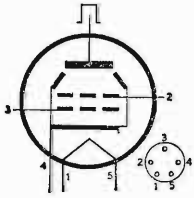
Tetrodo a fascio amplificatore in BF

$V_a = 110$ *Volt*
$V_{g2} = 110$ *Volt*
$V_{g1} = -7{,}5$ *Volt*
$I_a = 49$ *mA*
$I_{g2} = 4$ *mA*

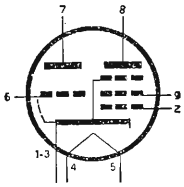
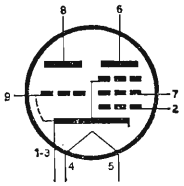
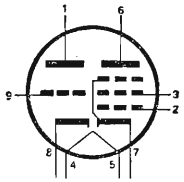
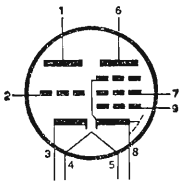
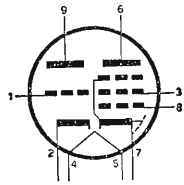
$gm = 7{,}5$ *mA/V*
$r_a = 10$ *KΩ*
$Rc = 2{,}5$ *KΩ*
$Wu = 1{,}9$ *Watt*
$D = 9\ \%$

50C5	$V_f = 50$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*					come per il tipo 50B5
 Zoccolo miniatura						
50L6	$V_f = 50$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*					come per il tipo 6W6
 Zoccolo octal						
50F2	$V_f = 50$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	V_a	$= 110$ *Volt*	gm	$= 7{,}5$ *mA/V*	
		Vg_2	$= 110$ *Volt*	r_a	$= 10$ *KΩ*	
		Vg_1	$= -7{,}5$ *Volt*	Rc	$= 2{,}5$ *KΩ*	
		I_a	$= 49$ *mA*	Wu	$= 1{,}9$ *Watt*	
		Ig_2	$= 4$ *mA*	D	$= 9\,\%$	
 Zoccolo miniatura	Tetrodo a fascio amplificatore in BF					
50R4	$V_f = 50$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A*	V_a	$= 250$ *Volt eff.*			
		I_a	$= 150$ *mA*			
 Zoccolo noval	Raddrizzatore biplacca per alimentazione radioricevitori					

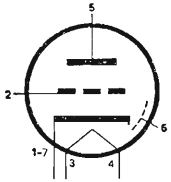
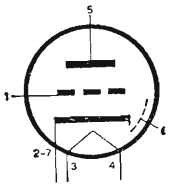
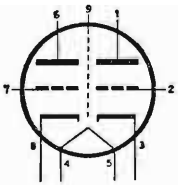
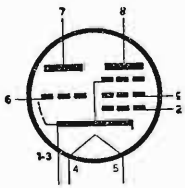
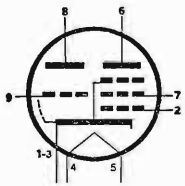
50RP1  Zoccolo noval	$V_f = 50$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A* Pentodo diodo - raddrizzatore	Pentodo $V_a = 200$ *Volt* $Vg_2 = 100$ *Volt* $Vg_1 = -1$ *Volt* $I_a = 9$ *mA* Diodo $V_a = 290$ *Volt eff.* $I_a = 100$ *mA*	$gm = = 4{,}5$ *mA/V* $r_a = 0{,}4$ *MΩ* $Ig_2 = 2$ *mA*
53  Zoccolo octal	$V_f = 2{,}5$ *Volt* $I_f = 2$ *A*	come per il tipo 6N7	
58TF1  Zoccolo nova	$V_f = 58$ *Volt* $I_f = 0{,}15$ *A* Doppio tetrodo - triodo amplificatore finale di potenza per controfase con triodo amplificatore	Tetrodo $V_a = 240$ *Volt* $Vg_2 = 240$ *Volt* $Vg_1 = -31$ *Volt* $I_{amin} = 18$ *mA* $I_{amax} = 38$ *mA* $Ig_{2min} = 8$ *mA* $Ig_{2max} = 14$ *mA* Triodo $V_a = 200$ *Volt* $Vg = -2$ *Volt* $I_a = 4$ *mA*	$gm = 2{,}5$ *mA/V* $r_a = 25$ *KΩ* $Rc_{a-a} = 7$ *KΩ* $Wu = 9$ *Watt* $D = 10\,\%$ $gm = 1{,}5$ *mA/V* $r_a = 20$ *KΩ*
80 	$V_f = 5$ *Volt* $I_f = 3$ *A* Raddrizzatore biplacca per alimentazione radioapparati	come per il tipo 5Y3	

83 	$V_f = 5$ *Volt* $I_f = 3$ *A* Raddrizzatore biplacca a vapori di mercurio per alimentazione radioapparati	$V_a = 450$ *Volt max.* $I_a = 225$ *mA max.* $V_{a\,inv} = 1550$ *Volt max.*
807 	$V_f = 6{,}3$ *Volt* $I_f = 0{,}9$ *A*	come per il tipo 6L6

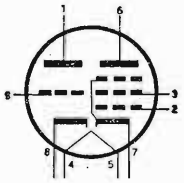
EC88	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}18\ A$ Triodo per UHF	Vedi il tipo PC88	
EC92	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}15\ A$ Triodo amplificatore AF	$V_a = 200\ V$ $V_{g1} = -1\ V$ $I_a = 11{,}5\ mA$ $gm = 6{,}7\ mA/V$ $\mu = 70$	$r_a = 10{,}5\ K\Omega$
EC97	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}2\ A$ Triodo per VHF	$V_a = 135\ V$ $V_{g1} = -1\ V$ $I_a = 11\ mA$ $gm = 13\ mA/V$ $\mu = 65$	$r_a = 5\ K\Omega$
EC900	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}18\ V$ Triodo per VHF	$V_a = 200\ V$ $R_c = 5{,}6\ K\Omega$ $R_k = 87\ \Omega$ $I_a = 11{,}5\ mA$	$gm = 14{,}5\ mA/V$ $\mu = 72$ $V_{g1} = -3{,}8\ V$
ECC189	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}365\ A$ Doppio triodo in AF per circuito cascode	$V_a = 90\ V$ $V_{g1} = -1{,}4\ V$ $I_a = 15\ mA$ $gm = 12{,}5\ mA/V$	$r_a = 2{,}5\ K\Omega$

ECF86 	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}34\ A$ Triodo - pentodo convertitore TV	Triodo $V_a = 100\ V$ $V_{g1} = -3\ V$ $I_a = 14\ mA$ $gm = 5{,}5\ mA/V$ $\mu = 17$	Pentodo $V_a = 190\ V$ $V_{g2} = 190\ V$ $R_{g2} = 18\ K\Omega$ $R_{g1} = 100\ K\Omega$ $I_a = 8{,}5\ mA$ $I_{g2} = 2{,}7\ mA$ $r_a = 0{,}6\ M\Omega$ $gm_c = 4{,}5\ mA/V$
ECF801 	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}41\ A$ Triodo - pentodo convertitore TV	Triodo $V_a = 100\ V$ $V_{g1} = -3\ V$ $I_a = 15\ mA$ $\mu = 20$	Pentodo $V_a = 200\ V$ $V_{g2} = 200$ $R_{g2} = 27\ K\Omega$ $R_{g1} = 0{,}1\ M\Omega$ $V_{g1} = -1{,}2\ V$ $I_a = 10\ mA$ $I_{g2} = 3\ mA$ $gm_c = 5\ mA/V$
ECF802 	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}45\ A$ Triodo - pentodo oscillatore e tubo a reattanza	Triodo $V_a = 200\ V$ $V_{g1} = -2\ V$ $I_a = 3{,}5\ mA$ $gm = 3{,}5\ mA/V$ $r_a = 20\ K\Omega$ $\mu = 70$	Pentodo $V_a = 100\ V$ $V_{g2} = 100\ V$ $V_{g1} = -1\ V$ $I_a = 6\ mA$ $I_{g2} = 1{,}7\ mA$ $gm = 5{,}5\ mA/V$ $r_a = 0{,}4\ M\Omega$
ECL85 	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}86\ A$ Triodo - pentodo oscillatore e finale quadro	Triodo $V_a = 100\ V$ $I_a = 10\ mA$ $V_{g1} = 0\ V$ $gm = 5{,}5\ mA/V$ $\mu = 50$ $V_a = 9\ K\Omega$	Pentodo $V_a = 65\ V$ $V_{g2} = 210\ V$ $I_{ap} = 285\ mA$ $I_{g2p} = 50\ mA$ $V_{g1} = -1\ V$
ECL86 	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}69\ A$ Triodo pentodo pre-amplificatore e finale	Triodo $V_a = 250\ V$ $V_{g1} = -1{,}7\ V$ $I_a = 1{,}2\ mA$ $gm = 1{,}6\ mA/V$ $\mu = 10$	Pentodo $V_a = 250\ V$ $V_{g2} = 250\ V$ $V_{g1} = -7\ V$ $I_a = 36\ mA$ $I_{g2} = 5{,}5\ mA$ $gm = 10\ mA/V$ $r_a = 45\ K\Omega$

EF183	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}3\ A$ Pentodo a μ variabile amplif. F.I. in TV	$V_a = 200\ V$ $V_{g3} = 0\ V$ $V_{g2} = 90\ V$ $V_{g1} = -2\ V$ $I_a = 12\ mA$ $I_{g2} = 4{,}5\ mA$	$gm = 12{,}5\ mA/V$ $r_a = 500\ K\Omega$
EF184	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}3\ A$ Pentodo amplif. F.I. in TV	$V_a = 200\ V$ $V_{g3} = 0\ V$ $V_{g2} = 200\ V$ $V_{g1} = -2{,}5\ V$ $I_a = 10\ mA$ $I_{g2} = 41\ mA$	$gm = 15\ mA/V$ $r_a = 380\ K\Omega$
EL95	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 0{,}2\ A$ Pentodo finale	$V_a = 250\ V$ $V_{g2} = 250\ V$ $V_{g1} = -9{,}0\ V$ $I_a = 24\ mA$ $I_{g2} = 4{,}5\ mA$ $gm = 5\ mA/V$	$r_a = 80\ K\Omega$
EL500	$V_f = 6{,}3\ V$ $I_f = 1{,}4\ A$ Pentodo finale deflessione orizzontale	$V_a = 75\ V$ $V_{g2} = 200\ V$ $V_{g1} = -10\ V$ $I_{ap} = 440\ mA$ $I_{g2p} = 37\ mA$	
EY88	$V_f = 6{,}3$ $I_f = 1{,}55\ A$ Diodo raddrizzatore	$V_b = 250\ V$ $V_{akp} = 6\ KV$ $I_a = 220\ mA$ $I_{ap} = 550\ mA$ $W_a = 5\ W$ $V_{kfp} = 6{,}6\ KV$	

PC97 	$V_f = 4{,}5\ V$ $I_f = 0{,}3\ A$	Vedi il tipo EC97
PC900 	$V_f = 4\ V$ $I_f = 0{,}3$	Vedi il tipo EC900
PCC189 	$V_f = 7{,}2\ V$ $I_f = 0{,}3\ V$	Vedi il tipo EC189
PCF86 	$V_f = 8\ V$ $I_f = 0{,}3\ A$	Vedi il tipo ECF86
PCF801 	$V_f = 8{,}5\ V$ $I_f = 0{,}3\ A$	Vedi il tipo ECF801

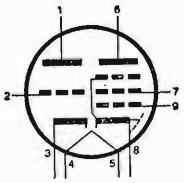
PCF802



$V_f = 9\ V$
$I_f = 0{,}3\ V$

Vedi il tipo ECF802

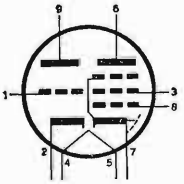
PCL85



$V_f = 18\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$

Vedi il tipo ECL85

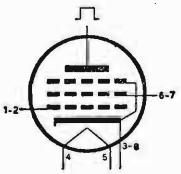
PCL86



$V_f = 14{,}5\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$

Vedi il tipo ECL86

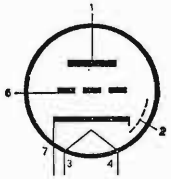
PL500



$V_f = 28\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$

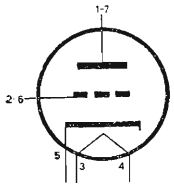
Vedi il tipo EL500

6AB4



Vedi il tipo EC92

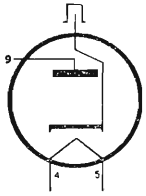
6AF4



$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}225\ A$
Triodo per UHF

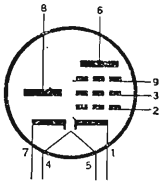
$V_a = 100\ V$
$R_g = 10\ K\Omega$
$I_a = 17\ mA$
$I_g = 750\ mA$

6AL3



Vedi il tipo EY88

6AM8

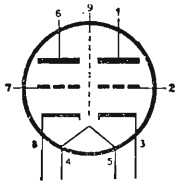


$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}45\ A$
Diodo pentodo rivelatore e finale FI in TV

$V_a = 125\ V$
$V_{g2} = 125\ V$
$V_{g3} = 0\ V$
$R_k = 56\ \Omega$
$I_a = 12{,}5\ mA$

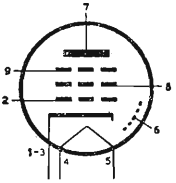
$I_{g2} = 3{,}2\ mA$
$gm = 7{,}8\ mA/V$

6AQ8



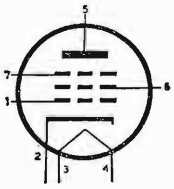
Vedi il tipo ECC85

6BX6



Vedi il tipo EF80

6BZ6

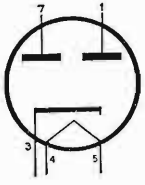


$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$
Pentodo per FI video

$V_a = 125\ V$
$V_{g2} = 125\ V$
$R_k = 56\ \Omega$
$r_a = 260\ K\Omega$
$gm = 8\ mA/V$

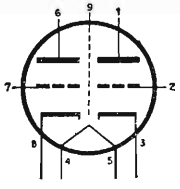
$I_a = 14\ mA$
$I_{g2} = 3{,}6\ mA$

6CA4



Vedi il tipo EZ81

6CG7

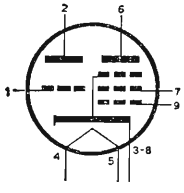


$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}6A$
Doppio triodo per deflessione TV

$V_a = 250\ V$
$V_{g1} = -8\ V$
$\mu = 20$
$r_a = 7{,}7\ K\Omega$

$gm = 2{,}6\ mA/V$
$I_a = 9\ mA$

6CG8

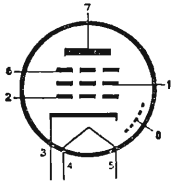


$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}45\ A$
Triodo-pentodo convertitore TV

Triodo
$V_a = 150\ V$
$R_g = 2700\ \Omega$
$I_a = 13\ mA$

Pentado
$V_a = 150\ V$
$V_{g2} = 150\ V$
$V_{g1} = -3\ V$
$gm_c = 2{,}1\ mA/V$
$I_a = 6{,}2\ mA$
$I_{g2} = 1{,}8\ mA$

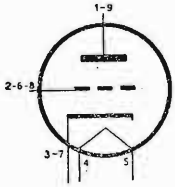
6CK6



Vedi il tipo EL83

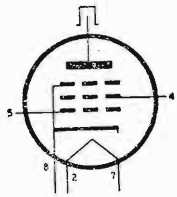
6CM4

Vedi il tipo EC86



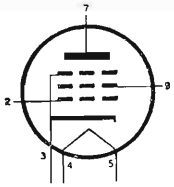
6CM5

Vedi il tipo EL 36



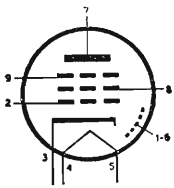
6CW5

Vedi il tipo EL86



6DA6

Vedi il tipo EF89

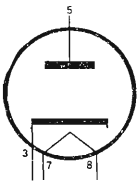


6DE4

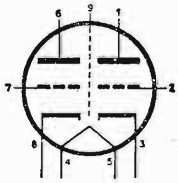
$V_f = 6{,}3\ V$ $\quad I_{a\,max} = 160\ mA$

$I_f = 1{,}6\ A$

Diodo smorzatore per TV

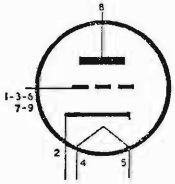


6DJ8



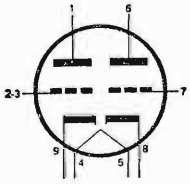
Vedi il tipo ECC88

6DL4



Vedi il tipo EC88

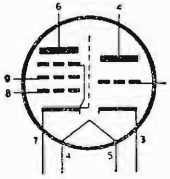
6DR7



$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}9A$
Doppio triodo
Oscillatore - amplificatore per deflessione verticale

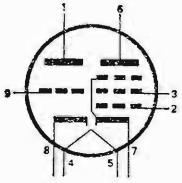
Sez. 1		Sez. 2	
V_a	$= 250\ V$	V_a	$= 150\ V$
V_{g1}	$= -3\ V$	V_{g1}	$= -17{,}5\ V$
I_a	$= 1{,}4\ mA$	I_a	$= 35\ mA$
gm	$= 1{,}6\ mA/V$	gm	$= 6{,}5\ mA/V$
μ	$= 68$	μ	$= 6$
r_a	$= 40\ K\Omega$	r_a	$= 925\ \Omega$

6DX8



Vedi il tipo ECL84

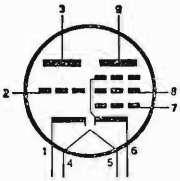
6EA8



$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}45\ mA$
Triodo - pentodo oscillatore, mescolatore per TV

Triodo		Pentodo	
V_a	$= 150\ V$	V_a	$= 135\ V$
R_k	$= 56\ \Omega$	V_{g2}	$= 125\ V$
I_a	$= 18mA$	I_a	$= 12mA$
r_a	$= 5K\Omega$	I_{g2}	$= 4\ mA$
gm	$= 8{,}5\ mA/V$	r_a	$= 80K\Omega$
μ	$= 40$	gm	$= 6{,}4\ mA/V$

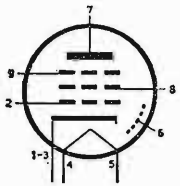
6EB8



$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}75\ mA$
Triodo - pentodo per TV

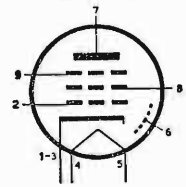
Triodo		Pentodo	
V_a	$= 250\ V$	V_a	$= 200\ V$
V_{g1}	$= -2\ V$	V_{g2}	$= 125\ V$
I_a	$= 2\ mA$	R_k	$= 68\ \Omega$
gm	$= 2{,}7\ mA/V$	I_a	$= 25\ mA$
μ	$= 100$	I_{g2}	$= 7\ mA$
r_a	$= 37\ K\Omega$	gm	$= 12{,}5\ mA/V$

6EJ7



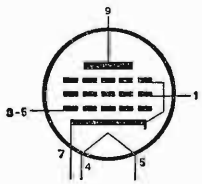
Vedi il tipo EF184

6EH7



Vedi il tipo EF183

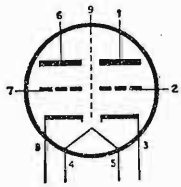
6EM5



$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}8\ A$
Pentodo - amplificatore verticale

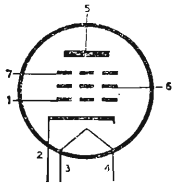
$V_a = 60\ V$
$V_{g2} = 250\ V$
$V_{g1} = -18\ V$
$I_a = 180\ mA$
$I_{g2} = 30\ mA$

6ES8



Vedi il tipo ECC189

6EW6

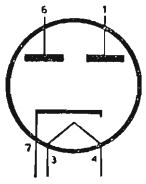


$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}4\ V$
Pentodo per FI per TV

$V_a = 125\ V$
$V_{g2} = 125\ V$
$R_k = 56\ \Omega$
$r_a = 200\ K\Omega$
$gm = 14\ mA/V$

$I_a = 11\ mA$
$I_{g2} = 3{,}2\ mA$

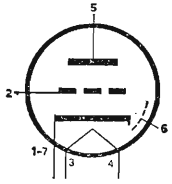
6FX4



$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}8\ A$
Doppio-diodo

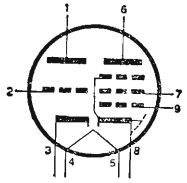
$I_{a\ max} = 90\ mA$
$V_{a\ max} = 350\ V\ eff.$

6FY5



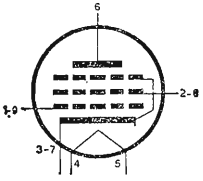
Vedi il tipo EC97

6GV8



Vedi il tipo ECL85

6QL6

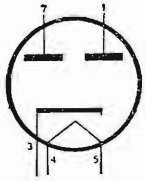


$V_f = 6{,}3\ V$
$I_f = 0{,}9\ A$
Pentodo di potenza per BF

$V_a = 180\ V$
$V_{g2} = 180\ V$
$V_{g1} = -11{,}5\ V$
$I_a = 52\ mA$
$I_{g2} = 10\ mA$

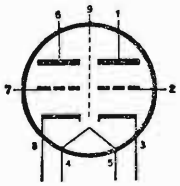
$r_a = 18\ K\Omega$
$gm = 9{,}5\ mA/V$
$R_c = 3\ K\Omega$
$W_a = 5\ W$

6V4



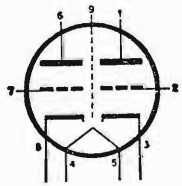
Vedi il tipo EZ80

7DJ8



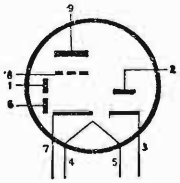
Vedi il tipo PCC88

7ES8



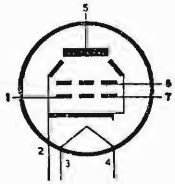
Vedi il tipo PCC 189

9AK8



Vedi il tipo PABC80

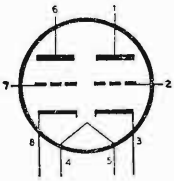
9AQ5



$V_f = 9{,}45\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$

Vedi il tipo 6AQ5

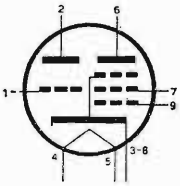
9BK7A



$V_f = 9{,}45\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$

Vedi il tipo 6BK7A

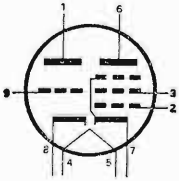
9CG8S



$V_f = 9{,}45\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$

Vedi il tipo 6CG8A

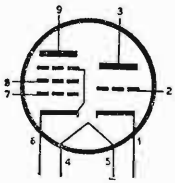
9EA8S



$V_f = 9{,}45\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$

Vedi il tipo 6EA8

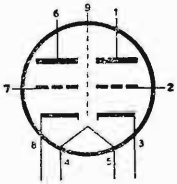
12AU8



$V_f = 12{,}6\ V$
$I_f = 0.3\ A$

Vedi il tipo 6AU8

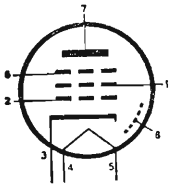
12CG7S



$V_f = 12{,}6\ V$
$I_f = 0{,}3\ A$

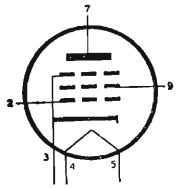
Vedi il tipo 6CG7

15A6



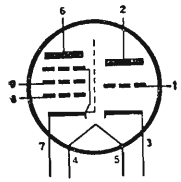
Vedi il tipo PL83

15CW5



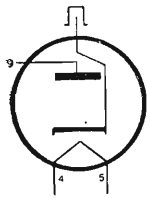
Vedi il tipo PL84

15DQ8



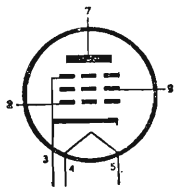
Vedi il tipo PCL84

30A3



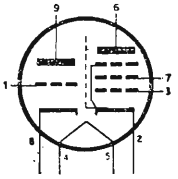
Vedi il tipo PY88

45B5



Vedi il tipo UL84

50BM8 Vedi il tipo UCL82



INDICE

Premessa . . . . . pag. V

PARTE PRIMA MATEMATICA

CAPITOLO I . . . . . » 1

1. Sistema di numerazione e confronto fra numeri - 2. Addizione o somma - 3. Sottrazione o differenza - 4. Moltiplicazione o prodotto - 5. Divisione o quoziente - 6. Potenza - 7. Radici - 8. Moltiplicazioni con numeri decimali - 9. Numeri primi - 10. Criteri di divisibilità.

CAPITOLO II . . . . . » 8

11. Scomposizione in fattori primi - 12. Massimo comune divisore (M.C.D.) - 13. Minimo comune multiplo (m.c.m.) - 14. Frazioni - 15. Valore di una frazione - 16. Frazioni proprie, improprie, apparenti - 17. Frazioni decimali - 18. Proprietà delle frazioni - 19. Semplificazione delle frazioni (riduzione ai minimi termini) - 20. Confronto tra frazioni - 21. Riduzione delle frazioni allo stesso denominatore.

CAPITOLO III . . . . . » 13

22. Operazioni con frazioni - 23. Rapporti - 24. Proporzioni - 25. Proporzioni continue - 26. Grandezze direttamente ed inversamente proporzionali - 27. Media aritmetica.

CAPITOLO IV . . . . . » 17

28. Numeri relativi - 29. Operazioni con i numeri relativi - 30. Reciproco di un numero - 31. Potenze negative - 32. Espressioni algebriche numeriche - 33. Calcolo di espressioni algebriche numeriche.

CAPITOLO V . . . . . » 23

34. Espressioni letterali - 35. Monomi - 36. Operazioni con monomi - 37. Polinomi - 38. Operazioni con polinomi - 39. Prodotti notevoli - 40. Uguaglianze - 41. Equazioni - 42. Sistemi.

CAPITOLO VI . . . . . » 31

43. Teorema di Pitagora - 44. Coordinate cartesiane - 45. Funzioni - 46. Diagrammi - 47. Elementi di trigonometria - 48. Risoluzione dei triangoli rettangoli - 49. Vettori e numeri complessi - 50. Logaritmi.

PARTE SECONDA ELETTROTECNICA GENERALE

CAPITOLO I *Costituzione della materia* . . . . . pag. 45
1. Molecola ed atomo - 2. Elettrizzazione - 3. Intensità di corrente elettrica - 4. Differenza di potenziale elettrico.

CAPITOLO II *Resistenza elettrica dei conduttori* . . . . . » 48
5. Legge di Ohm - 6. Resistenza elettrica al variare della temperatura - 7. Forze elettro-motrici e forze contro-elettro-motrici.

CAPITOLO III *Leggi di Kirchhoff* . . . . . » 53
8. Legge dei nodi elettrici - 9. Legge delle maglie elettriche - 10. Ponte di Wheatstone - 11. Collegamenti fra resistenze - 12. Concetto di potenza elettrica - 13. Effetti principali prodotti da una corrente elettrica.

CAPITOLO IV *Elettrostatica* 65
14. Campo elettrico - 15. Intensità elettrica. Costante dielettrica - 16. Capacità - 17. Densità elettrica - 18. Energia elettrostatica - 19. Collegamenti fra condensatori - 20. Carica e scarica di un condensatore attraverso una resistenza.

CAPITOLO V *Magnetostatica* . . . . . » 77
21. Campo magnetico - 22. Densità magnetica - 23. Intensità e permeabilità magnetiche - 24. Circuiti magnetici - 25. Riluttanza e permeanza magnetiche - 26. Circuito magnetico in presenza di traferro - 27. Induttanza ed energia elettromagnetica.

CAPITOLO VI *Mutua induzione* . . . . . » 90
28. Coefficiente di mutua induzione e coefficiente di accoppiamento - 29. Spostamento di un conduttore in un campo magnetico uniforme - 30. Legge di Lenz - 31. Forza portante di una elettrocalamita.

CAPITOLO VII *Le correnti alternate* . . . . . » 101
32. Differenza tra una tensione continua ed una alternata - 33. Definizione di grandezze alternate - 34. Rappresentazione grafica di una grandezza sinusoidale - 35. Generazione di una f.e.m. alternata - 36. Rappresentazione simbolica - 37. Velocità di variazione di una grandezza sinusoidale - 38. Valore efficace e valore medio di una grandezza sinusoidale.

CAPITOLO VIII *Circuiti in corrente alternata* . . . . . » 112
39. Circuito ohmico - 40. Circuito induttivo - 41. Circuito capacitivo - 42. Considerazioni sui circuiti RLC - 43. Circuito con induttanza e resistenza in serie - 44. Circuito con capacità e resistenza in serie - 45. Circuito con rLC in serie. Condizione di risonanza - 46. Circuito con induttanza e resistenza in parallelo - 47. Circuito con capacità e resistenza in parallelo - 48. Circuito con RLC in parallelo. Condizione di risonanza.

CAPITOLO IX *Trasformazione di circuiti elettrici in circuiti equivalenti* . . . . . pag. 134

49. Da elementi in serie ad elementi in parallelo - 50. Da elementi in parallelo ad elementi in serie - 51. Fattore di merito di una bobina in AF - 52. Angolo di perdita di un condensatore - 53. Circuito LC reale.

CAPITOLO X *Mutua induzione fra circuiti* . . . . . » 145

54. Accoppiamento fra due bobine - 55. Accoppiamento fra due circuiti accordati.

CAPITOLO XI *Trasformatori* . . . . . » 152

56. Cenno sul funzionamento di un trasformatore. Rapporto di trasformazione - 57. Funzionamento a vuoto di un trasformatore - 58. Funzionamento con carico ohmico (assenza di perdite) - 59. Perdite in un trasformatore - 60. Introduzione delle perdite nel trasformatore - 61. Trasformatore reale chiuso su carico ohmico-induttivo - 62. Determinazione delle perdite in un trasformatore - 63. Autotrasformatori.

PARTE TERZA TUBI ELETTRONICI

CAPITOLO I *Emissione elettronica* . . . . . » 167

1. Comportamento di una particella caricata posta in un campo elettrico uniforme - 2. Emissione termoionica - 3. Catodi - 4. Emissione secondaria - 5. Emissione fotoelettrica.

CAPITOLO II *Il diodo* . . . . . » 172

6. Funzionamento del diodo - 7. Metodo analitico - 8. Metodo grafico - 9. Diodi a gas - 10. Fototubi.

CAPITOLO III *Il triodo* . . . . . » 180

11. Generalità - 12. Caratteristiche anodiche - 13. Caratteristiche mutue - 14. Caratteristiche di controllo - 15. Coefficiente di amplificazione - 16. Le conduttanze anodica e mutua - 17. Sistema grafico per lo studio di circuiti comprendenti un triodo - 18. Triodi a gas o Thyratron.

CAPITOLO IV *Il tetrodo, il pentodo ed altri tubi* . . . . . » 191

19. Il tetrodo - 20. Il pentodo - 21. Tetrodo a fascio - 22. Altri tubi.

CAPITOLO V *Diodi a cristallo semiconduttore* . . . . . » 196

Generalità - 23. Germanio o silicio di tipo N - sostanze donatrici - 24. Germanio o silicio di tipo P - sostanze accettatrici - 25. Conduzione nei semiconduttori di tipo N e di tipo P - 26. Giunzione NP non polarizzata - 27. Giunzione NP polarizzata - 28. Diodi a cristallo - 29. Diodi Zener - 30. Sigle, per i vari tipi di semiconduttori.

CAPITOLO VI *I transistori* . . . . . pag. 213

Generalità - 31. Tensioni di polarizzazione al transistore NPN e PNP e correnti relative - 32. Cenni sulla costruzione di un transistore - 33. Curve caratteristiche del transistore - 34. Influenza della corrente inversa di saturazione sulla corrente di collettore - 35. Coefficienti caratteristici di un transistore.

TABELLE MATEMATICHE E TRIGONOMETRICHE . . . . » 231

PRONTUARIO DELLE VALVOLE . . . . . » 257

Manuali di Elettronica, Elettrotecnica, Radiotecnica

E. Cavazzuti, C. A. Nobili, N. Passerini
CORSO DI RADIOTECNICA
Vol. I - MATEMATICA, ELETTROTECNICA, TUBI ELETTRONICI
Vol. II - RADIOTECNICA
Vol. III - TELEVISIONE

E. Cavazzuti, C. A. Nobili, N. Passerini
DISEGNO TECNICO ED ESERCITAZIONI PRATICHE DI RADIOELETTRONICA

F. Cottignoli, A. Baccarini
MISURE ELETTROTECNICHE
Vol. I - MISURE SULLE GRANDEZZE ELETTRICHE
Vol. II - MISURE SUI SISTEMI TRIFASI E SULLE MACCHINE ELETTRICHE
Vol. III - PROVE TECNICHE DI LABORATORIO

F. Cottignoli, A. Baccarini, P. Vassura
ELETTROTECNICA ED ELETTRONICA
Vol. I - ELETTROTECNICA
Vol. II - ELETTRONICA

M. Gasparini, D. Mirri
DISPOSITIVI E CIRCUITI ELETTRONICI
Corso in due volumi

R. Giometti, F. Frascari
ELETTROTECNICA, ELETTRONICA E RADIOTECNICA
Vol. I - FONDAMENTI TEORICI E PRATICI
Vol. II - RADIOTECNICA ED ELETTRONICA INDUSTRIALE

S. Seely
FONDAMENTI DI ELETTRONICA GENERALE

EDIZIONI CALDERINI BOLOGNA

Prezzo del presente

CALDERINI
3301 3.500

1

CORSO DI RADIOTECNICA

Cavazzuti - Nobili - Passerini